

Antennes

Sébastien Pioch
sebastien.pioch@univ-tln.fr

*UTLN, UFR S&T
M1 SDM-PHYMER
septembre-octobre '23*

Sommaire

1- Généralités (p. 3)

2- Étude du dipôle infinitésimal (p. 7)

Un peu de théorie (p. 7)

Vecteurs-phaseurs électrique/magnétique sans hypothèse sur kr (p. 10)

Vecteurs-phaseurs électrique/magnétique en champ lointain (p. 12)

Puissance moyenne rayonnée et résistance de rayonnement (p. 13)

3- Diagramme de rayonnement (p. 17)

4- Directivité, efficacité et gain (p. 19)

5- Polarisation (p. 24)

6- Impédance d'entrée d'une antenne (p. 26)

7- Bilan de liaison (p. 31)

8- Bande passante (p. 35)

9- Antennes réseaux (p. 38)

Annexe 1 : efficacité de la polarisation (p. 51)

Annexe 2 : synthèse d'antennes réseaux par la méthode de Dolph-Chebyshev (p. 52)

1- Généralités (1/4)

Très bref historique



J.-C. Maxwell

(écossais, 1831-1879)

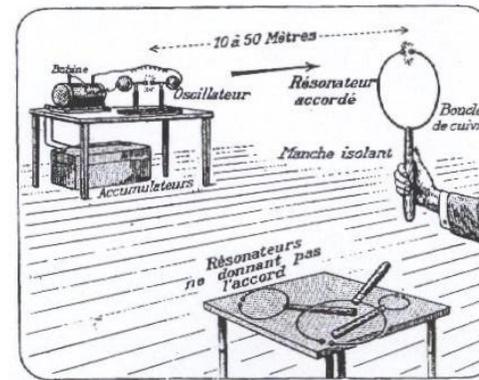
1864 unification des théories électrique et magnétique \Rightarrow naissance de l'EM
« avec J.-Clerck Maxwell, une nouvelle ère scientifique s'est ouverte » (A. Einstein)



H. Hertz

(allemand, 1857-1894)

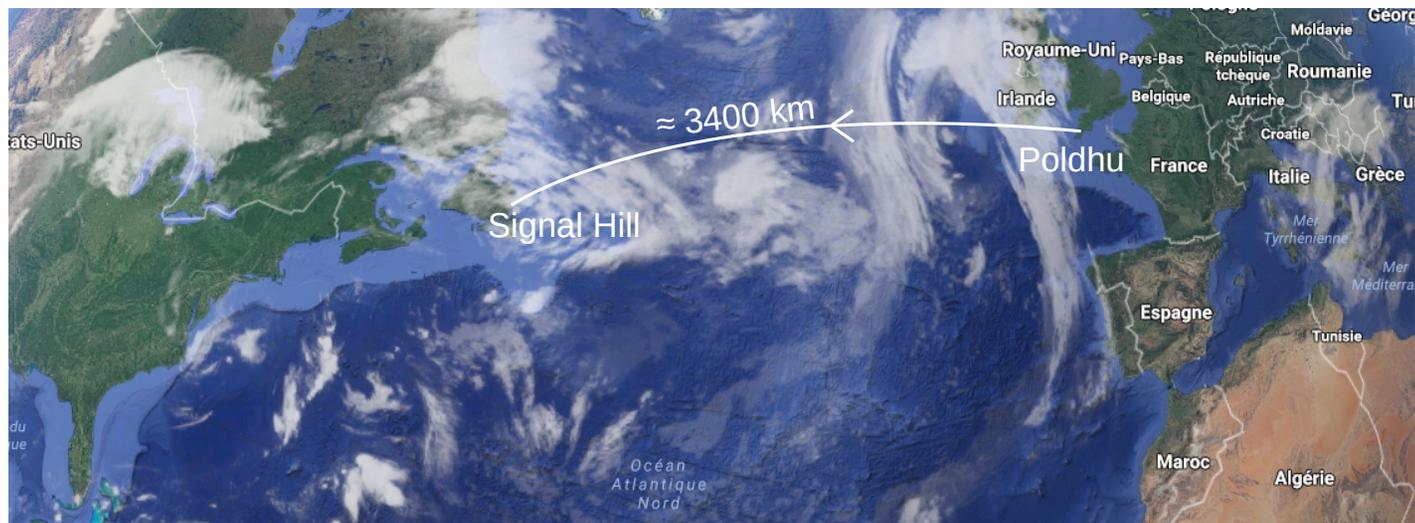
1887 observation d'une OEM, en labo.



