# Antennes

Sébastien Pioch
sebastien.pioch@univ-tln.fr

*UTLN, UFR S&T*
*M1 SDM-PHYMER*
*septembre-octobre '21*

# Sommaire

# 1- Généralités (1/4)

## Très bref historique

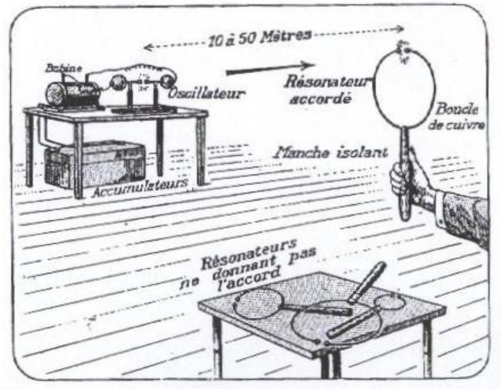
**J.-C. Maxwell**
(écossais, 1831-1879)

1864 unification des théories électrique et magnétique ➡ naissance de l'EM

*« avec J.-Clerck Maxwell, une nouvelle ère scientifique s'est ouverte » (A. Einstein)*

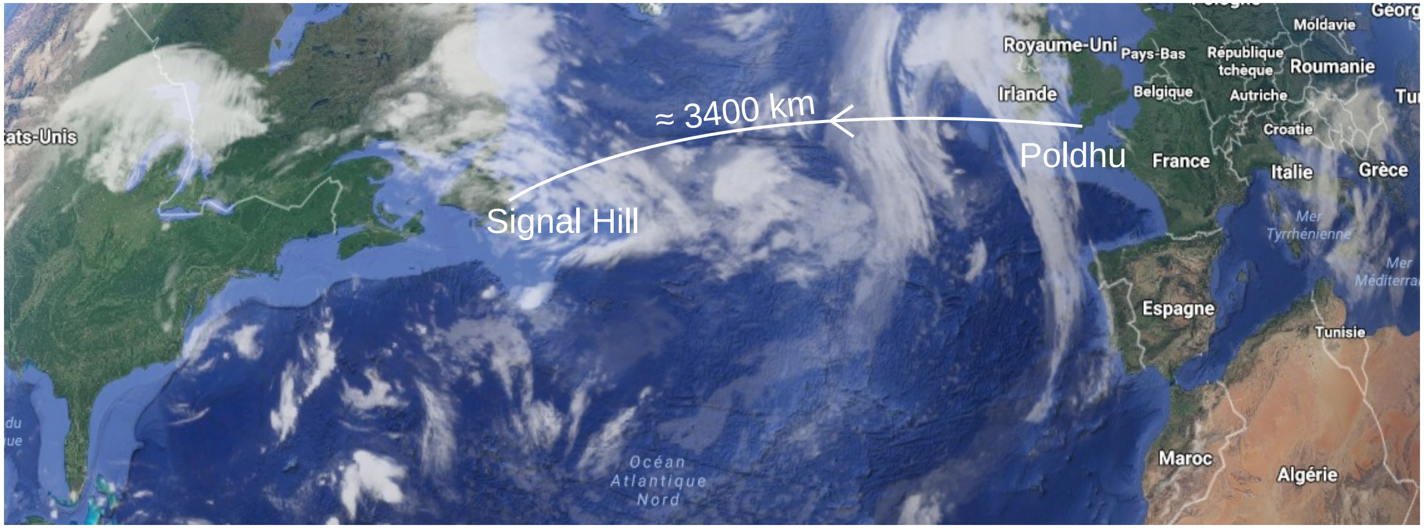
**H. Hertz**
(allemand, 1857-1894)

1887 observation d'une OEM, en labo.




**G. Marconi**
(italien, 1874-1937,
*prix Nobel* en 1909)

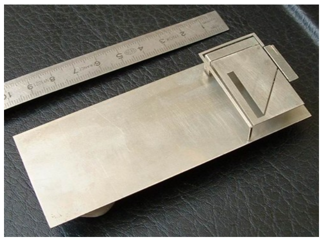
1re communication transatlantique : lettre S envoyée en MORSE



# 1- Généralités (2/4)

## Exemples de structures antennaires et applications

### *téléphonie cellulaire*

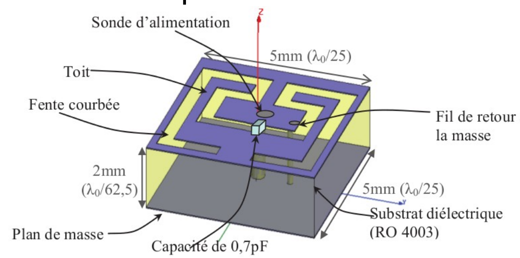


thèse 2004
(LEAT, Sophia Antipolis)


Samsung Galaxy S2

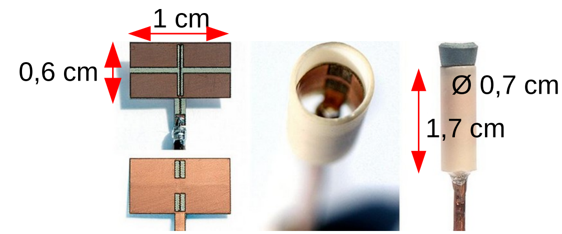
### *médical*

implants auditifs




thèse 2012
(CEA-LETI, Grenoble)

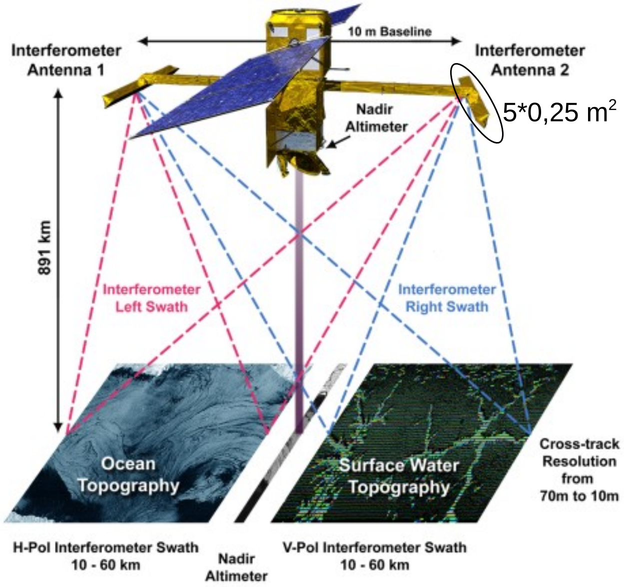
capsule biotélémétrique




thèse 2017
(IETR, Rennes)

### *spatial*

mission SWOT
lancement prévu avril 2021




(source : https://swot.cnes.fr/fr/karin)

### *militaire*

frégate type La Fayette F 710

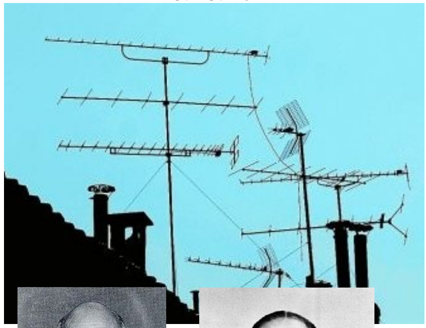

(source : http://www.defense.gouv.fr/marine/equipements/batiments-de-combat/fregates)
(anecdote : film GoldenEye 1995, James Bond, scène au port de Monaco )

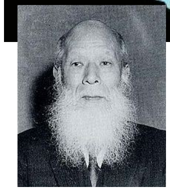
# 1- Généralités (3/4)

## Exemples de structures antennaires et applications

***réception TV***

avant



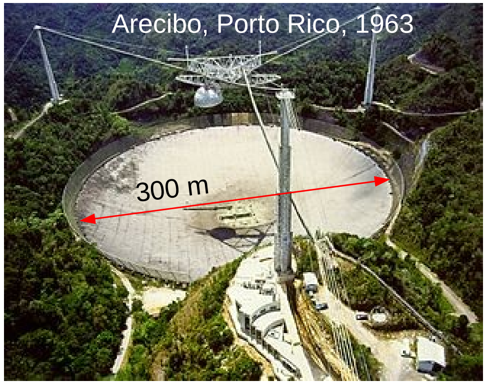


H. Yagi
(1886-1976)

S. Uda
(1896-1976)

après


***radiotéléscope monobloc***




(anecdote : film GoldenEye 1995, James Bond, scènes finales)


***technologies sans contact***

**RFID**
(Radio Frequency IDentification)


**NFC**
(Near Field Communication)

# 1- Généralités (4/4)

**Conclusion :**

antenne = dispositif placé en fin d'un système de télécommunication pour recevoir ou émettre des ondes électromagnétiques => présente des propriétés identiques en émission (Tx) ou en réception (Rx) (grâce au théorème de réciprocité)

**Quels thèmes abordés dans ce cours ?**

- ✓ paramètres caractéristiques d'une antenne : diagramme de rayonnement, critère pour mesurer la bande passante, impédance, polarisation ;
- ✓ bilan de liaison entre un émetteur et un récepteur ;
- ✓ réseau d'antennes linéaire.

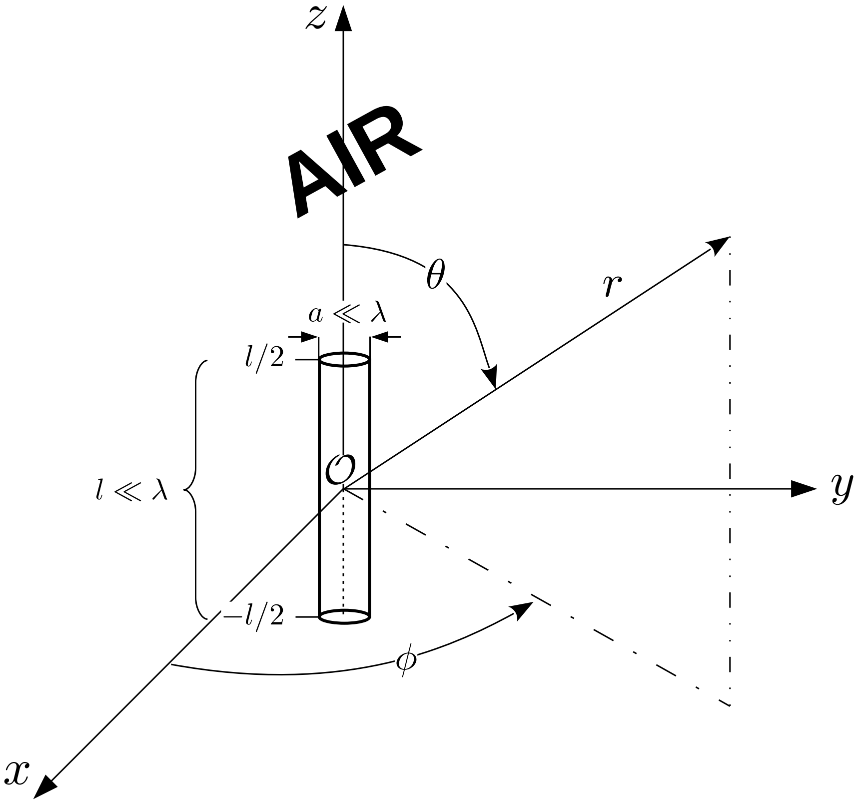
# 2- Étude du dipôle infinitésimal
## Un peu de théorie (1/3)

(autres noms rencontrés dans la littérature : dipôle élémentaire, dipôle de Hertz, doublet électrique)

**structure sans aucune réalité physique** mais permettant de mieux comprendre des antennes réelles de type « filiforme » (*linear wire antenna*, en anglais)

### Géométrie et hypothèses

- ✓ conducteur filiforme de longueur très petite / à la longueur d'onde ;
- ✓ placé symétriquement / à l'origine et orienté selon l'axe Oz ;
- ✓ courant supposé constant $I_0$




### Objectif n° 1 (p. 7 → 10)

déterminer les expressions des vecteurs-phaseurs magnétique et électrique à la distance $r$, en coordonnées sphériques (coord. sph.)

#### Point de départ

expression du vecteur-phaseur potentiel vecteur

$$\vec{\mathscr{A}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \vec{\mathscr{J}}(r') \frac{e^{-\mathrm{i}kR}}{R}\, \mathrm{d}v'$$

*Rappel :* $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}}$

ici :

✓ source placée à l'origine du repère ➡ $R = r$

✓ densité de courant uniforme sur toute la longueur ➡ $\vec{\mathscr{J}}(r') = I_0\, \hat{e}_3$

d'où :

$$\vec{\mathscr{A}} \propto \int_{-l/2}^{l/2} I_0 \hat{e}_3\, \mathrm{d}z' \propto I_0 l\, \hat{e}_3$$

donc :

$$\boxed{\vec{\mathscr{A}} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_0 l \frac{e^{-\mathrm{i}kr}}{r} \hat{e}_3 = \mathscr{A}_3\, \hat{e}_3}$$

# 2- Étude du dipôle infinitésimal
## Un peu de théorie (2/3)

**Potentiel vecteur en coordonnées sphériques (coord. sph.)**

via la matrice de passage

$$\begin{pmatrix} \mathscr{A}_r \\ \mathscr{A}_\theta \\ \mathscr{A}_\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\phi & \sin\theta\sin\phi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\phi & \cos\theta\sin\phi & -\sin\theta \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathscr{A}_3 \end{pmatrix} \longrightarrow \boxed{\vec{\mathscr{A}}(r,\theta,\phi) = \dots}$$

**Remarque** : pas de composante suivant $\hat{e}_\phi$ car structure symétrique autour de l'axe $z$

**Comment déterminer le vecteur-phaseur champ magnétique $\vec{\mathscr{H}}$ ?**

**a)** exploiter la notion de flux magnétique conservatif (notation différentielle)

$$\operatorname{div}\vec{\mathscr{B}} = 0 \implies \vec{\mathscr{B}} = \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{\mathscr{A}} \implies \vec{\mathscr{H}} = \frac{1}{\mu_0}\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{\mathscr{A}}$$

**b)** utiliser l'expression du rotationnel en coord. sph.

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{\mathscr{A}} = \frac{1}{r\sin\theta}\left[\left(\mathscr{A}_\phi \sin\theta\right)_{,\theta} - \mathscr{A}_{\theta,\phi}\right]\hat{e}_r + \frac{1}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\mathscr{A}_{r,\phi} - \left(r\mathscr{A}_\phi\right)_{,r}\right]\hat{e}_\theta + \frac{1}{r}\left[\left(r\mathscr{A}_\theta\right)_{,r} - \mathscr{A}_{r,\theta}\right]\hat{e}_\phi$$

**c)** exploiter les propriétés de $\vec{\mathscr{A}}$

$$\longrightarrow \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{\mathscr{A}} = \dots$$

**d)** après simplification et factorisation…

Retrouve-t-on l'unité du champ magnétique ?

$$\boxed{\vec{\mathscr{H}} = \frac{I_0 l}{4\pi}k^2 \dots \qquad \hat{e}_\phi}$$

# 2- Étude du dipôle infinitésimal
## Un peu de théorie (3/3)

**Comment déterminer le vecteur-phaseur champ électrique $\overrightarrow{\mathscr{E}}$ ?**

**1re possibilité**

$$\overrightarrow{\mathscr{E}} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\mathscr{V} - \mathrm{i}\omega\overrightarrow{\mathscr{A}}$$

condition de jauge de Lorenz

$$\mathrm{div}\overrightarrow{\mathscr{A}} + \mathrm{i}\omega\frac{1}{c_0^2}\mathscr{V} = 0 \implies \mathscr{V} = \mathrm{i}\frac{c_0^2}{\omega}\mathrm{div}\overrightarrow{\mathscr{A}}$$

$$\overrightarrow{\mathscr{E}} = -\mathrm{i}\frac{c_0^2}{\omega}\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\mathrm{div}\overrightarrow{\mathscr{A}} - \mathrm{i}\omega\overrightarrow{\mathscr{A}}$$

le tout en coordonnées sphériques SVP !

☹ LONG
(à faire à la maison, éventuellement...)

