

Quelles connaissances vous reste-t-il des années précédentes sur les ondes électromagnétiques ?

1. L'antenne d'un téléphone portable émet des ondes électromagnétiques (O.E.M.) dans l'air. À quelle vitesse se propagent ces ondes ?
2. Supposons que les O.E.M. se propagent dans un milieu dont l'indice de réfraction n est supérieur à celui de l'air. Ces ondes se propagent-elles plus vite ou moins vite que dans l'air ?
3. Quels sont les vecteurs qui caractérisent une O.E.M. ? Par une analyse aux unités, montrer la possibilité de définir deux nouvelles grandeurs.
4. Que signifie l'acronyme T.E.M. ? Quelle est la conséquence sur les vecteurs \vec{e} , \vec{h} et \vec{k} ?
5. Dans le repère à coordonnées sphériques représenté en figure 1, donner la relation de l'élément d'aire $d\Sigma$ situé à la surface de la sphère. En déduire le rapport $d\Sigma/r^2$ et que représente-t-il ? Évaluer donc l'intégrale :

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} d\Sigma/r^2$$

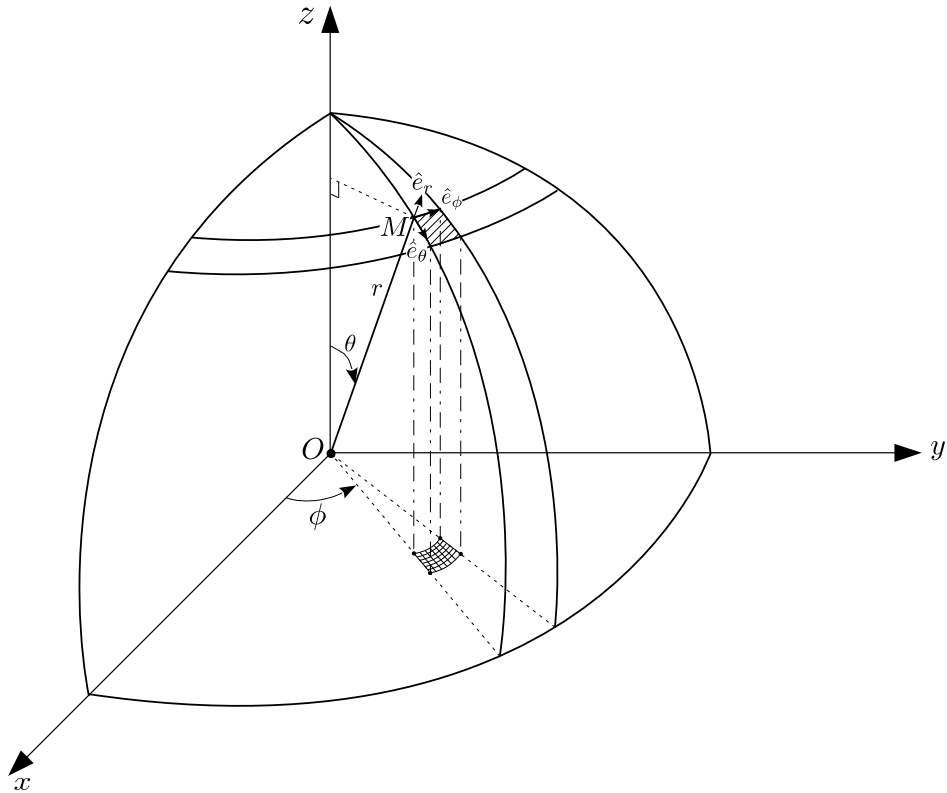


FIGURE 1 – Repère à coordonnées sphériques.

6. En vous appuyant sur la figure 1, déterminer les produits vectoriels suivants :
 - (a) $\hat{e}_\phi \wedge \hat{e}_\theta$;
 - (b) $\hat{e}_r \wedge \hat{e}_\phi$;
 - (c) $\hat{e}_r \wedge \hat{e}_i$ avec $\hat{e}_i \mid i = 1, 2, 3$ les vecteurs unitaires portés respectivement par les segments $[Ox)$, $[Oy)$ et $[Oz)$.
7. Écrire le phaseur (ou amplitude complexe) associé au champ électrique instantané suivant :

$$\vec{e}(z, t) = e_0 \cos(\omega t - kz) \hat{e}_1$$

Précisez le sens de propagation et l'orientation de ce champ électrique. Qu'en est-il de la polarisation de ce dernier ?

8. Rappeler les quatre équations de Maxwell en régime harmonique (donc avec les phaseurs) dans le vide, sous leurs formes différentielles. En déduire une relation simple entre champ vectoriel $\vec{\mathcal{B}}$ et potentiel vecteur $\vec{\mathcal{A}}$; puis une autre relation entre champ vectoriel $\vec{\mathcal{E}}$, potentiel vecteur $\vec{\mathcal{A}}$ et potentiel scalaire \mathcal{V} . Exploiter l'ensemble de ces résultats pour déterminer l'équation de propagation du potentiel vecteur $\vec{\mathcal{A}}$.
9. On considère le dipôle électrostatique représenté en figure 2 en faisant l'hypothèse $r \gg d$. Déterminer au point M :
- (a) le potentiel électrique $V(M)$;

CONSEIL. — Exploiter le développement limité usuel en 0 de la fonction suivante :

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} \approx 1 - \frac{x}{2} + \dots$$

- (b) le champ électrostatique $\vec{e}(M)$.

CONSEIL. — Utiliser l'expression du gradient d'un champ scalaire en coordonnées sphériques :

$$\vec{\text{grad}} f = f_{,r} \hat{e}_r + \frac{1}{r} f_{,\theta} \hat{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} f_{,\phi} \hat{e}_\phi$$

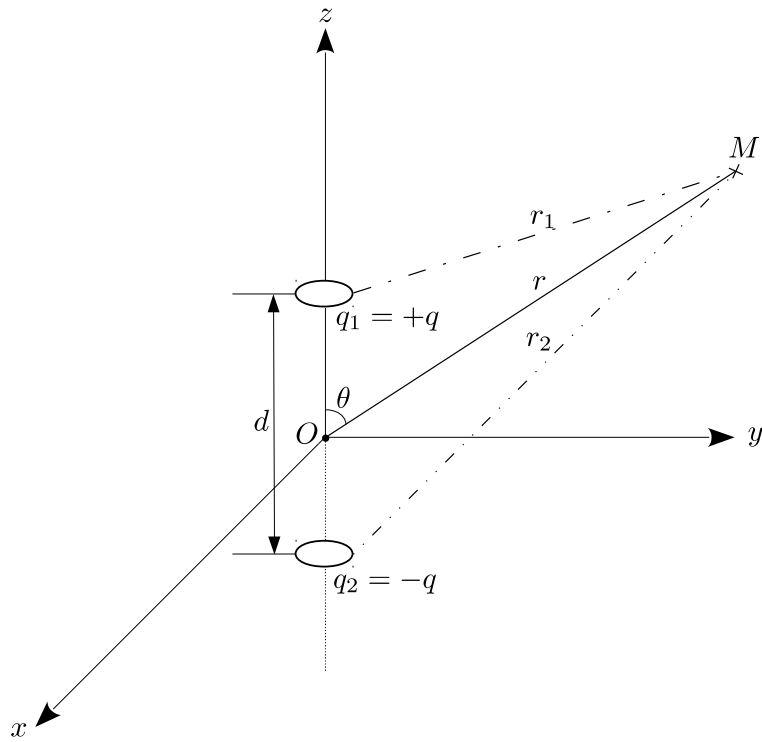


FIGURE 2 – Dipôle électrostatique.