G. Marconi

(italien, 1874-1937,
prix Nobel en 1909)

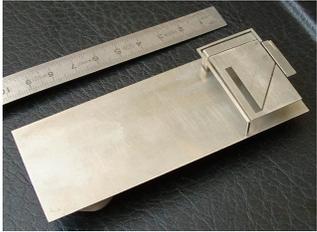
1^{re} communication transatlantique : lettre S envoyée en MORSE



1- Généralités (2/4)

Exemples de structures antennaires et applications

téléphonie cellulaire



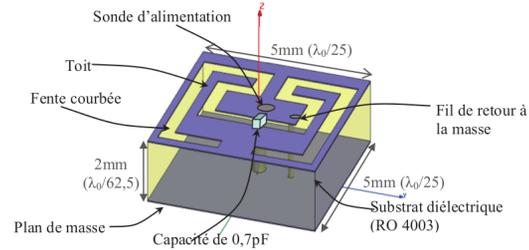
thèse 2004
(LEAT, Sophia Antipolis)



Samsung Galaxy S2

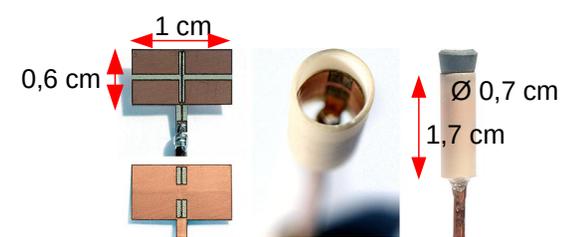
médical

implants auditifs



thèse 2012
(CEA-LETI, Grenoble)

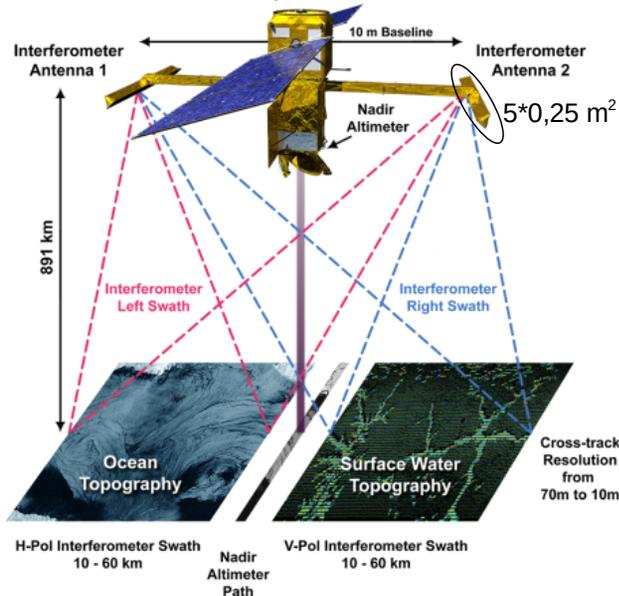
capsule biotéléométrique



thèse 2017
(IETR, Rennes)

spatial

mission SWOT lancement prévu avril 2021



(source : <https://swot.cnes.fr/fr/karin>)

militaire

frégate type La Fayette F 710



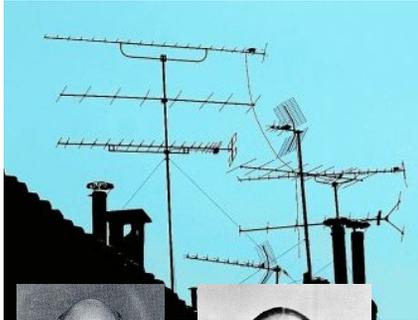
(source : <http://www.defense.gouv.fr/marine/equipements/batiments-de-combat/fregates>)
(anecdote : film GoldenEye 1995, James Bond, scène au port de Monaco) 4

1- Généralités (3/4)

Exemples de structures antennaires et applications

réception TV

avant



après



≈ 60 cm



H. Yagi
(1886-1976)



S. Uda
(1896-1976)



Arecibo, Porto Rico, 1963

300 m

radiotélescope monobloc

(anecdote : film GoldenEye 1995, James Bond, scènes finales)



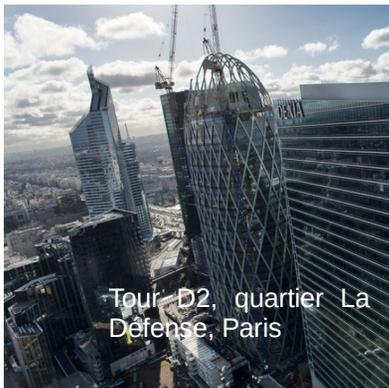
FAST (Five-hundred meter Aperture Spherical Telescope),
Chine, province de Guizhou, 2016

500 m

technologies sans contact

RFID

(Radio Frequency Identification)



Tour D2, quartier La
Défense, Paris



NFC

(Near Field Communication)



Conclusion :

antenne = dispositif placé en fin d'un système de télécommunication pour recevoir ou émettre des ondes électromagnétiques => présente des propriétés identiques en émission (Tx) ou en réception (Rx) (grâce au théorème de réciprocité)

Quels thèmes abordés dans ce cours ?