**2e possibilité (plus rapide)**

**a)** Utiliser Maxwell – Ampère avec $\overrightarrow{\mathscr{J}} = \vec{0}$ ➡ $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{\mathscr{H}} = \mathrm{i}\omega\varepsilon_0\overrightarrow{\mathscr{E}}$

**b)** Comme $\overrightarrow{\mathscr{H}} = \mathscr{H}_\phi(r,\theta)\ \hat{e}_\phi$ alors

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{\mathscr{H}} = \frac{1}{r\sin\theta}\left(\mathscr{H}_\phi\sin\theta\right)_{,\theta}\hat{e}_r - \frac{1}{r}\left(r\mathscr{H}_\phi\right)_{,r}\hat{e}_\theta$$

**c)** Diviser par $\mathrm{i}\omega\varepsilon_0$ pour obtenir $\overrightarrow{\mathscr{E}}$

# 2- Étude du dipôle infinitésimal
## Vecteur-phaseur électrique/magnétique sans hypothèse sur kr (1/2)

**Fin objectif n° 1**

| **vecteur-phaseur** | **coordonnées sphériques** |
|---|---|
| champ magnétique $\overrightarrow{\mathscr{H}}$ | $\mathscr{H}_r = \mathscr{H}_\theta = 0$ <br> $\mathscr{H}_\phi = \dfrac{I_0 l}{4\pi} k^2 \ldots$ |
| champ électrique $\overrightarrow{\mathscr{E}}$ | $\mathscr{E}_r = Z_0 \dfrac{I_0 l}{2\pi} k^2 \ldots$ <br> $\mathscr{E}_\theta = \mathrm{i} Z_0 \dfrac{I_0 l}{4\pi} k^2 \ldots$ <br> $\mathscr{E}_\phi = 0$ |

Retrouve-t-on l'unité du champ électrique **?**

avec $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi\ \Omega \approx 377\ \Omega$ impédance de l'O.E.M. dans l'air (vide)

**Commentaires :**

- ✓ termes en $1/r$ ➡ rayonnement
- ✓ termes en $1/r^2$ ➡ phénomène d'induction
- ✓ termes en $1/r^3$ ➡ électrostatique

# 2- Étude du dipôle infinitésimal
## Vecteur-phaseur électrique/magnétique sans hypothèse sur kr (2/2)

**Représentation des amplitudes des vecteurs-phaseurs et leur rapport, en fonction de $kr$**

$\theta = \pi/2$
amplitudes normalisées par rapport à $Ck^2 \mid C = I_0 l \big/ 4\pi$
tracés en échelle log-log

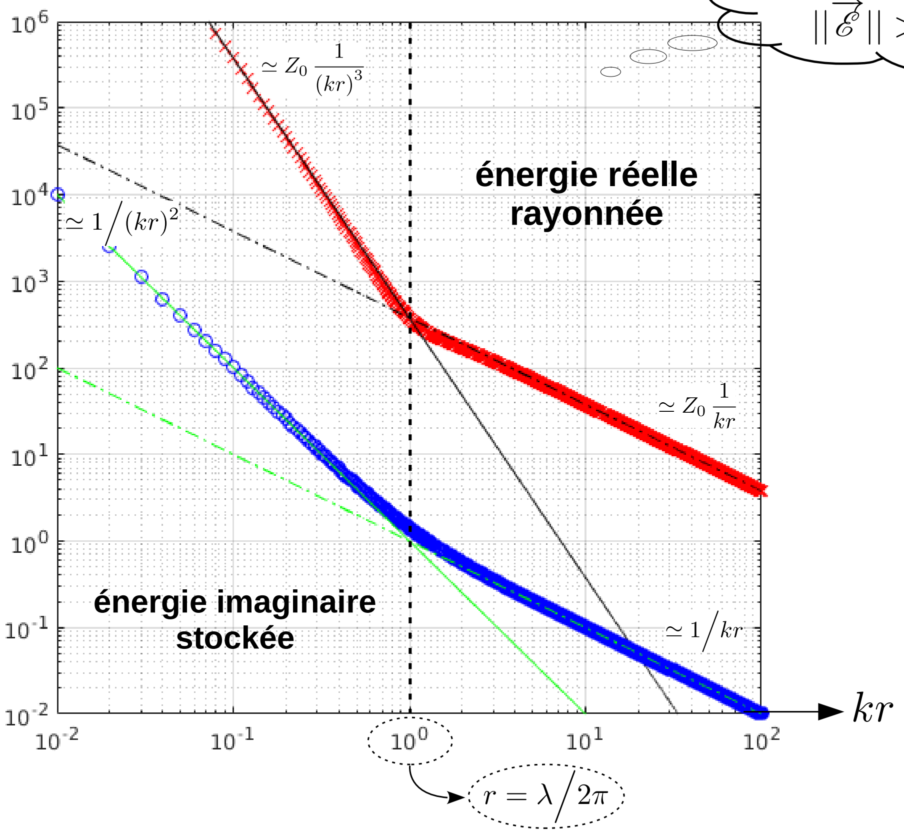
### Expressions des amplitudes

$$||\overrightarrow{\mathscr{H}}|| = |\mathscr{H}_\phi|_{\text{norm.}} = \frac{1}{kr}\sqrt{1+\frac{1}{(kr)^2}} \quad \xrightarrow{kr \ll 1} \simeq \dots \qquad \xrightarrow{kr \gg 1} \simeq \dots$$

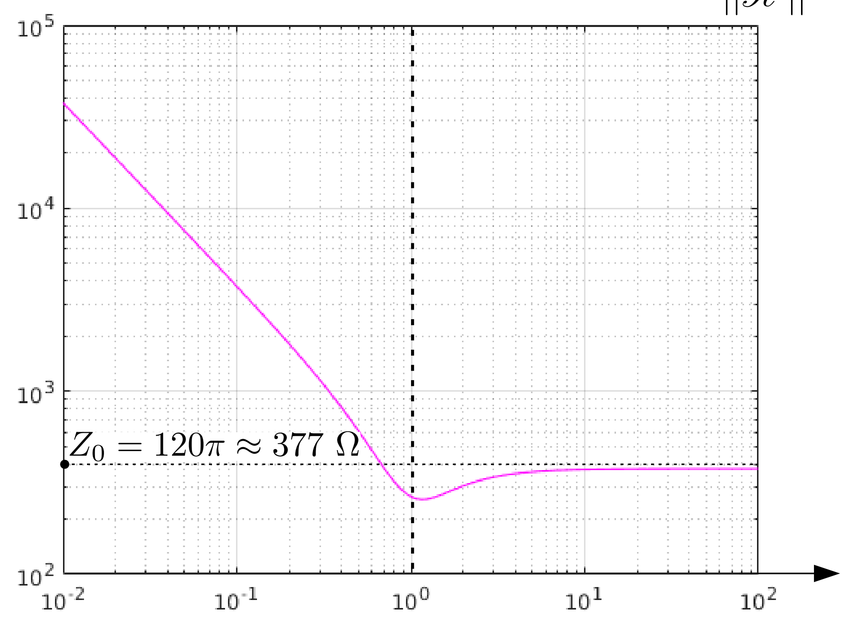
$$||\overrightarrow{\mathscr{E}}|| = |\mathscr{E}_\theta|_{\text{norm.}} = Z_0\frac{1}{kr}\sqrt{1-\frac{1}{(kr)^2}+\frac{1}{(kr)^4}} \quad \xrightarrow{kr \ll 1} \simeq \dots \qquad \xrightarrow{kr \gg 1} \simeq \dots$$

Est-ce-normal d'avoir $||\overrightarrow{\mathscr{E}}|| > ||\overrightarrow{\mathscr{H}}||$ ?

### Tracés des amplitudes




### Tracés du rapport des amplitudes ➡ $Z = \frac{||\overrightarrow{\mathscr{E}}||}{||\overrightarrow{\mathscr{H}}||}$



# 2- Étude du dipôle infinitésimal
## Vecteur-phaseur électrique/magnétique en champ lointain

**Conclusion :**

Parmi les domaines d'applications entrant dans le cadre de ce M1, l'antenne sera utilisée en $\boxed{\text{champ lointain } (kr \gg 1)}$ donc

| **vecteur-phaseur avec $kr \gg 1$** | **coordonnées sphériques** |
|---|---|
| champ magnétique $\overrightarrow{\mathscr{H}}$ | $\mathscr{H}_r = \mathscr{H}_\theta = 0$ <br> $\mathscr{H}_\phi = \mathrm{i}\dfrac{I_0 l}{4\pi} k \ldots$ |
| champ électrique $\overrightarrow{\mathscr{E}}$ | $\mathscr{E}_r = \mathscr{E}_\phi = 0$ <br> $\mathscr{E}_\theta = \mathrm{i}Z_0 \dfrac{I_0 l}{4\pi} k \ldots$ |

**Commentaires :**

✓ $\overrightarrow{\mathscr{E}}$ et $\overrightarrow{\mathscr{H}}$ en phase, orthogonaux entre eux et à la direction de propagation ➡ . . .

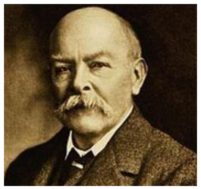
✓ $\left\|\overrightarrow{\mathscr{E}}\right\|$ et $\left\|\overrightarrow{\mathscr{H}}\right\|$ { varient en . . . et . . . ➡ champ E.M. anisotrope, nul pour $\theta = \ldots$ ➡ nul sur l'axe z du dipôle, et max. dans le plan équatorial (xOy)
indépendants de . . . (car symétrie par rotation autour de l'axe Oz)

✓ $\dfrac{\left\|\overrightarrow{\mathscr{E}}\right\|}{\left\|\overrightarrow{\mathscr{H}}\right\|} = \ldots$

✓ $\overrightarrow{\mathscr{E}} = \ldots$ ou $\overrightarrow{\mathscr{H}} = \ldots$ ➡ onde localement plane

### Point de départ : vecteur de Poynting complexe

**a)** expression



(anglais, 1852-1914)

$$\boxed{\overrightarrow{\Pi} = \frac{1}{2}\overrightarrow{\mathscr{E}} \wedge \overrightarrow{\mathscr{H}^*}}$$

unité

$\dots$

ou

$\dots$

**Information**

autres notations rencontrées dans la littérature $\overrightarrow{\mathscr{S}}, \overrightarrow{\mathscr{R}}, \overrightarrow{\mathscr{N}}$ et $\overrightarrow{\mathscr{P}}$

**Remarque**

vecteur de Poynting instantanée $\overrightarrow{\pi}\,(\vec{r},t) := \vec{e} \wedge \vec{h}$

↳ en régime harmonique $< \vec{\pi}\,(\vec{r},t) >_T = \Re\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathscr{E}} \wedge \overrightarrow{\mathscr{H}^*}\right)$

**b)** or $\overrightarrow{\mathscr{E}} = \mathscr{E}_\theta\,\hat{e}_\theta$ et $\overrightarrow{\mathscr{H}} = \mathscr{H}_\phi\,\hat{e}_\phi$ ➡ $\boxed{\overrightarrow{\Pi} = \dots}$

**Commentaires :**

- ✓ $\overrightarrow{\Pi}$ colinéaire et de même sens que la ... ➡ $\overrightarrow{\Pi}$ ... ➡ $\perp$ $\dots$ et $\dots$
- ✓ $\overrightarrow{\Pi}$ varie en $\dots$, les champs en $\dots$
- ✓ $\left\|\overrightarrow{\Pi}\right\|$ maximum en $\dots$ et nul pour $\theta = \dots$

***Autre façon de déterminer le vecteur de Poynting complexe***

en champ lointain, onde localement plane ➡ $\overrightarrow{\mathscr{H}} = \dfrac{1}{Z_0}\left(\hat{e}_r \wedge \overrightarrow{\mathscr{E}}\right)$

$$\overrightarrow{\Pi} = \dots$$

### Puissance moyenne rayonnée $P_{\mathrm{ray}}$

**1re possibilité**

$$\boxed{P_{\mathrm{ray}} = \oint_\Sigma \mathrm{Re}\left(\overrightarrow{\Pi}\right)\cdot\overrightarrow{\mathrm{d}\Sigma} = \frac{1}{2}\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi}\mathrm{Re}\left(\overrightarrow{\mathscr{E}}\wedge\overrightarrow{\mathscr{H}^*}\right)r^2\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi\,\hat{e}_r}$$

unité W

...

Mais que vaut $P = \int_\Sigma \overrightarrow{\Pi}\cdot\overrightarrow{\mathrm{d}\Sigma}$ sans hypothèse sur $kr$ **?**

(pour les curieux...)

donc

$$\boxed{P_{\mathrm{ray}} = Z_0 \ldots}$$

**Commentaires :**

- ✓ $P_{\mathrm{ray}}$ indépendante...
- ✓ $P_{\mathrm{ray}} \propto \ldots$ et à...
- ✓ $P_{\mathrm{ray}} \in \ldots$

# 2- Étude du dipôle infinitésimal
## Puissance moyenne rayonnée et résistance de rayonnement (3/4)

**2e possibilité**

par l'intermédiaire de l'intégrale de $\underbrace{\text{l'intensité de rayonnement } U \ (\mathrm{W/sr})}_{\boxed{\text{valable uniquement en champ lointain !}}}$ sur un angle solide de $4\pi$

$$\boxed{P_\text{ray} = \oint_\Omega U\,\mathrm{d}\Omega = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} U\,\mathrm{d}\Omega \quad \text{avec} \quad \begin{cases} U = r^2\,\overrightarrow{\Pi}\cdot\hat{n} \mid \hat{n} = \hat{e}_r \\ \mathrm{d}\Omega = \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi \end{cases}}$$

en champ lointain (cf. p. 13)

$$\overrightarrow{\Pi} \propto \frac{1}{2Z_0}\ldots \quad \longrightarrow \quad U \propto Z_0\ldots$$

$$\longrightarrow \boxed{P_\text{ray} = Z_0\ldots}$$

**Résistance de rayonnement $R_\text{ray}$**

comme $P_\text{ray} = \dfrac{1}{2}R_\text{ray}I_0^2$ alors

$$\boxed{R_\text{ray} = Z_0\ldots}$$

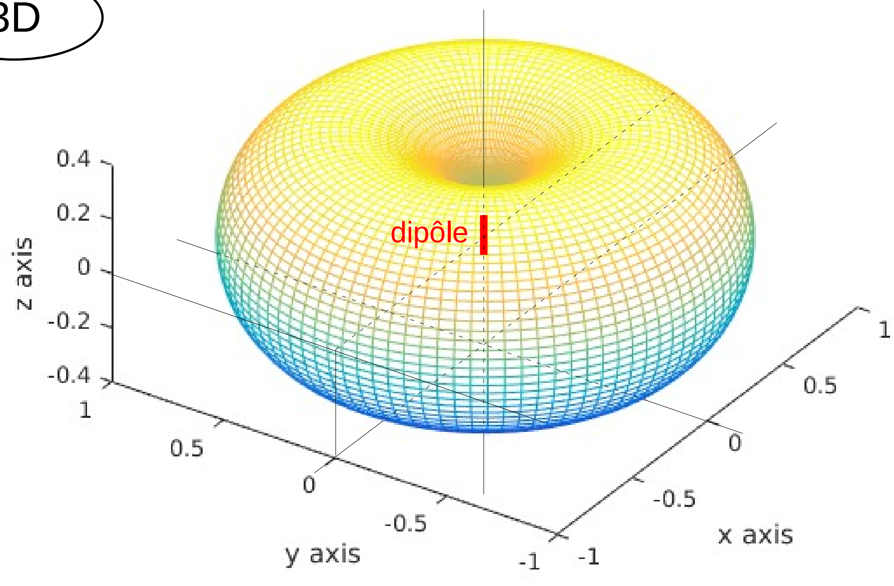
si p. ex. $l = \lambda/10 \longrightarrow R_\text{ray} = \ldots$ $\longrightarrow P_\text{ray}$ faible !

# 2- Étude du dipôle infinitésimal
## Puissance moyenne rayonnée et résistance de rayonnement (4/4)

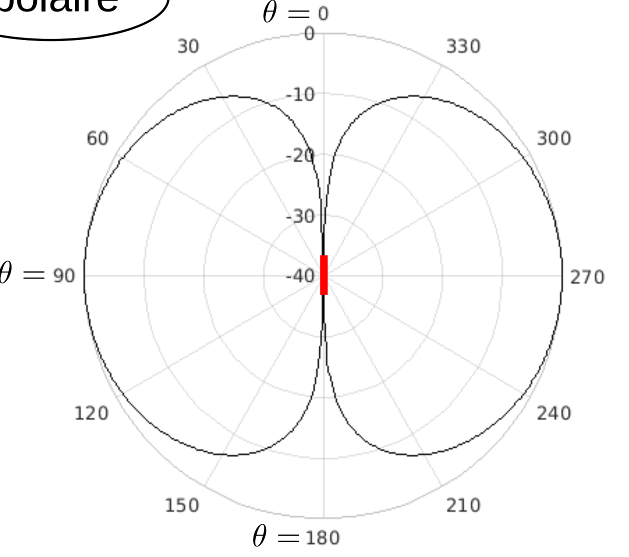
**Représentation de l'intensité de rayonnement normalisée**

$$U_{\text{norm}} = U/\text{cste} = \sin^2\theta \mid \text{cste} = \frac{1}{8} Z_0 \left(\frac{I_0 l}{\lambda}\right)^2$$

3D




polaire




en fonction de $\theta$

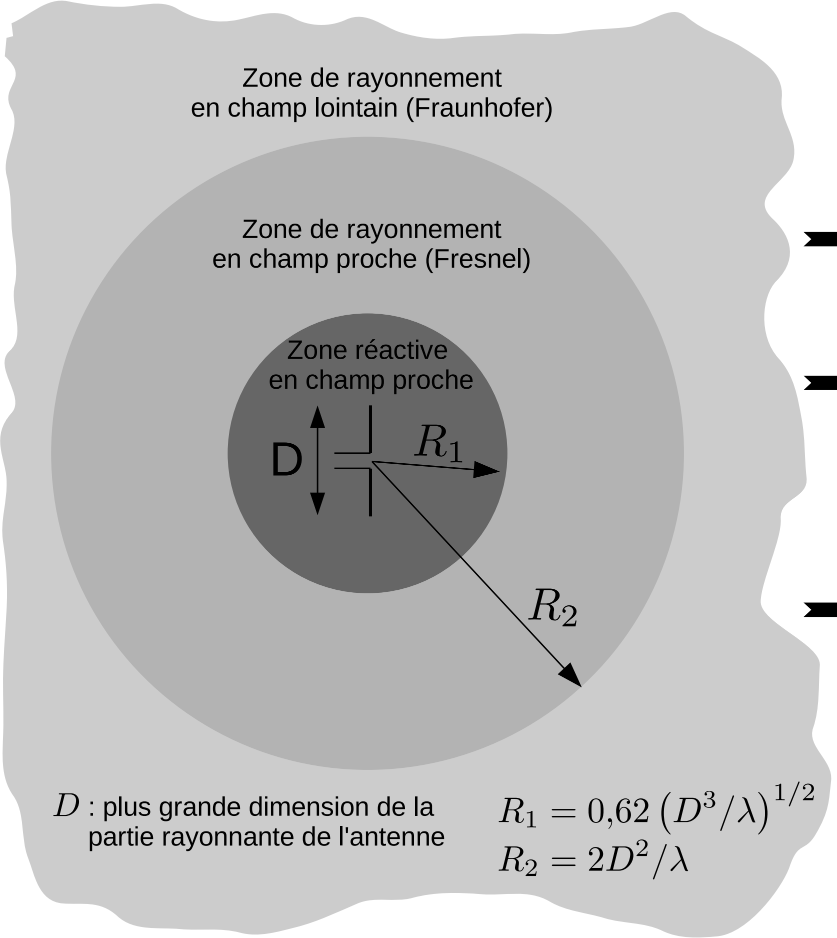
***infinitesimal dipole = doughnut !***

# 3- Diagramme de rayonnement (1/2)

## What is it ?

- représente en 3D (2D en polaire ou 1D en cartésien) la variation du champ EM ou de la puissance EM calculé ou mesuré sur la surface d'une sphère de rayon $r$ ;
- permet de calculer la directivité d'une antenne ;
- se calcule ou se mesure en champ proche ou *champ lointain.*

