# 5- Polarisation (1/2)

## What is it ?

$$\underbrace{\text{évolution de l'orientation du champ électrique (magnétique) dans l'espace au cours du temps}}_{\vec{e} = \Re\left(\vec{\mathscr{E}}\, e^{i\omega t}\right)}$$

*dipôle infinitésimal* $\longrightarrow$ $\boxed{\vec{e} \propto -\frac{\sin\theta}{r}\sin(\omega t - kr)\ \hat{e}_\theta}$ (cf. p. 12)

**Commentaire :**
champ électrique orienté suivant « une » direction ➡ polarisation linéaire

## Pour déterminer de façon « simplifiée » la polarisation

dans le cas où $\vec{\mathscr{E}} = \vec{\mathscr{E}}_{\text{reel}} + i\vec{\mathscr{E}}_{\text{imag}}$

si
- $\vec{\mathscr{E}}_{\text{reel}} \cdot \vec{\mathscr{E}}_{\text{imag}} = 0$ et $\left\|\vec{\mathscr{E}}_{\text{reel}}\right\| = \left\|\vec{\mathscr{E}}_{\text{imag}}\right\|$ ➡ polarisation circulaire
- $\vec{\mathscr{E}}_{\text{reel}} \wedge \vec{\mathscr{E}}_{\text{imag}} = 0$ ➡ polarisation linéaire
- dans les autres cas ➡ polarisation elliptique

**Remarque**

Dans le cas de polarisation circulaire ou elliptique, le sens de rotation est déterminé « par convention » lorsque l'OEM arrive vers l'observateur

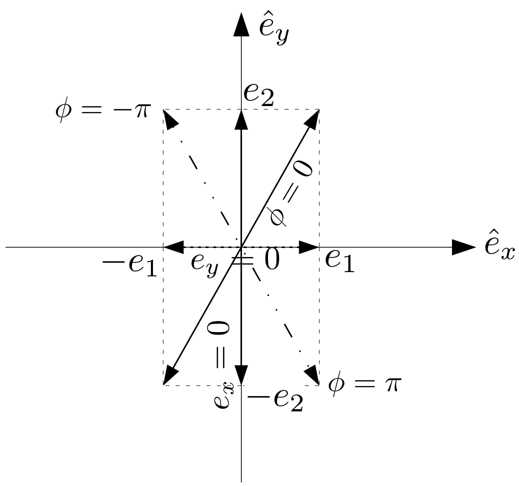
- ✓ *polar. gauche* si on tourne dans le *sens anti-horaire*
- ✓ *polar. droite* si on tourne dans le *sens horaire*

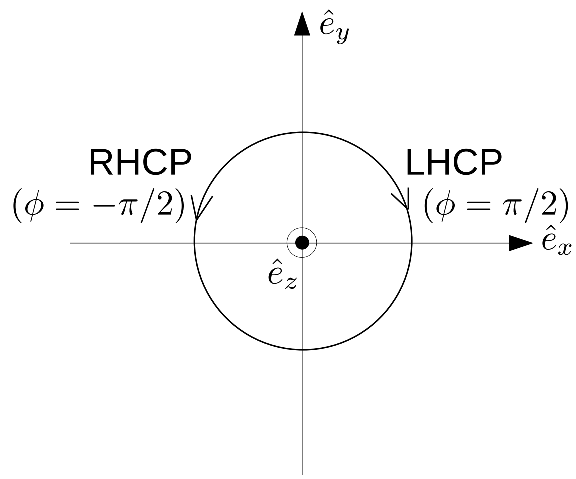
# 5- Polarisation (2/2)