- ✓ paramètres caractéristiques d'une antenne : diagramme de rayonnement, critère pour mesurer la bande passante, impédance, polarisation ;
- ✓ bilan de liaison entre un émetteur et un récepteur ;
- ✓ réseau d'antennes linéaire.

2- Étude du dipôle infinitésimal

Un peu de théorie (1/3)

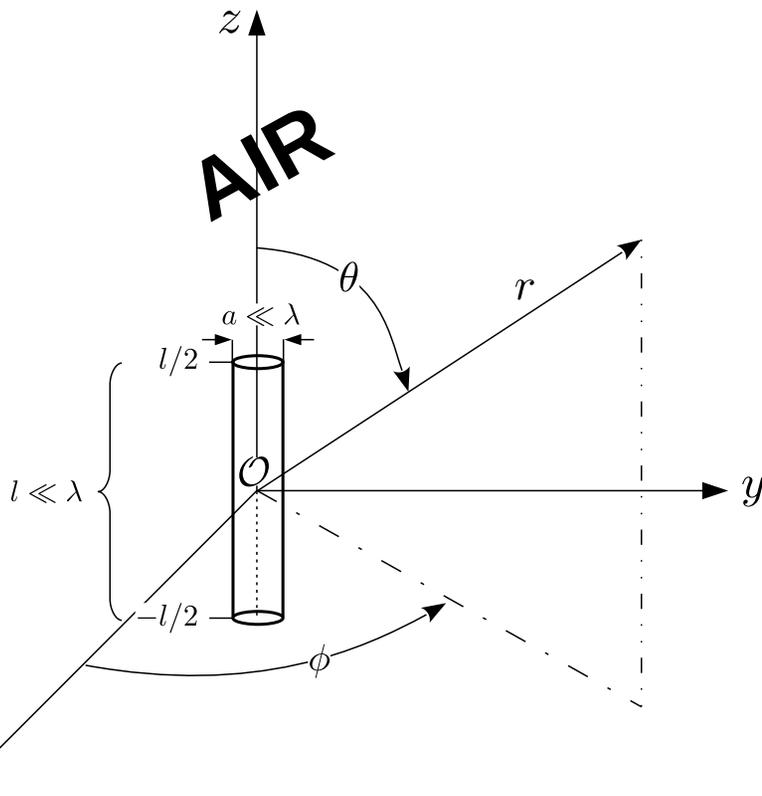
(autres noms rencontrés dans la littérature : dipôle élémentaire, dipôle de Hertz, doublet électrique)



structure sans aucune réalité physique mais permettant de mieux comprendre des antennes réelles de type « filiforme » (*linear wire antenna*, en anglais)

Géométrie et hypothèses

- ✓ conducteur filiforme de longueur très petite / à la longueur d'onde ;
- ✓ placé symétriquement / à l'origine et orienté selon l'axe Oz ;
- ✓ courant supposé constant I_0



Objectif n° 1 (p. 7 → 10)

déterminer les expressions des vecteurs-phaseurs magnétique et électrique à la distance r , en coordonnées sphériques (coord. sph.)

Point de départ

expression du vecteur-phaseur potentiel vecteur

$$\vec{\mathcal{A}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \vec{\mathcal{J}}(r') \frac{e^{-ikR}}{R} dv'$$

$$\text{Rappel : } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$$

ici :

✓ source placée à l'origine du repère $\Rightarrow R = r$

✓ densité de courant uniforme sur toute la longueur $\Rightarrow \vec{\mathcal{J}}(r') = I_0 \hat{e}_3$

d'où :

$$\vec{\mathcal{A}} \propto \int_{-l/2}^{l/2} I_0 \hat{e}_3 dz' \propto I_0 l \hat{e}_3$$

donc :

$$\vec{\mathcal{A}} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_0 l \frac{e^{-ikr}}{r} \hat{e}_3 = \mathcal{A}_3 \hat{e}_3$$

2- Étude du dipôle infinitésimal

Un peu de théorie (2/3)

Potentiel vecteur en coordonnées sphériques (coord. sph.)

via la matrice de passage

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A}_r \\ \mathcal{A}_\theta \\ \mathcal{A}_\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\theta \cos\phi & \sin\theta \sin\phi & \cos\theta \\ \cos\theta \cos\phi & \cos\theta \sin\phi & -\sin\theta \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathcal{A}_3 \end{pmatrix} \longrightarrow \boxed{\vec{\mathcal{A}}(r, \theta, \phi) = \mathcal{A}_r \hat{e}_r + \mathcal{A}_\theta \hat{e}_\theta}$$