## Zones de rayonnement




➡ **Zone réactive** $r < \ldots$
région entourant l'antenne où l'énergie réactive domine

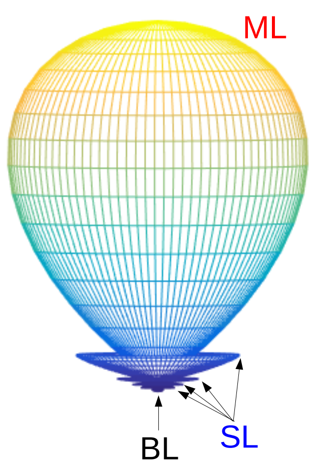
➡ **Zone de champ proche** $\ldots < r < \ldots$
rayonnement prédomine, mais en un point d'observation donné le champ EM dépend de la position angulaire « et » de sa distance à l'antenne

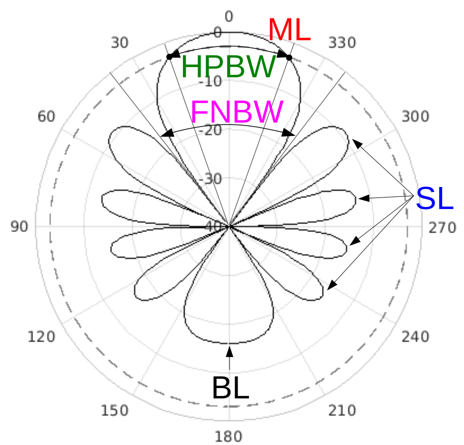
➡ **Zone de champ lointain** $r > \ldots$
dans cette région et en un point d'observation donné, le champ EM dépend que de la position angulaire du point d'observation

# 3- Diagramme de rayonnement (2/2)

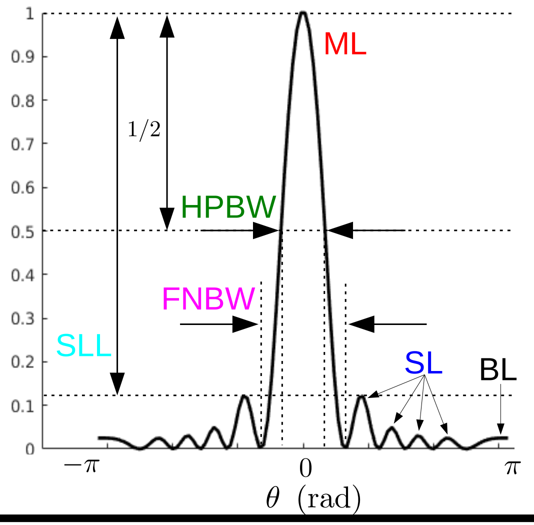
## Représentations possibles

| 3D | polaire | 1D |
|---|---|---|

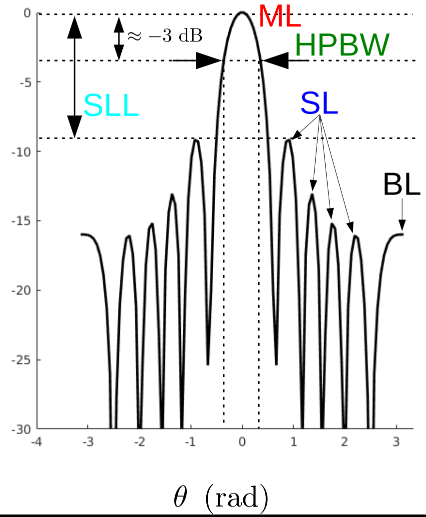



linéaire




dB




## Grandeurs caractéristiques

- ✓ lobe principal (Main Lobe, ML) :
  direction principale dans laquelle l'intensité de rayonnement est maximale
- ✓ lobes secondaires (Side Lobes, SL) :
  directions de rayonnement autre que le lobe principal souhaité
- ✓ lobe arrière (Back Lobe, BL) :
  direction de rayonnement opposée (180°) à celle du lobe principal
- ✓ ouverture à -3 dB ou mi-puissance (Half-Power BeamWidth, HPBW) :
  angle défini entre les deux directions autour du ML pour lesquelles l'intensité de rayonnement du lobe principal est égale à la moitié de sa valeur maximale
- ✓ largeur du premier nul du lobe principal (First Null BeamWidth, FNBW) :
  angle correspondant aux premiers zéro de rayonnement du lobe principal
- ✓ dynamique entre le 1er lobe secondaire (Side Lobe Level, SLL) et le lobe principal
  **Remarque :** pour des applications radar SLL ≈ -20 dB (≈ facteur 100 !)

Que vaut-il pour le dipôle infinitésimal ?

# 4- Directivité, efficacité et gain (1/5)

## Directivité

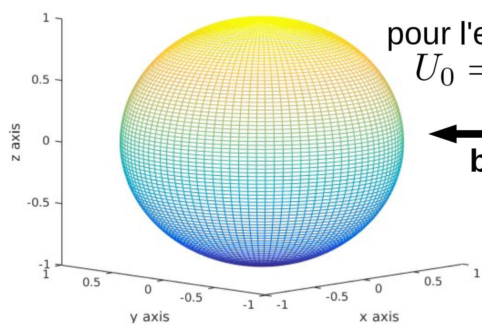
*définition :* rapport de l'intensité de rayonnement, dans une direction donnée $(\theta, \phi)$ à l'intensité de rayonnement d'une source isotrope rayonnant la même puissance

$$D(\theta, \phi) := \frac{U(\theta, \phi)}{U_0}$$

Mais qu'est-ce-qu'une « antenne isotrope » ?

antenne qui rayonne un champ E.M. dont l'intensité est constante dans toutes les directions.
Elle n'existe pas ! C'est un cas idéal qui sert de référence.

$$U_0 = \frac{P_{\text{ray}}}{4\pi}$$




pour l'exemple $U_0 = 1 \, \forall \, (\theta, \phi)$

**boule**

donc

$$\boxed{D(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{\text{ray}}}}$$

sans unité

**Remarque** si $(\theta, \phi)$ non précisés, on parle de directivité maximale $D_{\max}$

$$\boxed{D_{\max} = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)\big|_{\max}}{P_{\text{ray}}} = 4\pi \frac{U_{\max}}{P_{\text{ray}}}}$$

sans unité

*Pour le dipôle infinitésimal*

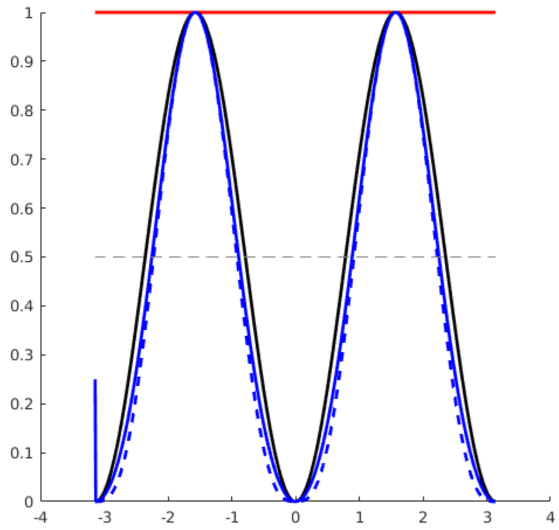
$\boxed{D = \dots}$ et $\boxed{D_{\max} = \dots}$ $\xrightarrow[10\log_{10}(\cdot)]{\text{en dB}}$ $\boxed{D_{\max} \approx \dots}$

# 4- Directivité, efficacité et gain (2/5)

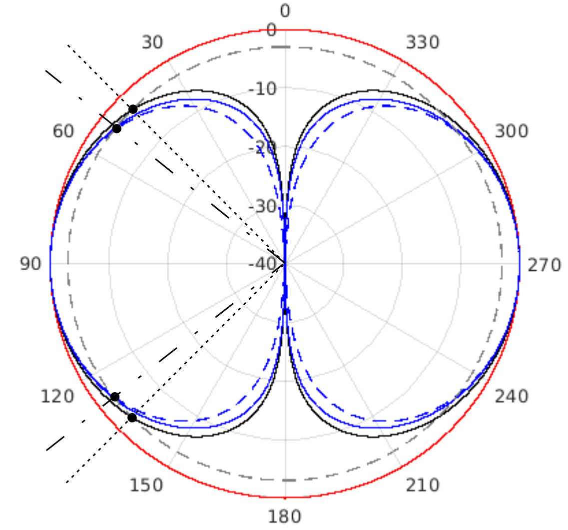
### Exemples de Directivité

| Type d'antenne | Intensité de rayonnement | Directivité | HPBW (°) |
|---|---|---|---|
| source isotrope | $U = 1$ | $1$ | $\times$ |
| dipôle infinitésimal $l \ll \lambda$ | $U \propto \sin^2\theta$ | $1{,}5$ | $90$ |
| dipôle $l = \lambda/2$ | $U \propto \left(\dfrac{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\right)^2 \simeq \sin^3\theta$ | $1{,}64$ | $\simeq 75$ |

1D




polaire




**Conclusion**

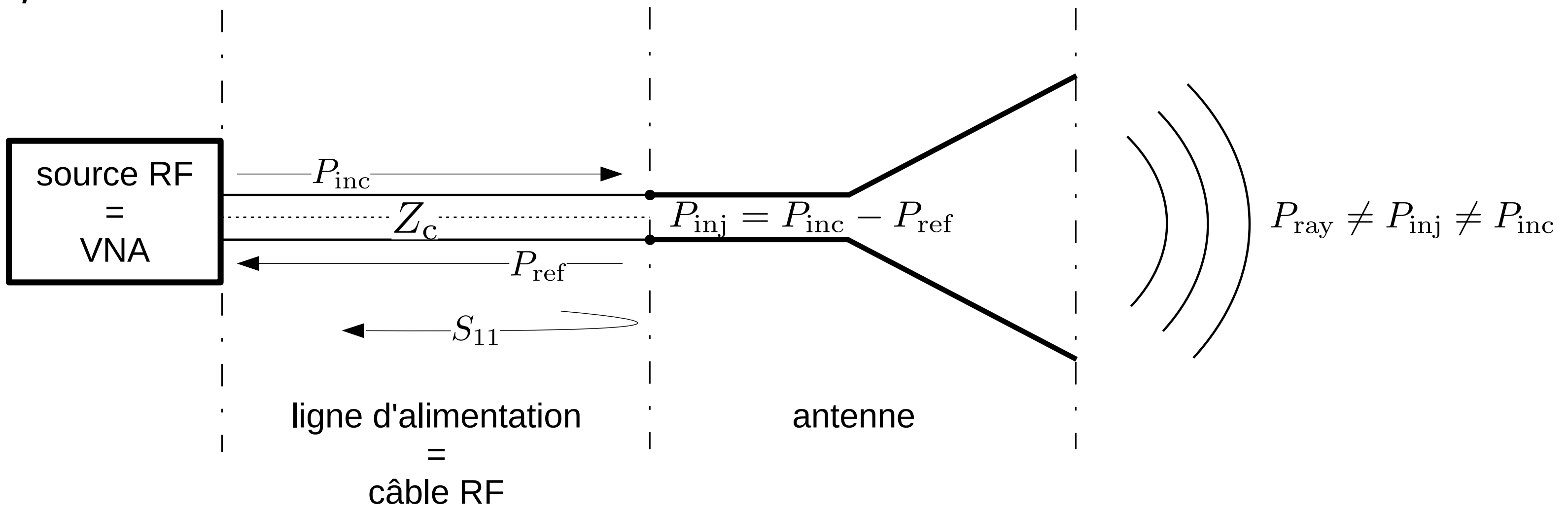
...

# 4- Directivité, efficacité et gain (3/5)

## Efficacité totale (rendement total)

prendre en considération les pertes par désadaptation entre la ligne d'alimentation et l'antenne, ainsi que les pertes dans les matériaux constituant l'antenne (métalliques et diélectriques)

*Contexte expérimental*




**Remarques :**

- ✓ $S_{11}$ « coefficient de réflexion » de l'antenne $S_{11} = \dfrac{Z_A - Z_{\mathrm{c}}}{Z_A + Z_{\mathrm{c}}} \in \mathbb{C}$
- ✓ $Z_A$ « impédance » de l'antenne (cf. p. 26)
- ✓ $P_{\mathrm{inj}} = P_{\mathrm{inc}} - P_{\mathrm{ref}} = P_{\mathrm{inc}}\left(1 - |S_{11}|^2\right) \quad | \quad |S_{11}|^2 = P_{\mathrm{ref}}/P_{\mathrm{inc}}$

$$\boxed{e_{\mathrm{tot}} := \frac{P_{\mathrm{ray}}}{P_{\mathrm{inc}}} = \ldots}$$

Toutes les efficacités sont des nombres sans unité et comprises dans l'intervalle $[0,1]$

# 4- Directivité, efficacité et gain (4/5)

**Gain relatif**

on a vu que

$$e_{\mathrm{ray}} = \frac{P_{\mathrm{ray}}}{P_{\mathrm{inj}}} \quad \text{et} \quad D\left(\theta, \phi\right) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{\mathrm{ray}}}$$

d'où

$$e_{\mathrm{ray}} = 4\pi \; \ldots$$

donc

$$\boxed{e_{\mathrm{ray}} = \frac{G(\theta, \phi)}{D(\theta, \phi)} \quad | \quad G(\theta, \phi) = 4\pi \ldots} \quad \text{et} \quad \boxed{G_{\mathrm{max}} = 4\pi \ldots}$$

$= 1$ si pas de pertes dans les matériaux

sans unité

**Gain absolu**

prendre en considération les pertes par désadaptation entre la ligne d'alimentation et l'antenne

$$\boxed{G_{\mathrm{abs}}(\theta, \phi) = \ldots \qquad G(\theta, \phi)} \quad \text{et} \quad \boxed{e_{\mathrm{tot}} = \ldots}$$

**Remarque**

si adaptation d'impédance entre la ligne d'alimentation et l'antenne $(Z_{\mathrm{ant}} = Z_{\mathrm{c}})$ alors $|S_{11}| = 0$ et $\boxed{G_{\mathrm{abs}} = G}$

# 4- Directivité, efficacité et gain (5/5)

## Avez-vous compris ?

### Problématique

Un dipôle demi-onde sans pertes d'impédance 73 ohms est connecté à une ligne de transmission d'impédance caractéristique 50 ohms. En supposant que l'intensité de rayonnement soit de la forme :

$$U = A_0 \sin^3 \theta$$

déterminer le gain absolu maximum de l'antenne.