$\xleftarrow{\cos\theta \mathcal{A}_3}$ $\xrightarrow{-\sin\theta \mathcal{A}_3}$

Remarque : pas de composante suivant \hat{e}_ϕ
car structure symétrique autour de l'axe z

Comment déterminer le vecteur-phaseur champ magnétique $\vec{\mathcal{H}}$?

a) exploiter la notion de flux magnétique conservatif (notation différentielle)

$$\text{div} \vec{\mathcal{B}} = 0 \implies \vec{\mathcal{B}} = \text{rot} \vec{\mathcal{A}} \implies \vec{\mathcal{H}} = \frac{1}{\mu_0} \text{rot} \vec{\mathcal{A}}$$

b) utiliser l'expression du rotationnel en coord. sph.

$$\text{rot} \vec{\mathcal{A}} = \frac{1}{r \sin\theta} \left[(\mathcal{A}_\phi \sin\theta)_{,\theta} - \mathcal{A}_{\theta,\phi} \right] \hat{e}_r + \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin\theta} \mathcal{A}_{r,\phi} - (r\mathcal{A}_\phi)_{,r} \right] \hat{e}_\theta + \frac{1}{r} \left[(r\mathcal{A}_\theta)_{,r} - \mathcal{A}_{r,\theta} \right] \hat{e}_\phi$$

c) exploiter les propriétés de $\vec{\mathcal{A}}$

$$\mathcal{A}_\phi = 0 \text{ et } (\mathcal{A}_r, \mathcal{A}_\theta) \text{ indépendants de } \phi \implies \text{rot} \vec{\mathcal{A}} = \frac{1}{r} \left[(r\mathcal{A}_\theta)_{,r} - \mathcal{A}_{r,\theta} \right] \hat{e}_\phi$$

$\xrightarrow{\propto \sin\theta (ik) e^{-ikr}}$ $\xrightarrow{-\sin\theta \mathcal{A}_3}$

d) après simplification et factorisation...

Retrouve-t-on l'unité ?
du champ magnétique

$$\vec{\mathcal{H}} = \frac{I_0 l}{4\pi} k^2 \sin\theta \left(\frac{i}{kr} + \frac{1}{(kr)^2} \right) e^{-ikr} \hat{e}_\phi$$

2- Étude du dipôle infinitésimal

Un peu de théorie (3/3)

Comment déterminer le vecteur-phaseur champ électrique $\vec{\mathcal{E}}$?

1^{re} possibilité

$$\vec{\mathcal{E}} = -\text{grad}\mathcal{V} - i\omega\vec{\mathcal{A}}$$

condition de jauge de Lorenz

$$\text{div}\vec{\mathcal{A}} + i\omega\frac{1}{c_0^2}\mathcal{V} = 0 \implies \mathcal{V} = i\frac{c_0^2}{\omega}\text{div}\vec{\mathcal{A}}$$

$$\vec{\mathcal{E}} = -i\frac{c_0^2}{\omega}\text{grad}\text{div}\vec{\mathcal{A}} - i\omega\vec{\mathcal{A}}$$

le tout en coordonnées sphériques SVP !



LONG
(à faire à la maison, éventuellement...)

2^e possibilité (plus rapide)

a) Utiliser Maxwell – Ampère avec $\vec{\mathcal{J}} = \vec{0} \implies \text{rot}\vec{\mathcal{H}} = i\omega\epsilon_0\vec{\mathcal{E}}$

b) Comme $\vec{\mathcal{H}} = \mathcal{H}_\phi(r, \theta)\hat{e}_\phi$ alors

$$\text{rot}\vec{\mathcal{H}} = \frac{1}{r\sin\theta}(\mathcal{H}_\phi\sin\theta)_{,\theta}\hat{e}_r - \frac{1}{r}(r\mathcal{H}_\phi)_{,r}\hat{e}_\theta$$

$$\begin{aligned} &\propto 2\cos\theta\left(\frac{i}{(kr)^2} + \frac{1}{(kr)^3}\right)e^{-ikr} \\ &\propto k^3\sin\theta\left(-\frac{1}{kr} + \frac{i}{(kr)^2} + \frac{1}{(kr)^3}\right)e^{-ikr} \end{aligned}$$

c) Diviser par $i\omega\epsilon_0$ pour obtenir $\vec{\mathcal{E}}$

2- Étude du dipôle infinitésimal

Vecteur-phaseur électrique/magnétique sans hypothèse sur kr (1/2)

Fin objectif n° 1

vecteur-phaseur

coordonnées sphériques

champ magnétique $\vec{\mathcal{H}}$

$$\mathcal{H}_r = \mathcal{H}_\theta = 0$$

$$\mathcal{H}_\phi = \frac{I_0 l}{4\pi} k^2 \sin \theta \left(\frac{i}{kr} + \frac{1}{(kr)^2} \right) e^{-ikr}$$

Retrouve-t-on l'unité
du champ électrique ?

$$\mathcal{E}_r = Z_0 \frac{I_0 l}{2\pi} k^2 \cos \theta \left(\frac{1}{(kr)^2} + \frac{1}{i(kr)^3} \right) e^{-ikr}$$

champ électrique $\vec{\mathcal{E}}$

$$\mathcal{E}_\theta = iZ_0 \frac{I_0 l}{4\pi} k^2 \sin \theta \left(\frac{1}{kr} + \frac{1}{i(kr)^2} - \frac{1}{(kr)^3} \right) e^{-ikr}$$

$$\mathcal{E}_\phi = 0$$

avec $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi \Omega \approx 377 \Omega$ impédance de l'O.E.M. dans l'air (vide)

Commentaires :

- ✓ termes en $1/r$ \rightarrow rayonnement
- ✓ termes en $1/r^2$ \rightarrow phénomène d'induction
- ✓ termes en $1/r^3$ \rightarrow électrostatique

2- Étude du dipôle infinitésimal

Vecteur-phaseur électrique/magnétique sans hypothèse sur kr (2/2)

Représentation des amplitudes des vecteurs-phaseurs et leur rapport, en fonction de kr