### Information

Avant de partir dans les calculs, proposer une procédure d'étude qui permet de parvenir à l'objectif

### Réponse :

**Exemple de procédure d'étude :**

**Mise en œuvre de la procédure**

# 5- Polarisation (1/2)

## What is it ?

$$\underbrace{\text{évolution de l'orientation du champ électrique (magnétique) dans l'espace au cours du temps}}_{\vec{e} = \Re\left(\overrightarrow{\mathscr{E}}\, e^{i\omega t}\right)}$$

$\xrightarrow{\textit{dipôle infinitésimal}}$ $\boxed{\vec{e} \propto \ldots}$ (cf. p. 12)

**Commentaire :**

champ électrique orienté suivant « une » direction $\rightarrow$ $\boxed{\ldots}$

## Pour déterminer de façon « simplifiée » la polarisation

dans le cas où $\overrightarrow{\mathscr{E}} = \overrightarrow{\mathscr{E}}_{\text{reel}} + i\overrightarrow{\mathscr{E}}_{\text{imag}}$

si

- $\overrightarrow{\mathscr{E}}_{\text{reel}} \cdot \overrightarrow{\mathscr{E}}_{\text{imag}} = 0$ et $\left\|\overrightarrow{\mathscr{E}}_{\text{reel}}\right\| = \left\|\overrightarrow{\mathscr{E}}_{\text{imag}}\right\|$ $\rightarrow$ $\boxed{\ldots}$
- $\overrightarrow{\mathscr{E}}_{\text{reel}} \wedge \overrightarrow{\mathscr{E}}_{\text{imag}} = 0$ $\rightarrow$ $\boxed{\ldots}$
- dans les autres cas $\rightarrow$ $\boxed{\ldots}$

**Remarque**

Dans le cas de polarisation circulaire ou elliptique, le sens de rotation est déterminé « par convention » lorsque l'OEM arrive vers l'observateur

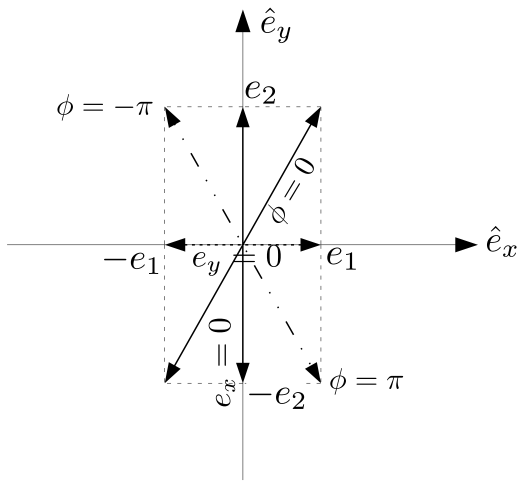
- ✓ *polar. gauche* si on tourne dans le *sens anti-horaire*
- ✓ *polar. droite* si on tourne dans le *sens horaire*

# 5- Polarisation (2/2)

## Exemple avec une OPPM

$$\vec{e}\,(z,t)\begin{pmatrix} e_x = e_1\cos\left(\omega t - kz + \phi_x\right) \\ e_y = e_2\cos\left(\omega t - kz + \phi_y\right) \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{e_y}{e_x} = \frac{e_2}{e_1}e^{\mathrm{i}\phi} \mid \phi = \phi_y - \phi_x$$

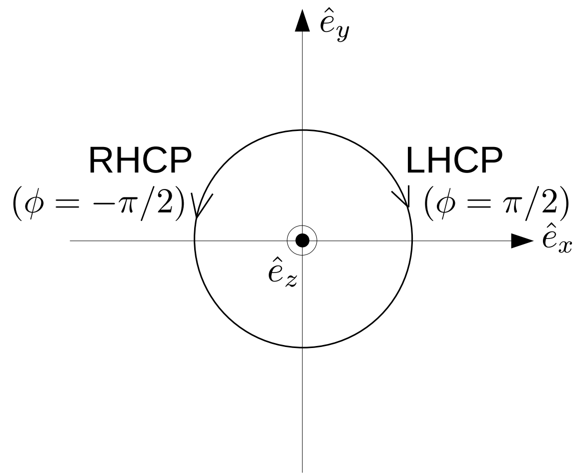
**polar. linéaire**




**polar. circulaire**

$e_1 = e_2 = e_0$ et $\phi = \pm\pi/2$

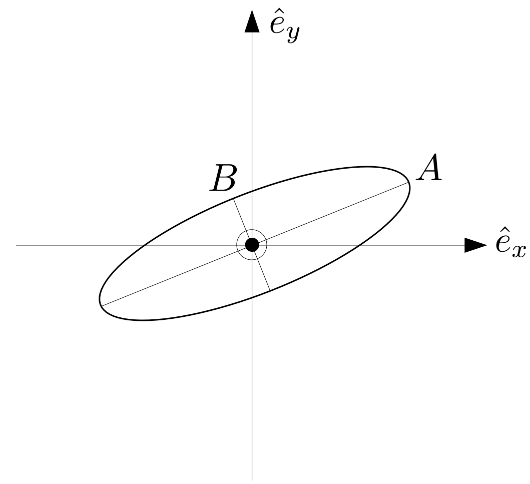
alors $||\vec{e}||^2 = e_0^2$




**polar. elliptique**

$e_2 = 2\,e_1$ et $\phi = -\pi/2$

alors $e_x^2 + \left(e_y^2/4\right) = e_1^2$




**Rapport axial**

$$1 \leq AR = \frac{OA}{OB} < \infty$$

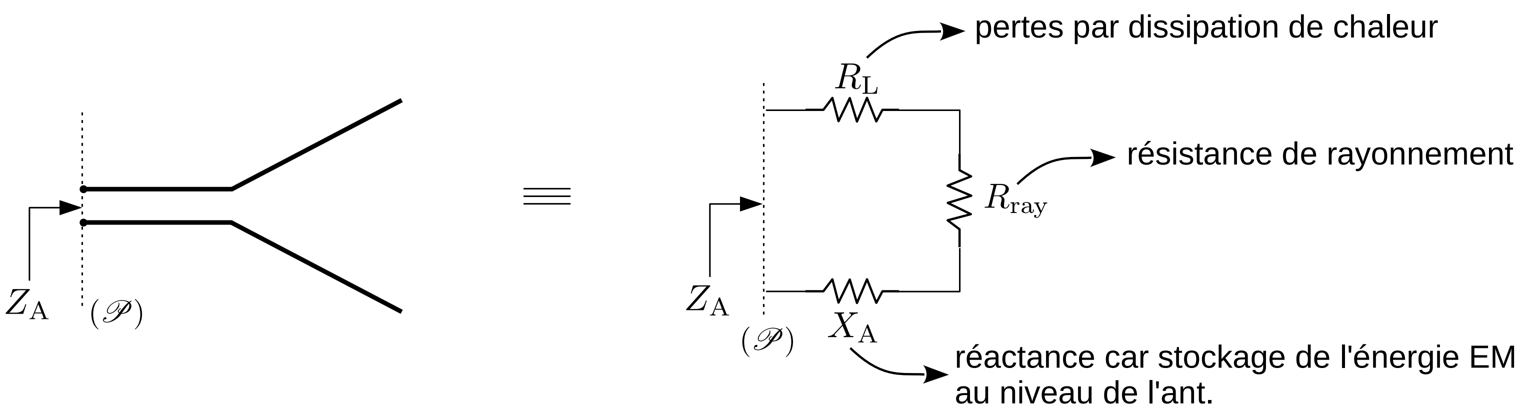
si
- $AR = 1 \Rightarrow$ ...
  *en pratique* $AR \leq 3$ dB
- $AR \approx \infty \Rightarrow$ ...

(cf. Annexe effet de polarisation)

# 6- Impédance d'entrée d'une antenne (1/5)

**Définition et modèle équivalent**

- ✓ impédance présentée par l'antenne au niveau du connecteur (ou terminaison)
- ✓ grandeur complexe et fonction de la fréquence
- ✓ modèle équivalent valable pour des antennes petites et simples



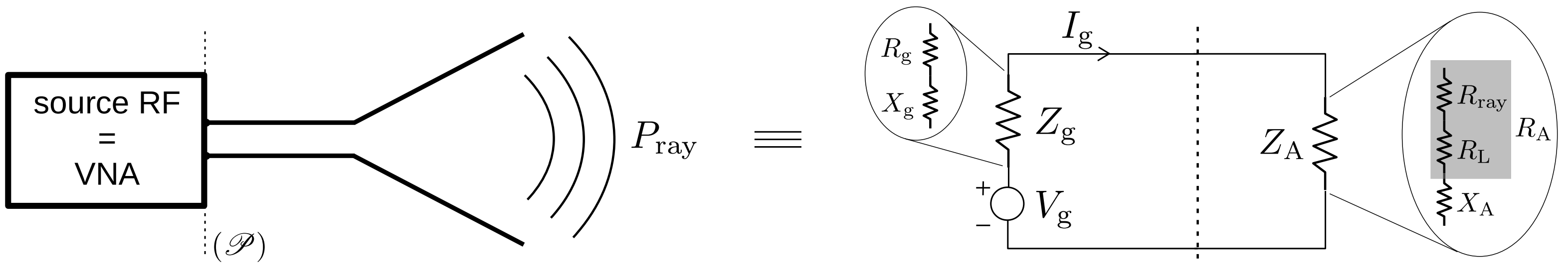

$$\boxed{Z_\mathrm{A} = R_\mathrm{A} + \mathrm{i}X_\mathrm{A} \quad \text{avec} \quad \left| \begin{array}{l} R_\mathrm{A} = R_\mathrm{ray} + R_\mathrm{L} \in \mathbb{R}_{>0} \\ X_\mathrm{A} \in \mathbb{R} \end{array} \right.}$$

**Remarque**

Dans la conception d'antenne on essaie d'avoir...

*Pour le dipôle infinitésimal* $Z_\mathrm{A} = \ldots$

## Bilan de puissance en Tx




impédance de la source $(\mathscr{P})$ impédance de l'antenne

$Z_{\mathrm{g}} = R_{\mathrm{g}} + \mathrm{i}X_{\mathrm{g}}$ $\quad$ $Z_{\mathrm{A}} = R_{\mathrm{A}} + \mathrm{i}X_{\mathrm{A}}$

courant fourni par la source $I_{\mathrm{g}} = \dfrac{V_{\mathrm{g}}}{Z_{\mathrm{A}} + Z_{\mathrm{g}}} = \dfrac{V_{\mathrm{g}}}{R_{\mathrm{g}} + R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{ray}} + \mathrm{i}\,(X_{\mathrm{A}} + X_{\mathrm{g}})}$

► Puissance moyenne rayonnée par l'antenne

$$P_{\mathrm{ray}} = \frac{1}{2} R_{\mathrm{ray}} |I_{\mathrm{g}}|^2 \quad \Rightarrow \quad P_{\mathrm{ray}} = \frac{|V_{\mathrm{g}}|^2}{2} \cdot \frac{R_{\mathrm{ray}}}{(R_{\mathrm{g}} + R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{ray}})^2 + (X_{\mathrm{A}} + X_{\mathrm{g}})^2}$$

► Puissance dissipée sous forme de chaleur dans l'antenne

$$P_{\mathrm{L}} = \frac{1}{2} R_{\mathrm{L}} |I_{\mathrm{g}}|^2 \quad \Rightarrow \quad P_{\mathrm{L}} = \frac{|V_{\mathrm{g}}|^2}{2} \cdot \frac{R_{\mathrm{L}}}{(R_{\mathrm{g}} + R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{ray}})^2 + (X_{\mathrm{A}} + X_{\mathrm{g}})^2}$$

► Puissance restante dissipée en chaleur dans la résistance interne de la source

$$P_{\mathrm{g}} = \frac{1}{2} R_{\mathrm{g}} |I_{\mathrm{g}}|^2 \quad \Rightarrow \quad P_{\mathrm{g}} = \frac{|V_{\mathrm{g}}|^2}{2} \cdot \frac{R_{\mathrm{g}}}{(R_{\mathrm{g}} + R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{ray}})^2 + (X_{\mathrm{A}} + X_{\mathrm{g}})^2}$$

► Puissance fournie par la source

$$P_{\mathrm{S}} = \frac{1}{2} V_{\mathrm{g}} I_{\mathrm{g}}^* \quad \Rightarrow \quad P_{\mathrm{S}} = \frac{|V_{\mathrm{g}}|^2}{2} \cdot \frac{1}{R_{\mathrm{g}} + R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{ray}} - \mathrm{i}\,(X_{\mathrm{A}} + X_{\mathrm{g}})}$$

**Question**

quelle est la puissance maximale délivrée à l'antenne, pour une tension $V_{\mathrm{g}}$ imposée ?

# 6- Impédance d'entrée d'une antenne (3/5)

**Réponse**

puissance délivrée à la charge maximale si

$$\boxed{\begin{array}{c} R_{\text{ray}} + R_{\text{L}} = R_{\text{g}} \\ \text{et} \\ X_{\text{A}} = -X_{\text{g}} \end{array}} \longrightarrow \boxed{Z_{\text{A}} = Z_{\text{g}}^{*}}$$

...

Dans ces conditions les puissances sont

| $P_{\text{ray}}$ | $P_{\text{L}}$ | $P_{\text{g}} = P_{\text{ray}} + P_{\text{L}}$ | $P_{\text{S}}$ |
|---|---|---|---|
| $\frac{\lvert V_{\text{g}}\rvert^2}{8} \cdot \frac{R_{\text{ray}}}{(R_{\text{ray}} + R_{\text{L}})^2}$ | $\frac{\lvert V_{\text{g}}\rvert^2}{8} \cdot \frac{R_{\text{L}}}{(R_{\text{ray}} + R_{\text{L}})^2}$ | $\frac{\lvert V_{\text{g}}\rvert^2}{8} \cdot \frac{R_{\text{g}}}{(R_{\text{ray}} + R_{\text{L}})^2}$ | $\frac{\lvert V_{\text{g}}\rvert^2}{4\,(R_{\text{ray}} + R_{\text{L}})}$ |

$$\boxed{\begin{array}{l} P_{\text{S}} = P_{\text{ray}} + P_{\text{L}} + P_{\text{g}} \\ \qquad \Longrightarrow \; P_{\text{S}} = \ldots \end{array}}$$

**Commentaires**

La moitié de la puissance fournie par le générateur part dans l'antenne. L'autre partie est dissipée sous forme de chaleur dans la résistance interne de la source.

**Conclusion**

Une antenne idéale rayonne au mieux 50 % de la puissance électrique fournie

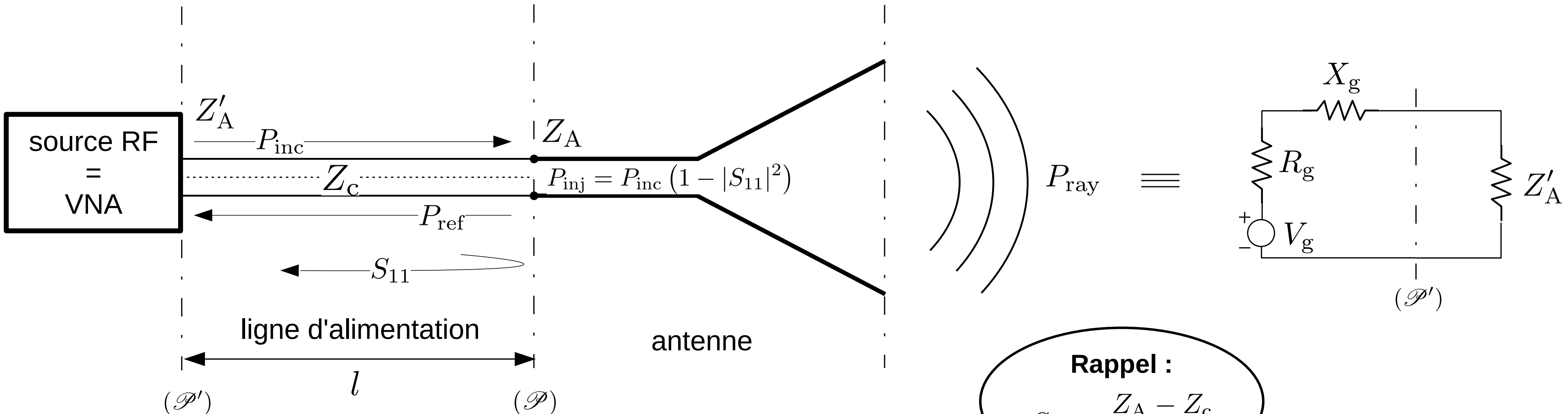
**Remarque**

L'efficacité de rayonnement peut être également définie comme le rapport de la puissance fournie à la résistance de rayonnement $R_{\text{ray}}$, à la puissance fournie à la résistance de l'antenne $R_{\text{A}}$ $(= R_{\text{ray}} + R_{\text{L}})$

$$e_{\text{ray}} = \frac{R_{\text{ray}}}{R_{\text{ray}} + R_{\text{L}}}$$

# 6- Impédance d'entrée d'une antenne (4/5)

Dans la réalité, l'antenne est connectée à la source par une ligne. Donc, prendre en considération la désadaptation entre la ligne et l'antenne




**Rappel :**

$$S_{11} = \frac{Z_A - Z_c}{Z_A + Z_c}$$

Pour une ligne à pertes, l'impédance de l'antenne ramenée par la ligne en sortie de la source (ou à l'entrée de la ligne) est

$$Z'_A = Z_c \cdot \frac{Z_A + Z_c \tanh(\gamma l)}{Z_c + Z_A \tanh(\gamma l)} \mid \gamma = \alpha + i\beta$$

$\beta$ : déphasage linéïque
$\alpha$ : atténuation linéïque (pertes)
$\gamma$ : constante de propagation complexe

si « ligne sans pertes » $(\alpha = \ldots)$

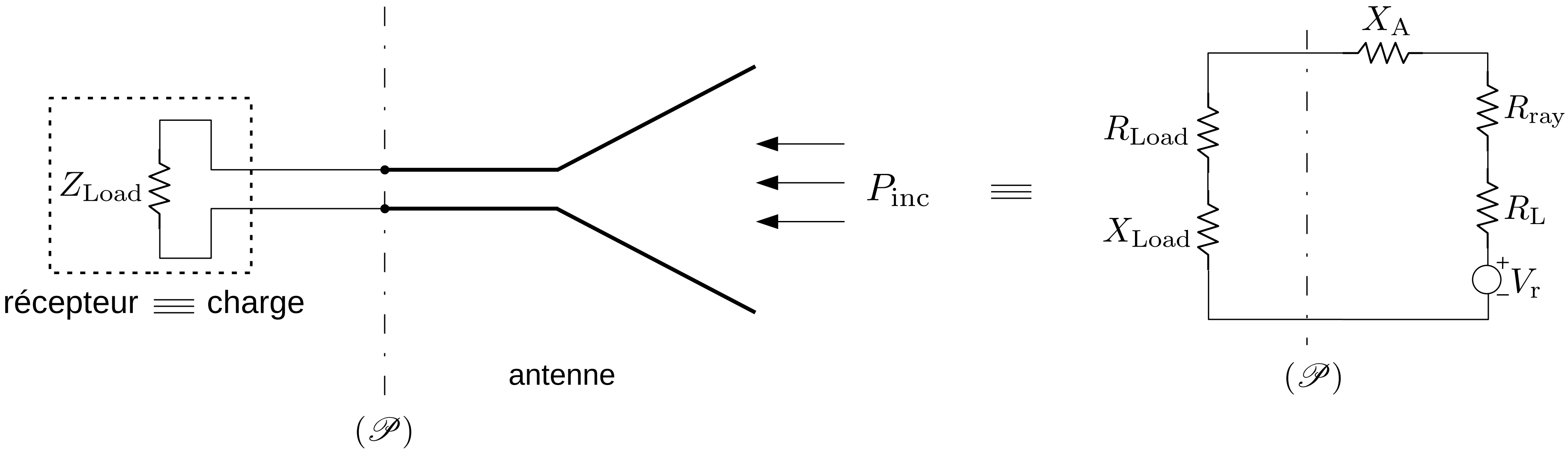
$$Z'_A = \ldots$$

**Remarque**

Si la ligne d'alimentation présente des pertes, alors les intégrer dans la détermination de la puissance incidente au niveau de l'antenne