$$\theta = \pi/2$$

amplitudes normalisées par rapport à Ck^2 | $C = I_0 l / 4\pi$

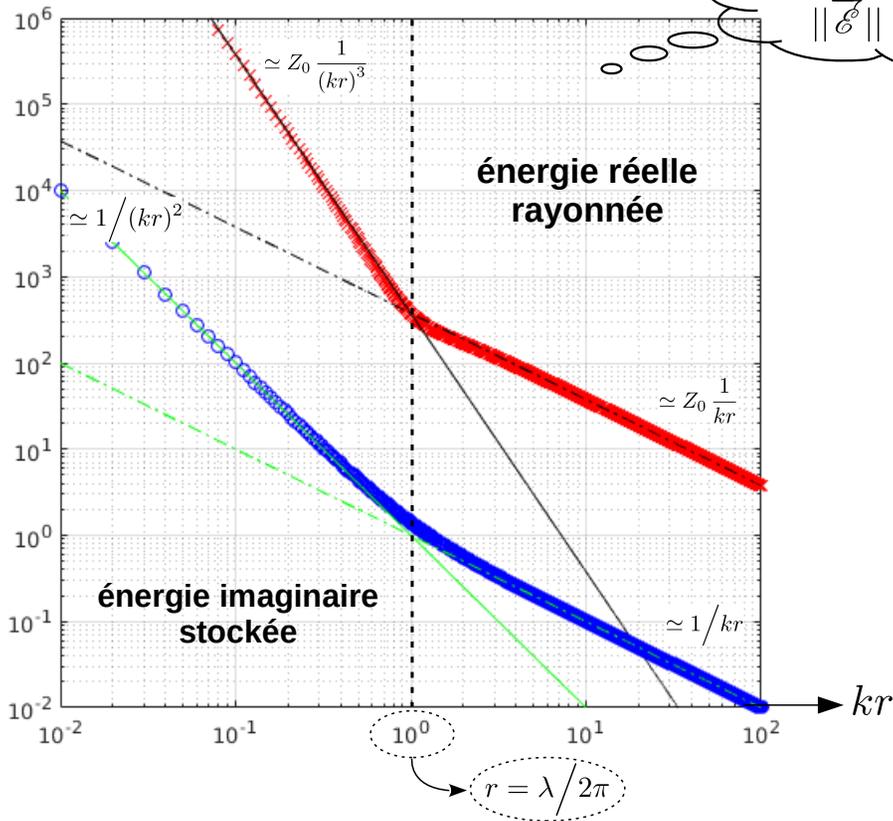
tracés en échelle log-log

Expressions des amplitudes

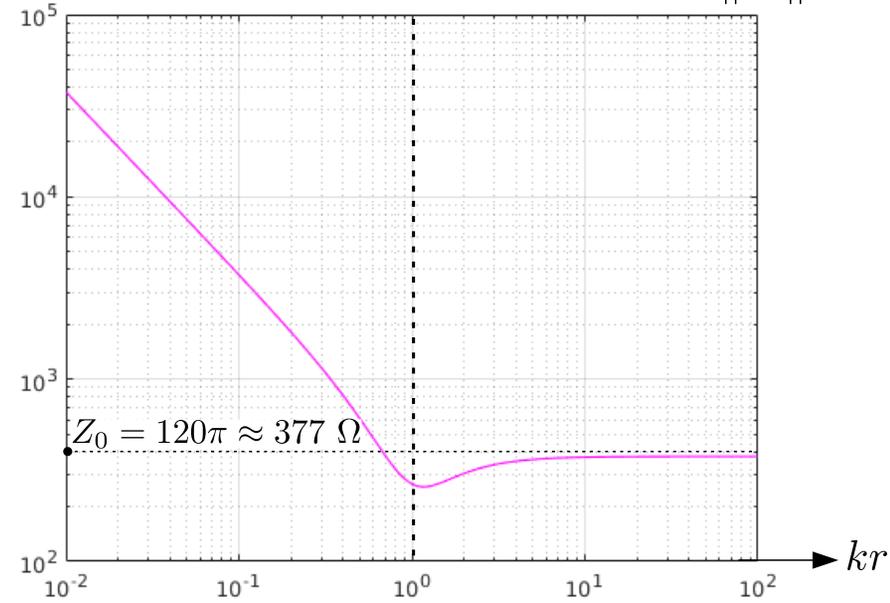
$$\|\vec{\mathcal{H}}\| = |\mathcal{H}_\phi|_{\text{norm.}} = \frac{1}{kr} \sqrt{1 + \frac{1}{(kr)^2}} \begin{cases} kr \ll 1 \rightarrow \simeq 1/(kr)^2 \\ kr \gg 1 \rightarrow \simeq 1/kr \end{cases}$$

$$\|\vec{\mathcal{E}}\| = |\mathcal{E}_\theta|_{\text{norm.}} = Z_0 \frac{1}{kr} \sqrt{1 - \frac{1}{(kr)^2} + \frac{1}{(kr)^4}} \begin{cases} kr \ll 1 \rightarrow \simeq Z_0 \frac{1}{(kr)^3} \\ kr \gg 1 \rightarrow \simeq Z_0 \frac{1}{kr} \end{cases}$$

Tracés des amplitudes



Tracés du rapport des amplitudes $\rightarrow Z = \frac{\|\vec{\mathcal{E}}\|}{\|\vec{\mathcal{H}}\|}$



2- Étude du dipôle infinitésimal

Vecteur-phaseur électrique/magnétique en champ lointain

Conclusion :

Parmi les domaines d'applications entrant dans le cadre de ce M1, l'antenne sera utilisée en champ lointain ($kr \gg 1$) donc

vecteur-phaseur avec $kr \gg 1$

coordonnées sphériques

champ magnétique $\vec{\mathcal{H}}$

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_r &= \mathcal{H}_\theta = 0 \\ \mathcal{H}_\phi &= i \frac{I_0 l}{4\pi} k \sin \theta \frac{e^{-ikr}}{r}\end{aligned}$$

champ électrique $\vec{\mathcal{E}}$

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_r &= \mathcal{E}_\phi = 0 \\ \mathcal{E}_\theta &= i Z_0 \frac{I_0 l}{4\pi} k \sin \theta \frac{e^{-ikr}}{r}\end{aligned}$$

Commentaires :

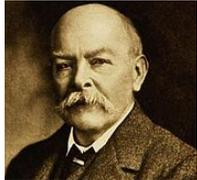
- ✓ $\vec{\mathcal{E}}$ et $\vec{\mathcal{H}}$ en phase, orthogonaux entre eux et à la direction de propagation $\rightarrow (\vec{\mathcal{E}}, \vec{\mathcal{H}}, \vec{k})$ trièdre direct, et onde dite T.E.M.
- ✓ $\|\vec{\mathcal{E}}\|$ et $\|\vec{\mathcal{H}}\|$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{varient en } 1/r \text{ et } \sin \theta \rightarrow \text{champ E.M. anisotrope, nul pour } \theta = 0, \pi \rightarrow \text{nul sur l'axe z du dipôle, et max.} \\ \text{indépendants de } \phi \text{ (car symétrie par rotation autour de l'axe Oz)} \end{array} \right.$ dans le plan équatorial (xOy)
- ✓ $\frac{\|\vec{\mathcal{E}}\|}{\|\vec{\mathcal{H}}\|} = |\mathcal{E}_\theta| / |\mathcal{H}_\phi| = Z_0 = 120\pi \Omega$
- ✓ $\vec{\mathcal{E}} = Z_0 (\vec{\mathcal{H}} \wedge \hat{u}) \mid \hat{u} = \hat{e}_r$ ou $\vec{\mathcal{H}} = \frac{1}{Z_0} (\hat{u} \wedge \vec{\mathcal{E}}) \rightarrow$ onde localement plane

2- Étude du dipôle infinitésimal

Puissance moyenne rayonnée et résistance de rayonnement (1/4)

Point de départ : vecteur de Poynting complexe

a) expression



(anglais, 1852-1914)

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{2} \vec{\mathcal{E}} \wedge \vec{\mathcal{H}}^*$$

unité

$$\begin{matrix} \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \\ \text{ou} \\ \text{J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \end{matrix}$$

Information

autres notations rencontrées dans la littérature $\vec{\mathcal{F}}$, $\vec{\mathcal{R}}$, $\vec{\mathcal{N}}$ et $\vec{\mathcal{P}}$

Remarque

vecteur de Poynting instantanée $\vec{\pi}(\vec{r}, t) := \vec{e} \wedge \vec{h}$

↳ en régime harmonique $\langle \vec{\pi}(\vec{r}, t) \rangle_T = \text{Re} \left(\frac{1}{2} \vec{\mathcal{E}} \wedge \vec{\mathcal{H}}^* \right)$

b) or $\vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E}_\theta \hat{e}_\theta$ et $\vec{\mathcal{H}} = \mathcal{H}_\phi \hat{e}_\phi \longrightarrow \vec{\Pi} = \frac{1}{2} Z_0 \left(\frac{I_0 l}{4\pi} k \right)^2 \sin^2 \theta \frac{1}{r^2} \hat{e}_r$

Commentaires :

- ✓ $\vec{\Pi}$ colinéaire et de même sens que la direct° de propagat° $\vec{k} \longrightarrow \vec{\Pi}$ radial $\longrightarrow \perp \vec{\mathcal{E}}$ et $\vec{\mathcal{H}}$
- ✓ $\vec{\Pi}$ varie en $1/r^2$, les champs en $1/r$
- ✓ $\|\vec{\Pi}\|$ maximum en $\theta = \pi/2$ et nul pour $\theta = 0, \pi$

Autre façon de déterminer le vecteur de Poynting complexe

en champ lointain, onde localement plane $\longrightarrow \vec{\mathcal{H}} = \frac{1}{Z_0} (\hat{e}_r \wedge \vec{\mathcal{E}})$

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{2} \frac{1}{Z_0} \left(\vec{\mathcal{E}} \wedge (\hat{e}_r \wedge \vec{\mathcal{E}}^*) \right) = \frac{1}{2} \frac{1}{Z_0} \|\vec{\mathcal{E}}\|^2 \hat{e}_r = \frac{1}{2} \frac{1}{Z_0} |\mathcal{E}_\theta|^2 \hat{e}_r = \frac{1}{2} \frac{1}{Z_0} Z_0^2 \left(\frac{I_0 l}{4\pi} k \right)^2 \sin^2 \theta \frac{1}{r^2} \hat{e}_r \quad \blacksquare$$

2- Étude du dipôle infinitésimal

Puissance moyenne rayonnée et résistance de rayonnement (2/4)

Puissance moyenne rayonnée P_{ray}

1^{re} possibilité

$$P_{\text{ray}} = \oint_{\Sigma} \text{Re}(\vec{\Pi}) \cdot d\vec{\Sigma} = \frac{1}{2} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \text{Re}(\vec{\mathcal{E}} \wedge \overline{\vec{\mathcal{H}}}) r^2 \sin\theta d\theta d\phi \hat{e}_r$$

unité (W)

flux de la partie réelle du vecteur de Poynting complexe à travers la surface de la sphère de rayon r dans la direction radiale

donc

$$P_{\text{ray}} = Z_0 \frac{\pi}{3} \left(\frac{I_0 l}{\lambda} \right)^2 = 40\pi^2 \left(\frac{I_0 l}{\lambda} \right)^2 = \text{cste}$$

Mais que vaut
 $P = \int_{\Sigma} \vec{\Pi} \cdot d\vec{\Sigma}$?
sans hypothèse sur kr

(pour les curieux...)