# 6- Impédance d'entrée d'une antenne (5/5)

**Bilan de puissance en Rx**



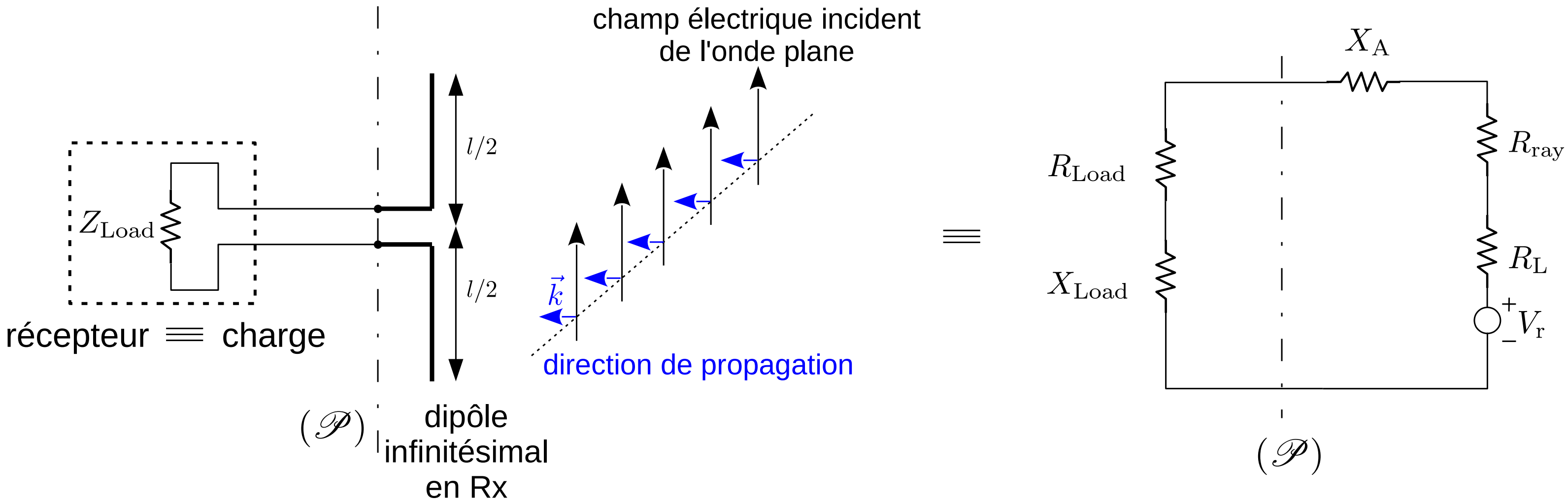

En Rx, l'onde incidente captée par l'antenne peut être modélisée par une source de tension $V_{\mathrm{r}}$ analogue à la source $V_{\mathrm{g}}$ du fonctionnement en Tx.

La partie calcul est identique à celle de l'antenne en Tx.

# 7- Bilan de liaison (1/4)

**Surface efficace (*effective area, en anglais*) d'une antenne**

Une antenne en Rx capte la puissance incidente des OEM pour la transmettre à la charge




La surface efficace (ou surface équivalente, aire d'absorption, aire effective) est définie comme le rapport de la puissance fournie (ou transmise) à la charge à la densité de puissante de l'onde incidente

unité $\mathrm{m}^2$

$$\boxed{A_{\mathrm{e}} = \frac{P_{\mathrm{Load}}}{\left.\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}S}\right|_{\mathrm{inc}}}}$$

Pour les antennes pouvant être modélisées par un circuit équivalent

$$\boxed{A_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\frac{R_{\mathrm{Load}}|I_{\mathrm{r}}|^2}{\left.\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}S}\right|_{\mathrm{inc}}}}$$

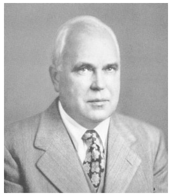
La surface efficace est reliée à la directivité :

$$A_{\mathrm{e}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D(\theta, \phi) \quad \text{et est maximale pour} \quad A_{\mathrm{e_m}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0$$

si on prend en considération l'efficacité de rayonnement de l'antenne $(e_{\mathrm{ray}} = G/D)$ alors

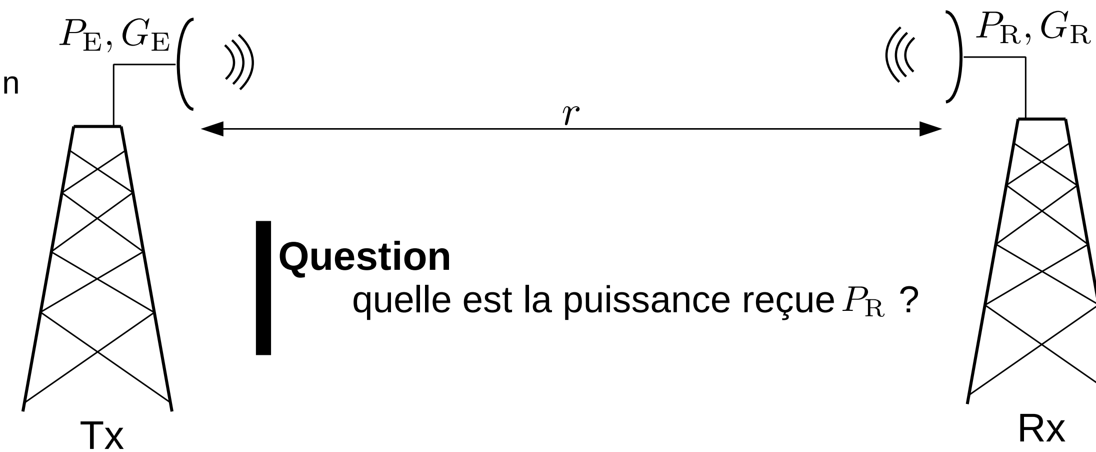
$$\boxed{A_{\mathrm{e}} = \ldots} \quad \text{et} \quad \boxed{A_{\mathrm{e_m}} = \ldots}$$

## Formule de transmission de Friis (équation des télécommunications)



danois-américain
(1893-1976)

- ✓ traduit un bilan de puissance entre une antenne en Tx et une antenne en Rx, en vue directe
- ✓ valable uniquement si la distance qui les sépare est supérieure à $2D^2/\lambda$




**Question**
quelle est la puissance reçue $P_\mathrm{R}$ ?

- $P_\mathrm{E}$ → puissance incidente sur le port d'alimentation de l'antenne Tx
- $G_\mathrm{E}(\theta_\mathrm{E}, \phi_\mathrm{E})$ → gain de l'antenne Tx
- $G_\mathrm{R}(\theta_\mathrm{R}, \phi_\mathrm{R})$ → gain de l'antenne Rx
- $P_R$ → puissance reçue sur l'antenne de Rx, donc transmise au récepteur connecté à l'antenne de Rx

► Densité de puissance rayonnée par l'antenne en Tx à la distance $r$

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}S}\right|_\mathrm{Rx} = \frac{P_\mathrm{E}}{4\pi r^2} G_\mathrm{E} = \frac{PIRE}{4\pi r^2} \mid PIRE = P_\mathrm{E} G_\mathrm{E}}$$

Puissance Isotrope Rayonnée Équivalente
en anglais : *EIRP, Effective Isotropric Radiated Power*

unité W

► Puissance reçue par l'antenne en Rx

$$P_\mathrm{R} = A_\mathrm{eR} \left.\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}S}\right|_\mathrm{Rx} \mid A_\mathrm{eR} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_\mathrm{R}\left(\theta_\mathrm{R}, \phi_\mathrm{R}\right) \Rightarrow \boxed{P_\mathrm{R} = \ldots}$$

avec la prise en compte des pertes par : désadaptation entre la ligne et l'antenne, polarisation

$$\boxed{P_\mathrm{R} = \ldots}$$

# 7- Bilan de liaison (3/4)

**Autres déclinaisons de la formule de Friis**

- ✓ en fonction de la fréquence $f$

$$P_\mathrm{R} = \ldots$$

- ✓ en fonction du nombre d'onde $k$

$$P_\mathrm{R} = \ldots$$

- ✓ en fonction de l'affaiblissement en espace libre $A_0$ (*free space path loss,* en anglais)

$$P_\mathrm{R} = \ldots$$

- ✓ **en dBm**

**Rappel**

$$P\,(\mathrm{dBm}) := 10\log_{10}\left(\frac{P\,(W)}{1\mathrm{mW} = 10^{-3}\,\mathrm{W}}\right) = 10\log_{10}\big(P\,(W)\big) + 30$$

$$\boxed{P_\mathrm{R}\,(\mathrm{dBm}) = \ldots}$$

**Remarque**

✓ si $r\,(\mathrm{km})$ et $f\,(\mathrm{GHz})$

$$A_0\,(\mathrm{dB}) \approx \ldots$$

✓ si $r\,(\mathrm{km})$ et $f\,(\mathrm{MHz})$ ➡ UIT-R, Secteur des Radiocommunications

$$A_0\,(\mathrm{dB}) \approx \ldots$$

# 7- Bilan de liaison (4/4)

## Avez-vous compris ?

### Problématique

Des antennes d'émission et de réception fonctionnant à 1 GHz, avec des gains respectivement de 20 et 15 dB, sont séparées d'une distance de 1 km. La puissance d'entrée est de 150 W. Déterminer la puissance reçue, en W et en dBm, lorsque :

a) les antennes sont adaptées en polarisation ;

b) l'antenne d'émission est à polarisation circulaire (gauche ou droite) et l'antenne de réception est à polarisation linéaire.

### Réponse :

# 8- Bande passante (1/3)

*bandwith* (BW), en anglais

- La BW d'une antenne est la bande de fréquence à l'intérieure de laquelle les caractéristiques radioélectriques de l'antenne respectent des standards spécifiés

p. ex.

**GSM-2G** (Global System for Mobile Communication), bandes :
890-900 MHz (Orange, UpLink (tél. portable → BTS))
1713-1737 MHz (Orange, UpLink (tél. portable → BTS), zone très dense)

**UMTS-3G** (Universal Mobile Telecommunications System),
bandes 900 MHz et 2100 MHz

**LTE-4G** (Long Term Evolution), bandes : 800 MHz, 2600 MHz

**WiFi**, bandes : 2,4 GHz et 5 GHz

**Bluetooth**, bande : 2,4 GHz

etc.

- Comme les caractéristiques radioélectriques d'une antenne n'ont pas le même comportement en fréquence, il n'existe pas de définition unique de la BW.
- De façon générale, on fait une différence entre la BW en diagramme de rayonnement et la BW en impédance.
- On distingue les antennes à bandes étroites et les antennes larges bandes

  a) antenne bande étroite

$$BW = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{f_c} * 100\%$$

fréquence centrale

  b) antenne large bande

  rapport de la fréquence maximale à la fréquence minimale, p. ex.

$BW = 8:1$ (fréquence maximale 8 fois supérieure à la fréquence minimale)

**Remarque**

autres définitions $BW = 2 \cdot \frac{f_{\max} - f_{\min}}{f_{\max} + f_{\min}} \geq 0{,}2$ ou $BW \geq 500$ MHz

# 8- Bande passante (2/3) *bandwith* (BW), en anglais

**Mesure de la BW en VSWR (Voltage Standing Wave Ratio)**

→ basée sur un critère $\boxed{VSWR \leq \dots}$

**Bref rappel sur la ligne coaxiale** $(l \gg \lambda_{\text{milieu}})$

source RF — ligne coaxiale — charge

→ siège d'une onde stationnaire → $VSWR = \dfrac{|V_{\max}|}{|V_{\min}|} = \dfrac{|V_{\text{inc}}| + |V_{\text{ref}}|}{|V_{\text{inc}}| - |V_{\text{ref}}|} = \dfrac{1 + |S_{11}|}{1 - |S_{11}|}$

Rappel $\in [\dots, \dots]$

$\in [\dots, \dots[$

sans unité

→ $|S_{11}| = \dfrac{VSWR - 1}{VSWR + 1}$

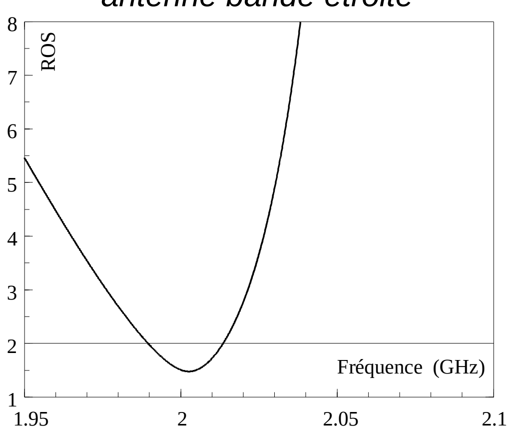
si $VSWR = 2$

alors $|S_{11}| = \dots$

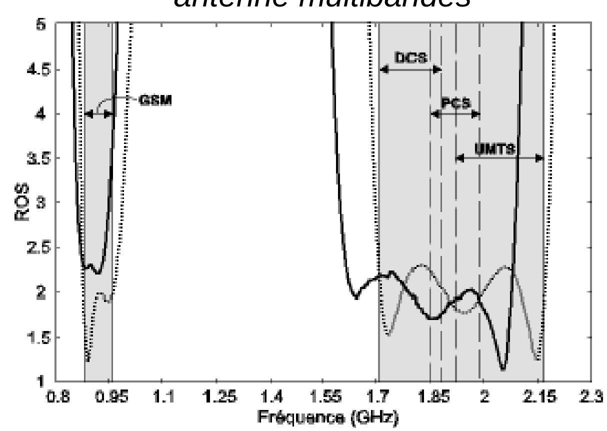
donc $P_{\text{inj}} = \dots$

**Exemples de VSWR mesurés (travaux réalisés au LEAT)**

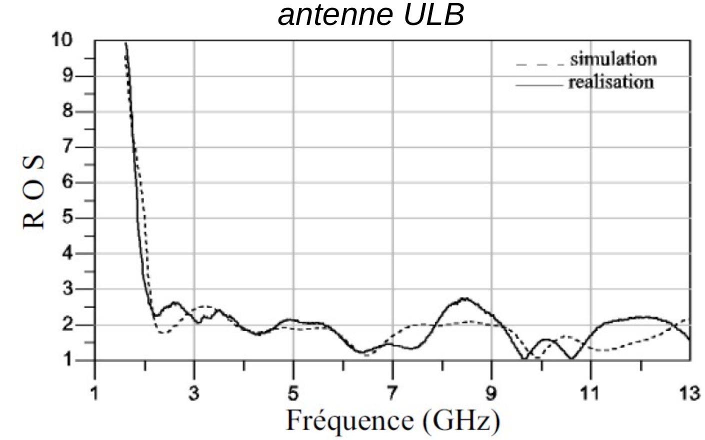
*antenne bande étroite*




*antenne multibandes*




*antenne ULB*



# 8- Bande passante (3/3) *bandwith* (BW), en anglais

**Mesure de la BW en réflexion**

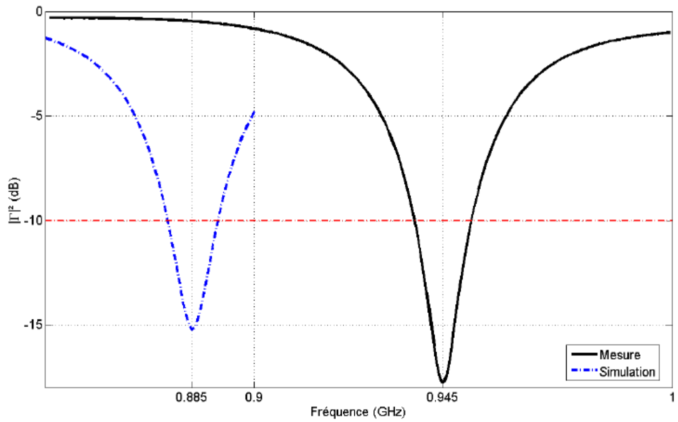
si $VSWR = 2$

alors $|S_{11}| = \ldots$

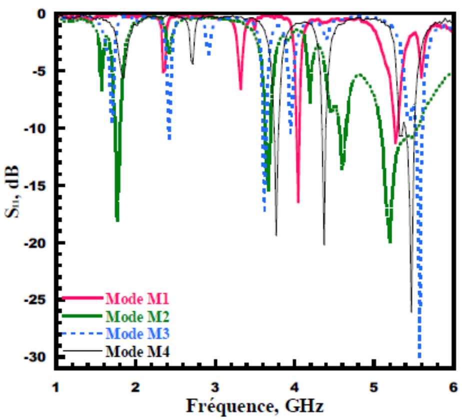
donc $|S_{11}|_{\mathrm{dB}} = \ldots$ ➡ $\boxed{|S_{11}|_{\mathrm{dB}} = \ldots}$

**Exemples de coefficient de réflexion mesurés**

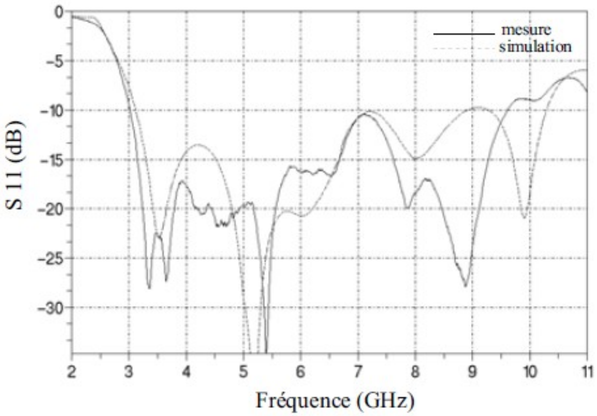
*antenne bande étroite (Ghiotto 2008, LCIS)*




*antenne multibandes (Trad 2014, IETR)*




*antenne ULB (Fortino 2006, LEAT)*



# Antennes réseaux (1/13)

## 1^er^ objectif

Obtenir une antenne directive, donc une antenne à fort gain, dans une direction donnée.