Commentaires :

- ✓ P_{ray} indépendante des coordonnées sphériques r, θ, ϕ
- ✓ $P_{\text{ray}} \propto f^2$ et à l^2
- ✓ $P_{\text{ray}} \in \mathbb{R}_{>0}$

2- Étude du dipôle infinitésimal

Puissance moyenne rayonnée et résistance de rayonnement (3/4)

2^e possibilité

par l'intermédiaire de l'intégrale de l'intensité de rayonnement U (W/sr) sur un angle solide de 4π

valable uniquement en champ lointain !

$$P_{\text{ray}} = \oint_{\Omega} U d\Omega = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} U d\Omega \quad \text{avec} \quad \begin{cases} U = r^2 \vec{\Pi} \cdot \hat{n} \mid \hat{n} = \hat{e}_r \\ d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi \end{cases}$$

en champ lointain (cf. p. 13)

$$\vec{\Pi} \propto \frac{1}{2Z_0} |\mathcal{E}_\theta|^2 \hat{e}_r \propto Z_0 \sin^2\theta \frac{1}{r^2} \hat{e}_r \longrightarrow U \propto Z_0 \sin^2\theta$$

$$P_{\text{ray}} = Z_0 \frac{\pi}{3} \left(\frac{I_0 l}{\lambda} \right)^2 = 40\pi^2 \left(\frac{I_0 l}{\lambda} \right)^2 = \text{cste}$$

Résistance de rayonnement R_{ray}

comme $P_{\text{ray}} = \frac{1}{2} R_{\text{ray}} I_0^2$ alors

$$R_{\text{ray}} = Z_0 \frac{2\pi}{3} \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2$$

si p. ex. $l = \lambda/10 \longrightarrow R_{\text{ray}} = 80\pi^2/100 \approx 8 \Omega \longrightarrow P_{\text{ray}}$ faible !

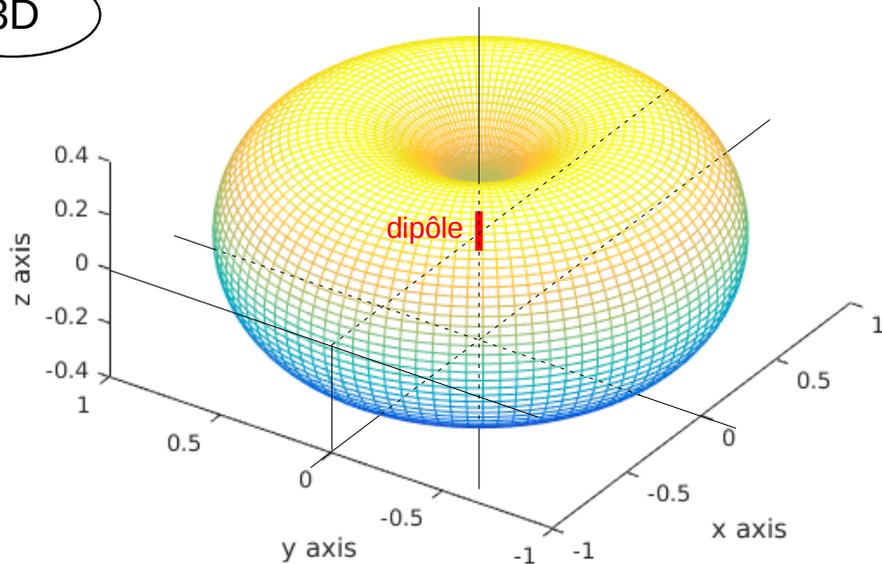
2- Étude du dipôle infinitésimal

Puissance moyenne rayonnée et résistance de rayonnement (4/4)

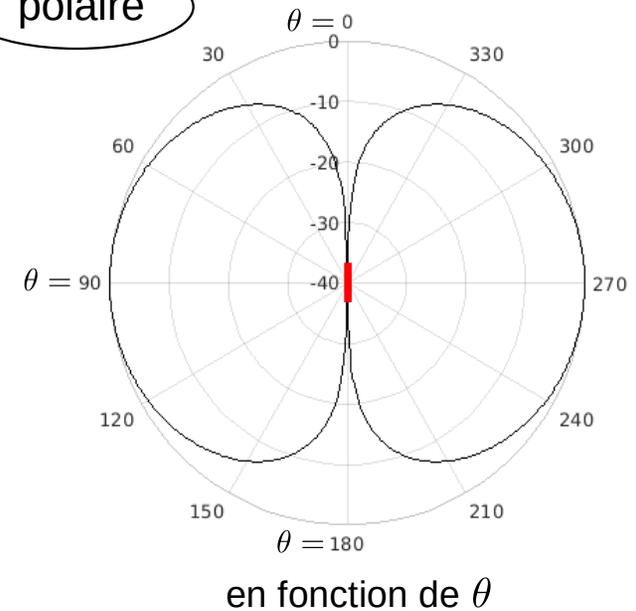
Représentation de l'intensité de rayonnement normalisée

$$U_{\text{norm}} = U/\text{cste} = \sin^2\theta \mid \text{cste} = \frac{1}{8} Z_0 \left(\frac{I_0 l}{\lambda} \right)^2$$

3D



polaire



infinitesimal dipole = doughnut !