### Comment ?

une possibilité : augmenter la taille de l'antenne. Mais, jusqu'où dans la mesure du réalisable ?

*solution :* utiliser ce même élément rayonnant et le répéter suivant un certain agencement spatial linéaire (*réseau 1D*), plan ou circulaire (réseau 2D).

## 2^e^ objectif

Pointer le lobe principal dans différentes directions

### Comment ?

1^re^ possibilité : balayage mécanique

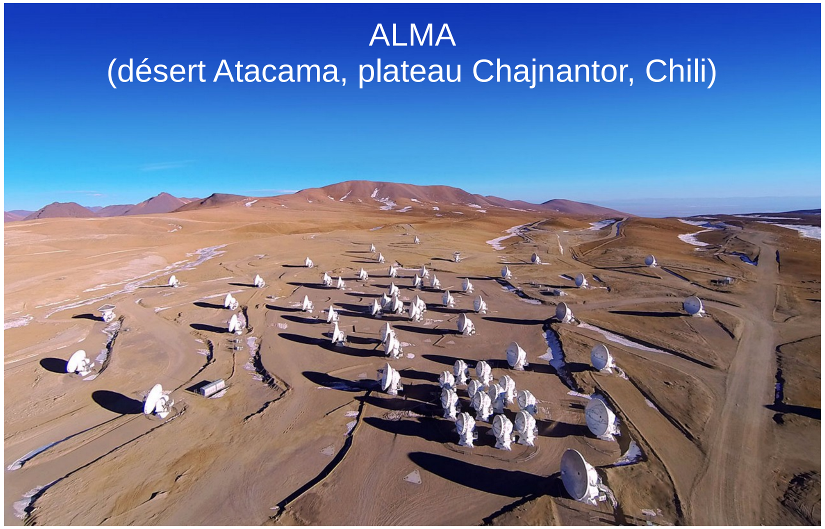

2^e^ possibilité : balayage électronique

*passif* (en anglais PESA, Passive Electronically Scanned Array)

*actif* (en anglais AESA, Active Electronically Scanned Array)

# Antennes réseaux (2/13)

**Quelques exemples...**



ALMA
(désert Atacama, plateau Chajnantor, Chili)

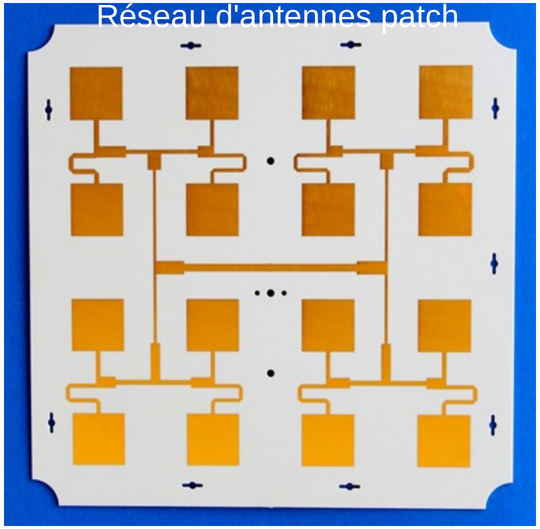
(source : https://cdn.eso.org/images/screen/alma-hexa-2-3_cc.jpg)

VLT
(désert Atacama, plateau du mont Paranal, Chili)

(source : https://cdn.eso.org/images/publicationjpg/eso-paranal-51.jpg)

Rafale
(radar RBE2-AESA)

(source : http://www2.thalesgroup.com/press/Web/eventsZip/zip20170523114056/
Press%20datasheets/fiche-presse-radar-rb2e-aesa.pdf)



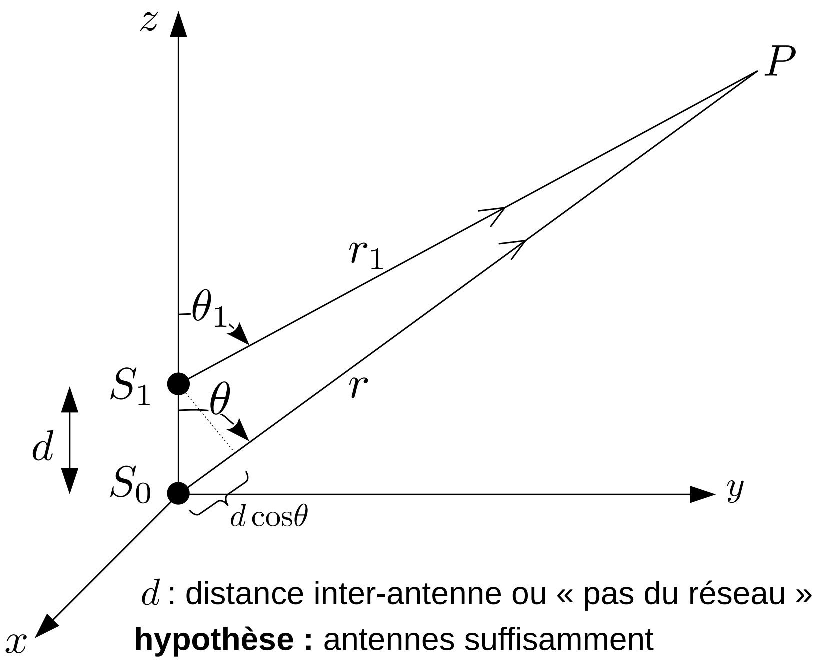
Réseau d'antennes patch

(source http://lrtechus.com/services)

# Antennes réseaux (3/13)

## Réseau linéaire

### Cas simple : 2 antennes identiques




$d$ : distance inter-antenne ou « pas du réseau »

**hypothèse :** antennes suffisamment espacées pour éviter le couplage mutuel

**Question**

quel est le champ électrique total au point $P$ ?

**Réponse**

$$\overrightarrow{\mathscr{E}_\mathrm{t}} = \overrightarrow{\mathscr{E}_0} + \overrightarrow{\mathscr{E}_1} = a_0 \frac{e^{-\mathrm{i}kr}}{r} \vec{e}(\vec{u}) + a_1 \frac{e^{-\mathrm{i}kr_1}}{r_1} \vec{e}(\vec{u})$$

avec $a_n = |a_n| e^{\mathrm{i}\varphi_n}$ loi d'alimentation

$\vec{e}(\vec{u})$ caractéristique vectorielle de rayonnement

comme $\theta_1 \simeq \theta$, $r_1 \simeq r$ → pour les variations d'amplitude } car champ lointain

$r_1 = r - d\,\hat{e}_3 \cdot \hat{e}_r$

$\quad = r - d\cos\theta$ → pour les variations de phase

donc

$$\boxed{\overrightarrow{\mathscr{E}_\mathrm{t}} = \frac{e^{-\mathrm{i}kr}}{r} \vec{e}(\vec{u}) \underbrace{\left(a_0 + a_1 e^{\mathrm{i}kd\cos\theta}\right)}_{AF}}$$

$AF$ (*Array Factor*, en anglais)

### Généralisation à N antennes identiques

$$\boxed{AF = \ldots}$$

**Rappel**
$k = 2\pi/\lambda$

**Conclusion**

Le diagramme de rayonnement d'un réseau est le produit du diagramme de rayonnement d'un élément isolé par le facteur de réseau

déterminé par la position des sources et non par la nature de celle-ci.

# Antennes réseaux (4/13)

**Étude du facteur de réseau *AF* dans le cas d'une loi d'alimentation :**

- uniforme (constante) en amplitude ➡ $|a_n| = 1$
- linéaire en phase ➡ $\varphi_n = -n\varphi \mid n \in \mathbb{N}$ (écart de phase identique entre deux sources consécutives)

**Nouvelle expression du *AF***

$$AF = \sum_{n=0}^{N-1} e^{\mathrm{i}nkd\cos\theta} e^{-\mathrm{i}n\varphi}$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} e^{\mathrm{i}n\psi} \mid \psi = kd\cos\theta - \varphi$$

$$AF = \ldots$$

$$AF = \ldots$$

Si la référence de phase est prise au centre du réseau alors :

$$\boxed{AF(u) = \frac{\sin(Nu)}{\sin(u)} \mid u = \frac{kd\cos\theta - \varphi}{2}}$$

# Antennes réseaux (5/13)

**Propriétés de** $|AF(u)|$

$$|AF(u)| = \left|\frac{\sin(Nu)}{\sin(u)}\right| = N\boxed{\left|\frac{\sin(Nu)}{N\sin(u)}\right|}$$

*N*ormalized *A*rray *F*actor

$$NAF = \frac{|AF|}{\max(|AF|)} \quad | \max(|AF|) = N$$

Pourquoi ?

- **Parité**

$$|AF(-u)| = \dots$$

- **Périodicité**

$$|AF(u)|\Big|_{u \to u+\pi} = \dots$$

- **Directions pour lesquelles** $|AF(u)| = 0$

si . . .

# Antennes réseaux (6/13)

► **Directions pour lesquelles $|AF(u)|$ max**

si . . .

**Conclusion**

1er maximum caractérise le lobe principal pour $m = \ldots$

$\theta_{\max} = \ldots$ angle pour lequel $\psi\left(\theta = \theta_{\max}\right) = \ldots$

► **Directions pour lesquelles les lobes secondaires de $|AF(u)|$ sont max**

si . . .

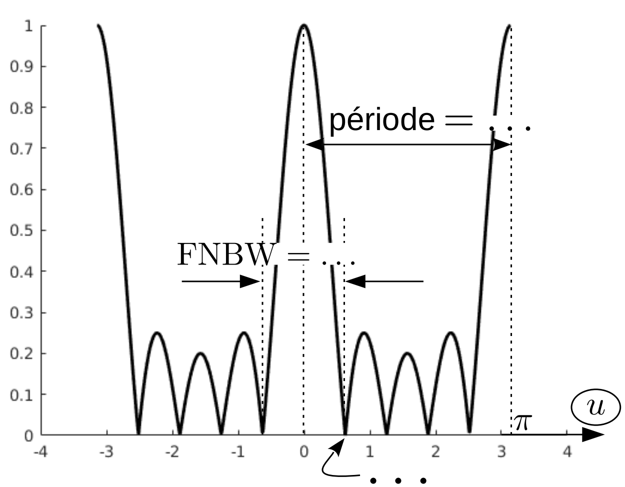
**Exemple de représentation du facteur de réseau normalisé, *NAF***

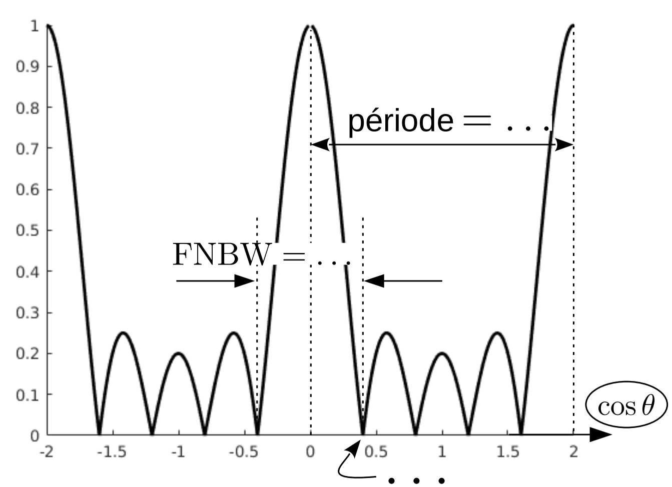
**conditions**

$N = 5$

$d = \lambda/2$

$\varphi = 0$




**Interprétation**

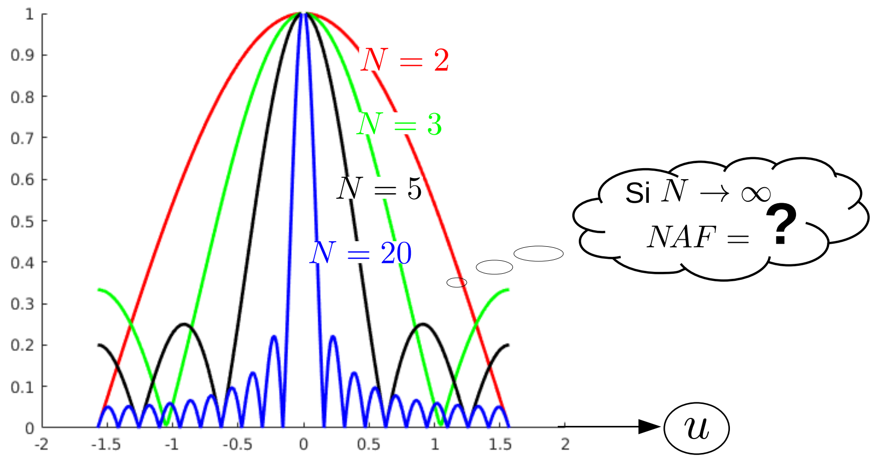
pas de déphasage entre antennes alors max du $|AF|$ transversal à l'axe du réseau

...

# Antennes réseaux (7/13)

## Étude paramétrique sur le *NAF*

$\cancel{N}\nearrow \quad d = \lambda/2 \quad \varphi = 0$

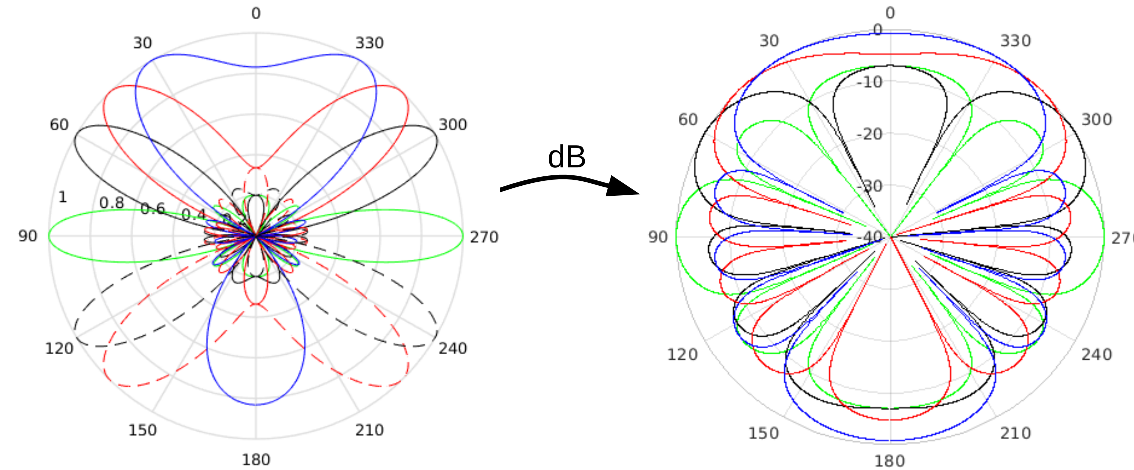



### Interprétation

Quand N augmente, le *HPBW* du |*AF*| diminue. Donc, la directivité du réseau croît, c.-à.-d. lobe principal étroit

$N = 5 \quad d = \lambda/2 \quad \cancel{\varphi}\nearrow$

| $\varphi = 0$ | $\varphi = \pi/2$ | $\varphi = \pi\sqrt{2}/2$ | $\varphi = \pi\sqrt{3}/2$ |
|---|---|---|---|
| max. en $\theta = 90°$ | max. en $\theta = 60°$ | max. en $\theta = 45°$ | max. en $\theta = 30°$ |




### Interprétation

- ✓ Quand $\varphi > 0$ le lobe principal s'écarte de la normale à l'axe du réseau, et le maximum du |AF| appartient à $[0,\pi/2]$
- ✓ Si $\varphi < 0$ le maximum du |AF| appartient à $[\pi/2,\pi]$
- ✓ Si $|\varphi|$ augmente le *HPBW* du faisceau principal augmente

Directivité moins bonne ☹

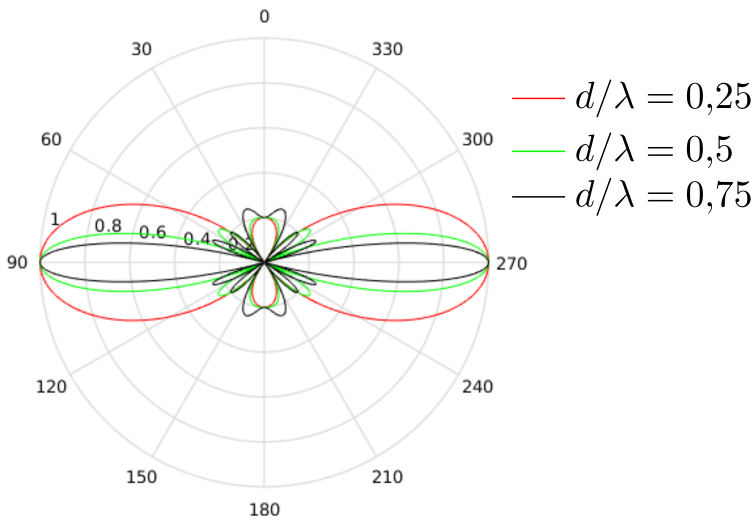
**Remarque**

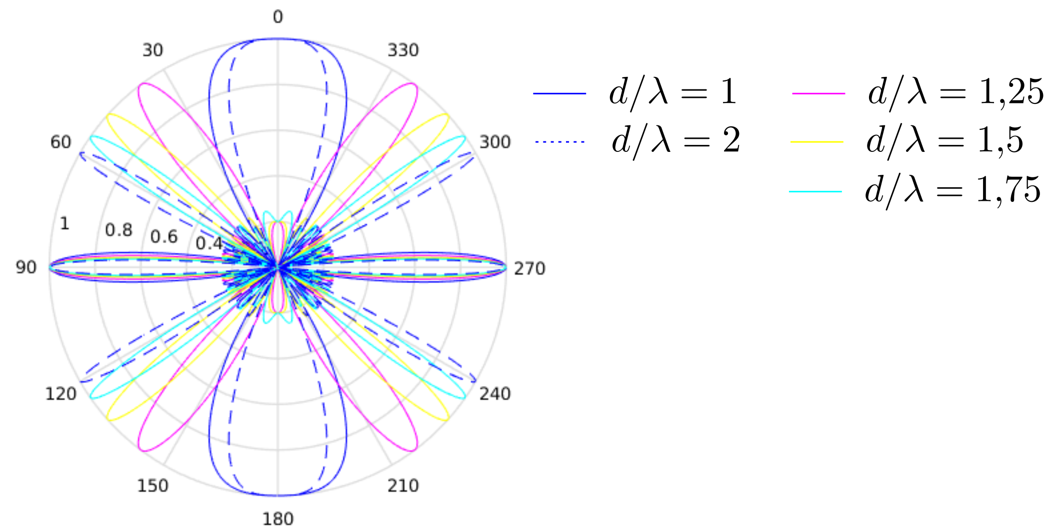
Les |AF| obtenus avec $\varphi < 0$ sont symétriques par rapport au plan *xOy* de ceux obtenus avec $\varphi > 0$

**Étude paramétrique sur le *NAF***

$N = 5 \quad \cancel{d/\lambda} \quad \varphi = 0$

La longueur du réseau varie




**Interprétation**

- ✓ $d/\lambda < 1$ ➡ le max. du *AF* est toujours ……………………..
- ✓ $d/\lambda = 1$ ➡ en plus du 1er max. du *AF*, apparition de nouveaux maximums $\theta = \ldots$ on parle de « ………………………..»
  également vrai pour $d/\lambda = \ldots$
- ✓ $1 < d/\lambda < 2$ ➡ le max. en $\theta = 0^\circ$ se déplace dans $\theta = \ldots$
  le max. en $\theta = 180^\circ$ se déplace dans $\theta = \ldots$
- ✓ $d/\lambda = 2$ ➡ les max. du *AF* dirigés vers $\theta = \ldots$

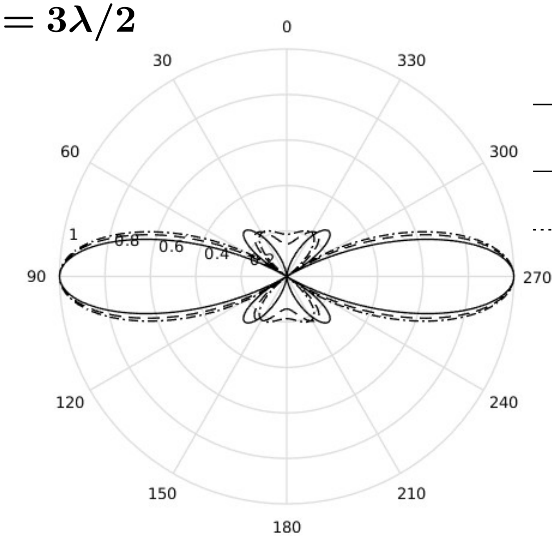
# Antennes réseaux (9/13)

**Étude paramétrique sur le *NAF***

$N \nearrow$ $d/\lambda \nearrow$ $\varphi = 0$

La longueur du réseau ne varie pas

**1^er cas** $L = 3\lambda/2$




—— $N = 4, d/\lambda = 1/2$

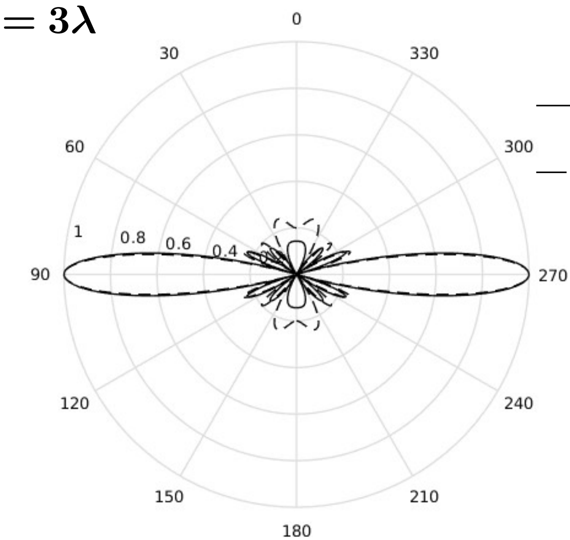
— — $N = 7, d/\lambda = 1/4$

········ $N = 13, d/\lambda = 1/8$

**Conclusion**

…………………………

**2^e cas** $L = 3\lambda$




—— $N = 4, d/\lambda = 1/2$

— — $N = 7, d/\lambda = 1/4$

**Interprétation**

…………………………

# Antennes réseaux (10/13)

## Étude paramétrique sur le *NAF*

### Comment obtenir un réseau de type $\underbrace{\text{« end-fire »}}$ ?

$\max(NAF)$ en bout de réseau ➡ $\theta = 0^\circ$ ou $180^\circ$ ➡ $\varphi = \pm kd$

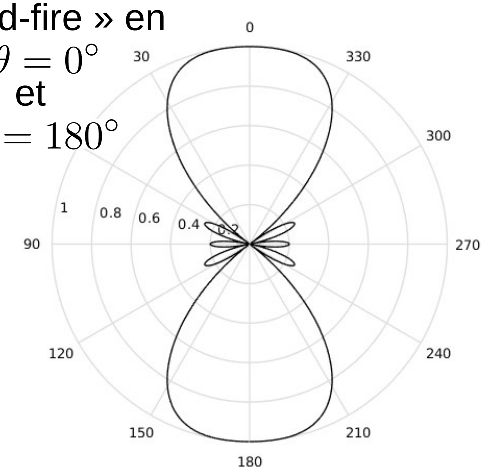
$N = 5$

**1er possibilité** $d/\lambda \in \ldots$

cf. p. 45 MAIS...

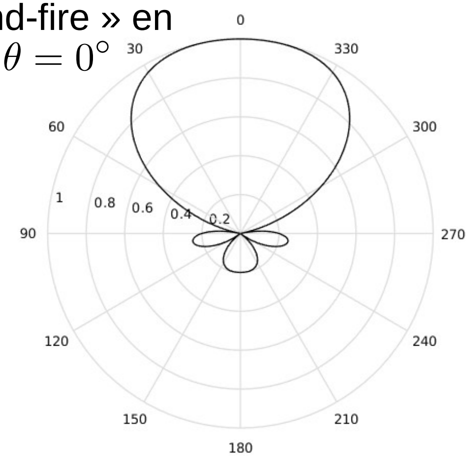
**2e possibilité** $d/\lambda = \ldots$ et $\varphi = \ldots$

« end-fire » en
$\theta = 0^\circ$
et
$\theta = 180^\circ$



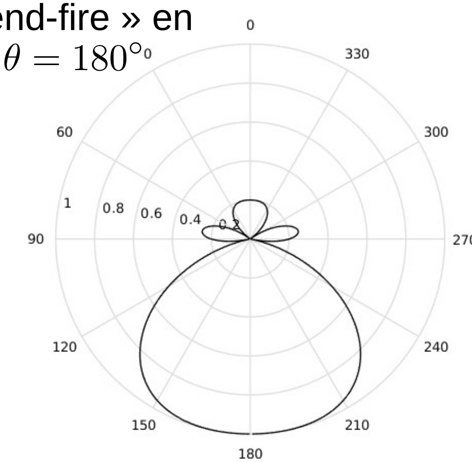

**3e possibilité** $d/\lambda = \ldots$ et $\varphi = \ldots$

« end-fire » en
$\theta = 0^\circ$




**4e possibilité** $d/\lambda = \ldots$ et $\varphi = \ldots$

« end-fire » en
$\theta = 180^\circ$

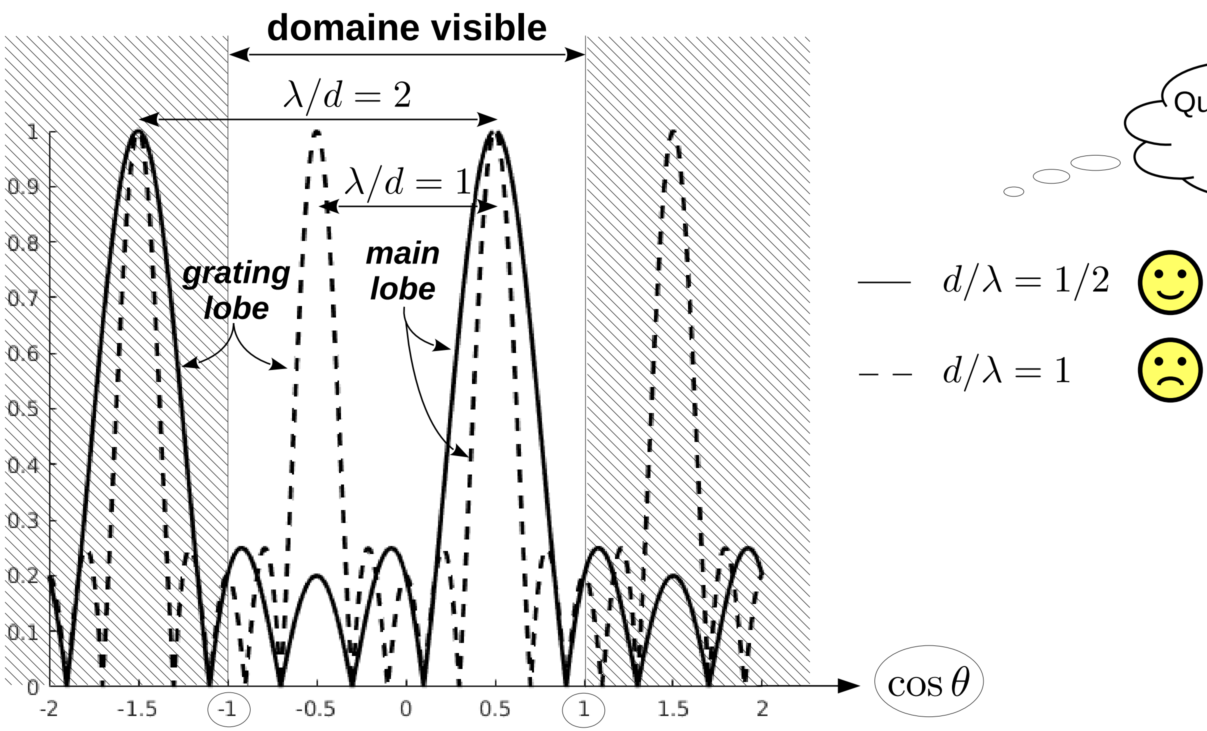


## Qu'appelle-t-on domaine (régime) visible ?

**conditions**

$N = 5$

$\max\left(NAF\right)$ en $60°$




Quelle est la loi de phase pour chacun des tracés ?

**Condition d'absence de lobes de réseau (*grating lobes*, en anglais) ou lobes de périodicité**

$$\boxed{\frac{d}{\lambda} \leq \frac{1}{1+\cos\theta_{\mathrm{ml}}}}$$

$\theta_{\mathrm{ml}}$ : direction souhaitée pour avoir un maximum de rayonnement

# Antennes réseaux (12/13)

## Avez-vous compris ?

### Problématique

On considère deux dipôles électriques demi-onde placés suivant l'axe (Ox), de façon symétrique par rapport à l'origine du repère, distants de d et orientés suivant l'axe (Oz). Déterminer l'expression du vecteur-phaseur champ électrique total dans le cas d'une loi d'alimentation uniforme en amplitude et linéaire en phase.

### Réponse :

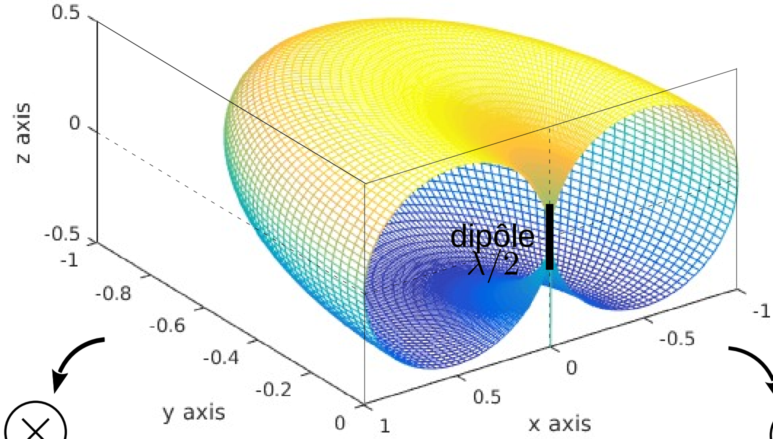
# Antennes réseaux (13/13)

$$N = 2$$
$$d = \lambda/2$$

**pour faciliter la lecture**

$$0 \leq \theta \leq \pi$$
$$-\pi \leq \phi \leq 0$$

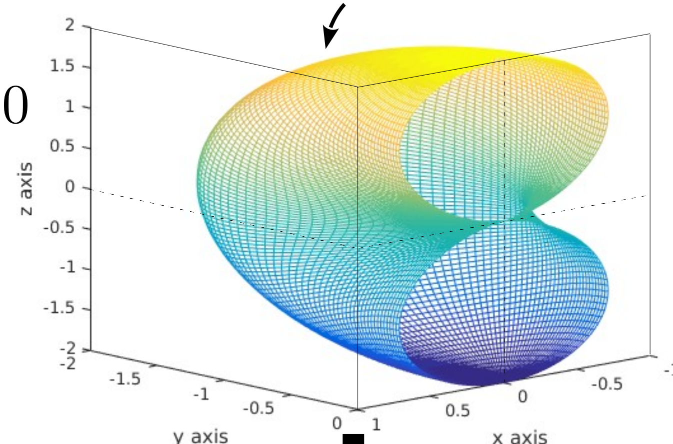
**Fonction caractéristique « d'un » dipôle demi-onde**
$f(\theta)$



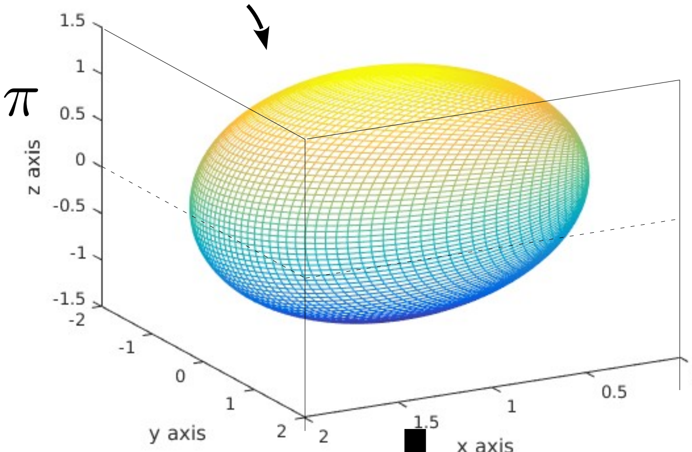

$\otimes$ $\otimes$

***AF***

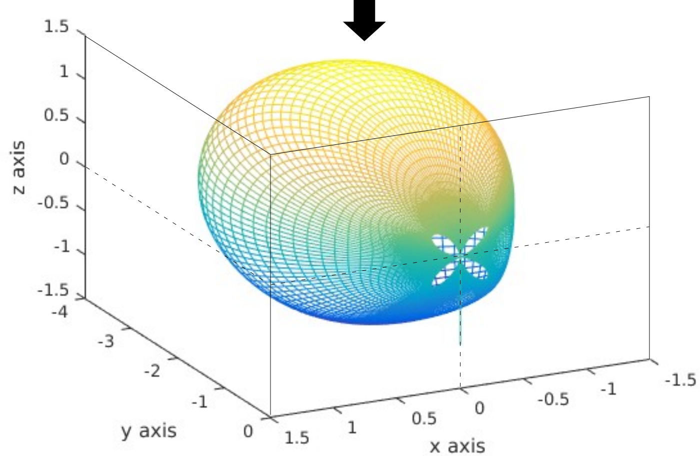
$\varphi = 0$

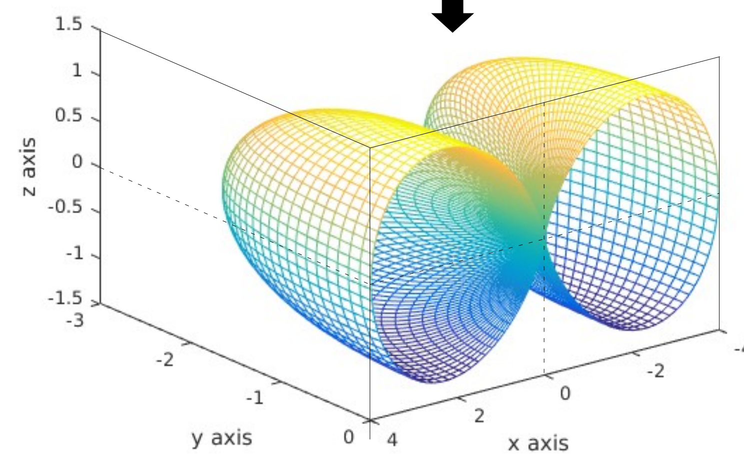



$\varphi = \pi$




**Intensité de rayonnement du réseau**
$(f \cdot AF)^2$



# Annexe 1

## Efficacité de la polarisation

### linéaire - linéaire

| *Polarisation Tx* | *Polarisation Rx* | *Efficacité de polarisation* |
|---|---|---|
| verticale | verticale | 1 |
| horizontale | horizontale | |
| +45° | +45° | |
| verticale | +/- 45° | 1/2 |
| horizontale | +/- 45° | |
| verticale | horizontale | 0 |
| horizontale | verticale | |
| +45° | -45° | |

### circulaire - circulaire

| *Polarisation Tx* | *Polarisation Rx* | *Efficacité de polarisation* |
|---|---|---|
| gauche | gauche | 1 |
| droite | droite | |
| gauche | droite | 0 |
| droite | gauche | |

### linéaire - circulaire

| *Polarisation Tx* | *Polarisation Rx* | *Efficacité de polarisation* |
|---|---|---|
| linéaire | circulaire gauche ou droite | 1/2 |
| circulaire gauche ou droite | linéaire | |

# Annexe 2 (1/5)

## Synthèse d'antennes réseaux par la méthode de Dolph-Chebyshev

### Objectif

Obtenir un rapport Main Lobe à Side Lobes important

### Particularité de la méthode

Side Lobes Level identiques

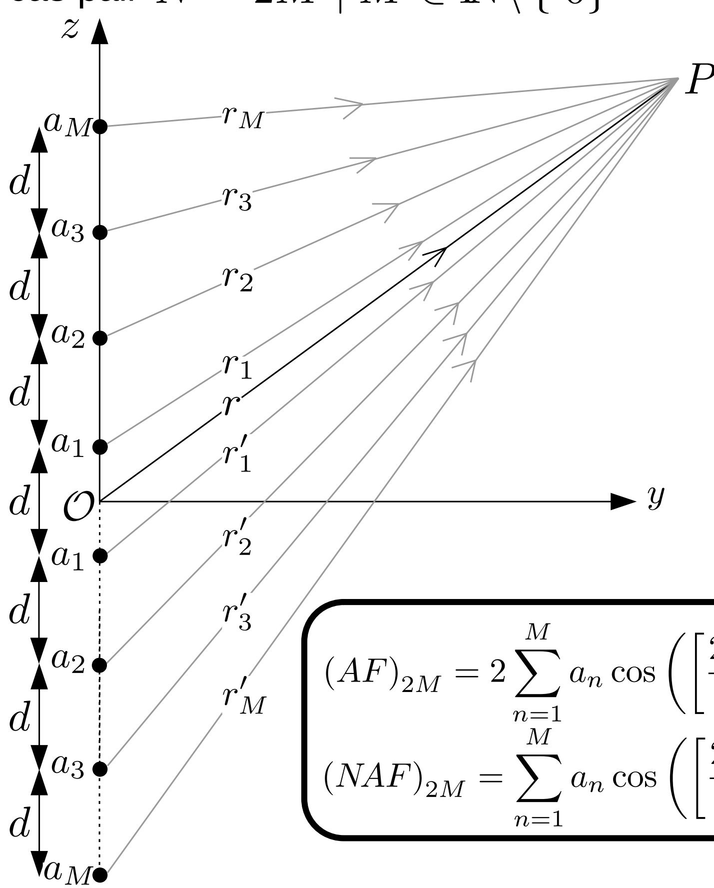
### Hypothèse

Loi de pondération en amplitude symétrique par rapport à l'origine du repère

Pas de déphasage inter-antennes

### Géométrie du réseau : antennes placées sur l'axe *Oz* et rayonnement broadside

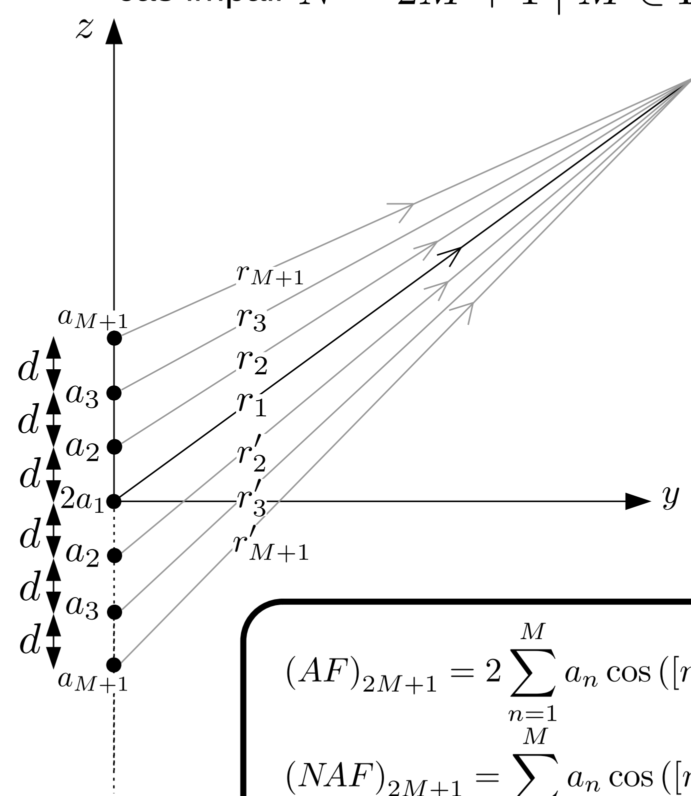
cas pair $N = 2M \mid M \in \mathbb{N} \backslash \{0\}$




$$(AF)_{2M} = 2\sum_{n=1}^{M} a_n \cos\left(\left[\frac{2n-1}{2}\right] v\right)$$

$$(NAF)_{2M} = \sum_{n=1}^{M} a_n \cos\left(\left[\frac{2n-1}{2}\right] v\right)$$

cas impair $N = 2M+1 \mid M \in \mathbb{N} \backslash \{0\}$




$$(AF)_{2M+1} = 2\sum_{n=1}^{M} a_n \cos([n-1]\, v)$$

$$(NAF)_{2M+1} = \sum_{n=1}^{M} a_n \cos([n-1]\, v)$$

avec $v = kd\cos\theta$

# Annexe 2 (2/5)

Dans le cas du NAF pair

$$(NAF)_{2M} = \sum_{n=1}^{M} a_n \cos\left([2n-1]\, v'\right) \mid v' = \frac{v}{2} = \frac{kd\cos\theta}{2}$$

$$= a_1 \cos v' + a_2 \cos(3v') + a_3 \cos(5v') + \cdots$$

or $\cos\left(\alpha v'\right)$ est un polynôme de degré $\alpha$ de variable $\cos v'$

assimilable à un « polynôme de Chebyshev » de degré $\alpha$ $\Longrightarrow$ de degré $N-1$

| $\alpha$ | $\cos(\alpha v')$ | Développement polynomial en $\cos(v')$ | Polynôme de Chebyshev $T_\alpha(x) \mid x = \cos v'$ |
|---|---|---|---|
| $0$ | $1$ | $1$ | $T_0(x) = 1$ |
| $1$ | $\cos(v')$ | $\cos(v')$ | $T_1(x) = x$ |
| $2$ | $\cos(2v')$ | $2\cos^2(v') - 1$ | $T_2(x) = 2x^2 - 1$ |
| $3$ | $\cos(3v')$ | $4\cos^3(v') - 3\cos(v')$ | $T_3(x) = 4x^3 - 3x$ |
| $4$ | $\cos(4v')$ | $8\cos^4(v') - 8\cos^2 + 1$ | $T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1$ |
| $5$ | $\cos(5v')$ | $16\cos^5(v') - 20\cos^3(v') + 5\cos(v')$ | $T_5(x) = 16x^5 - 20x^3 + 5x$ |
| $6$ | $\cos(6v')$ | $32\cos^6(v') - 48\cos^4(v') + 18\cos^2(v') - 1$ | $T_6(x) = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$ |
| $7$ | $\cos(7v')$ | $64\cos^7(v') - 112\cos^5(v') + 56\cos^3(v') - 7\cos(v')$ | $T_7(x) = 64x^7 - 112x^5 + 56x^3 - 7x$ |
| $8$ | $\cos(8v')$ | $128\cos^8(v') - 256\cos^6(v') + 160\cos^4(v') - 32\cos^2(v') + 1$ | $T_8(x) = 128x^8 - 256x^6 + 160x^4 - 32x^2 + 1$ |
| $9$ | $\cos(9v')$ | $256\cos^9(v') - 576\cos^7(v') + 432\cos^5(v') - 120\cos^3(v') + 9\cos(v')$ | $T_9(x) = 256x^9 - 576x^7 + 432x^5 - 120x^3 + 9x$ |

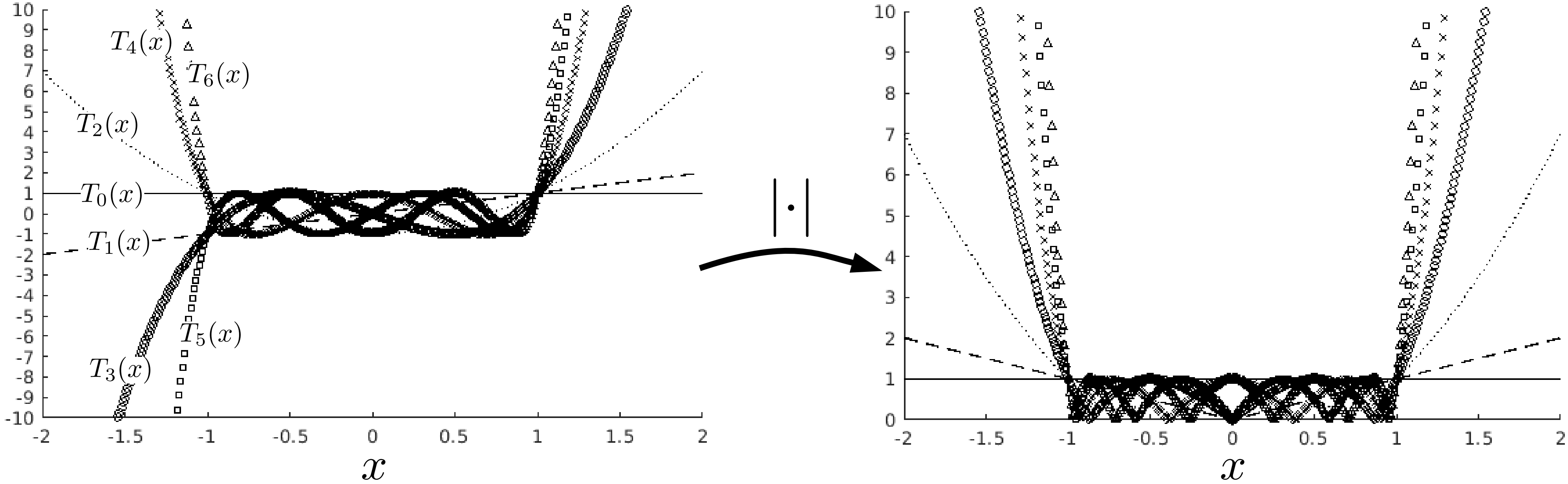
**Remarque**

relation de récurrence valable pour $\alpha \geq 2$

$$T_\alpha(x) = 2xT_{\alpha-1}(x) - T_{\alpha-2}(x)$$

# Annexe 2 (3/5)

Courbes représentatives des sept premiers polynômes de Chebyshev




Quelques propriétés de ces polynômes

- ✓ « tous » les polynômes passent par le point $(1,-1)$ et par le point $(-1,\pm 1)$ selon l'ordre pair ou impair
- ✓ $-1 \leq x \leq 1$ alors $-1 \leq T_\alpha(x) \leq 1 \implies T_\alpha(x) = \cos\left(\alpha \arccos(x)\right)$

  « toutes » les racines apparaissent

  « tous » les maxima et minima valent respectivement $\pm 1$
- ✓ $x > 1$ alors $T_\alpha(x) = \cosh\left(\alpha \operatorname{arcosh}(x)\right)$
- ✓ $x < -1$ alors $T_\alpha(x) = (-1)^\alpha \cosh\left(\alpha \operatorname{arcosh}(x)\right)$

# Annexe 2 (4/5)

## Mise en œuvre de cette synthèse

### Problématique

Concevoir un réseau de Dolph-Chebyshev à rayonnement broadside de 10 antennes chacune espacée d'une demie longueur d'onde avec un SLL de 26 dB

### Objectif

Déterminer la loi d'amplitude pour obtenir l'expression du NAF (ou AF)

## Réponse :

a) Rappel des data

$$N = 10 \implies M = 5, \quad d = \lambda/2, \quad SLL = 26 \text{ dB} \implies R = 10^{26/20} \approx 19{,}9526$$

b) Expression du NAF

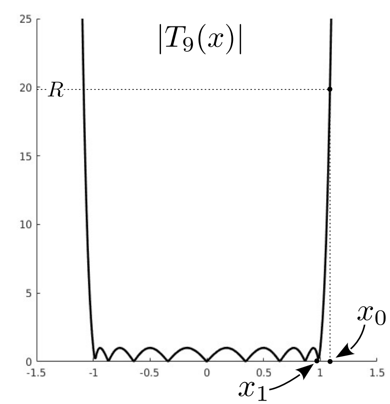
$$\begin{aligned}(NAF)_{10} &= a_1 \cos v' + a_2 \cos(3v') + a_3 \cos(5v') + a_4 \cos(7v') + a_5 \cos(9v') \\ &\left.\begin{aligned}&= 256 a_5 \cos^9(v') + (64a_4 - 576a_5)\cos^7(v') + (432a_5 - 112a_4 + 16a_3)\cos^5(v') \\ &\quad + (56a_4 - 120a_5 - 20a_3 + 4a_2)\cos^3(v') + (9a_5 - 7a_4 + 5a_3 - 3a_2 + a_1)\cos v'\end{aligned}\right\} \text{polynôme de degré 9} \ (= N-1)\end{aligned}$$

c) Déterminer les points pour lesquels on a le Main Lobe et le premier nul

c.1) pour le Main Lobe choisir $x_0 > 1$ pour que $|T_9(x_0)| = R$ soit dans la partie divergente

$$\Rightarrow x_0 = \cosh\left(\frac{1}{9}\text{arcosh(R)}\right) \approx 1{,}0850$$
$$= \frac{1}{2}\left(\left[R + \sqrt{R^2 - 1}\right]^{1/\alpha} + \left[R - \sqrt{R^2 - 1}\right]^{1/\alpha}\right)$$

c.2) $x_1$ point pour lequel le 1er nul est obtenu $\Rightarrow$ $x_1 < x < x_0$ formation du Main Lobe




d) Substituer $\cos v' = x/x_0$ dans l'expression de $(NAF)_{10}$ et identifier les coefficients à ceux du polynôme de Chebyshev d'ordre 9

$$256a_5/x_0^9 = 256 \implies a_5 \approx 2{,}0846$$
$$(64a_4 - 576a_5)/x_0^7 = -576 \implies a_4 \approx 2{,}8256$$
$$(16a_3 - 112a_4 + 432a_5)/x_0^5 = 432 \implies a_3 \approx 4{,}1023$$
$$(4a_2 - 20a_3 + 56a_4 - 120a_5)/x_0^3 = -120 \implies a_2 \approx 5{,}1670$$
$$(a_1 - 3a_2 + 5a_3 - 7a_4 9a_5)/x_0 = 9 \implies a_1 \approx 5{,}7732$$

# Annexe 2 (5/5)

e) Tracer

$$\underline{(NAF)_{10}} \approx 5{,}7732\cos v' + 5{,}1670\cos(3v') + 4{,}1023\cos(5v') + 2{,}8256\cos(7v') + 2{,}0846\cos(9v')$$

avec $v' = (\pi/2)\cos\theta$ et $(AF)_{10} = 2\,(NAF)_{10}$