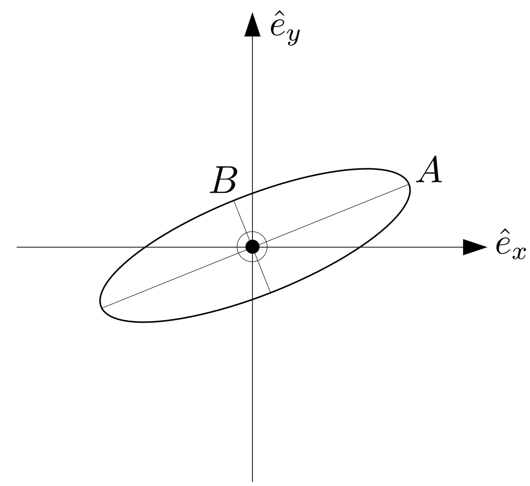
## Exemple avec une OPPM

$$\vec{e}\,(z,t)\begin{pmatrix} e_x = e_1 \cos(\omega t - kz + \phi_x) \\ e_y = e_2 \cos(\omega t - kz + \phi_y) \\ 0 \end{pmatrix} \Longrightarrow \frac{e_y}{e_x} = \frac{e_2}{e_1}\, e^{\mathrm{i}\phi} \mid \phi = \phi_y - \phi_x$$

| **polar. linéaire** | **polar. circulaire** | **polar. elliptique** |
|---|---|---|
| | $e_1 = e_2 = e_0$ et $\phi = \pm\pi/2$<br>alors $\|\|\vec{e}\|\|^2 = e_0^2$ | $e_2 = 2\, e_1$ et $\phi = -\pi/2$<br>alors $e_x^2 + (e_y^2/4) = e_1^2$ |




**Rapport axial**

$$1 \leq AR = \frac{OA}{OB} < \infty$$

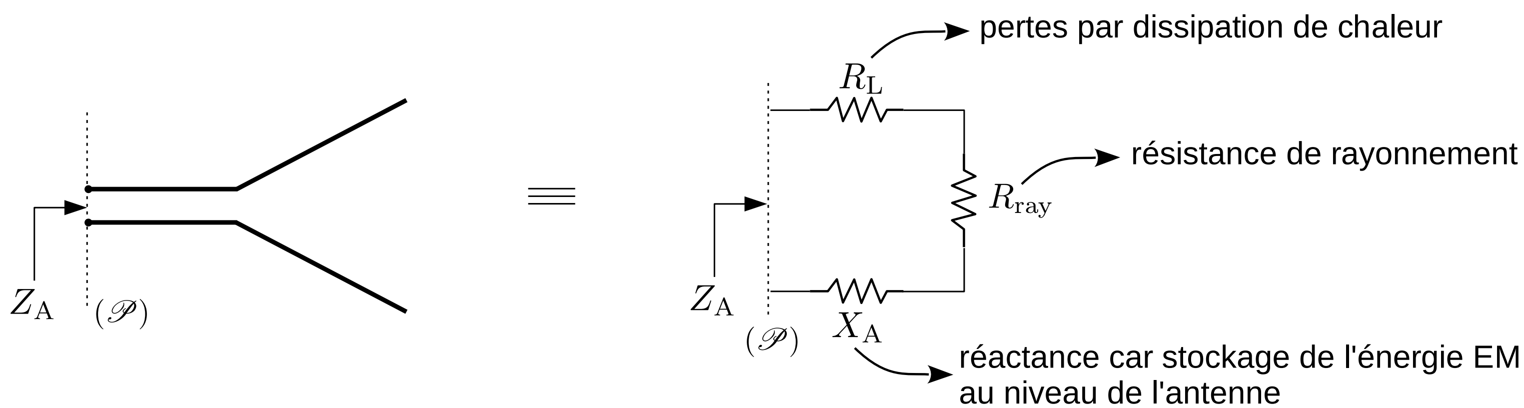
si
- $AR = 1 \Longrightarrow$ polar. circulaire
  *en pratique* $AR \leq 3\ \mathrm{dB}$
- $AR \approx \infty \Longrightarrow$ polar. linéaire

(cf. Annexe effet de polarisation)

# 6- Impédance d'entrée d'une antenne (1/5)

**Définition et modèle équivalent**

- ✓ impédance présentée par l'antenne au niveau du connecteur (ou terminaison)
- ✓ grandeur complexe et fonction de la fréquence
- ✓ modèle équivalent valable pour des antennes petites et simples



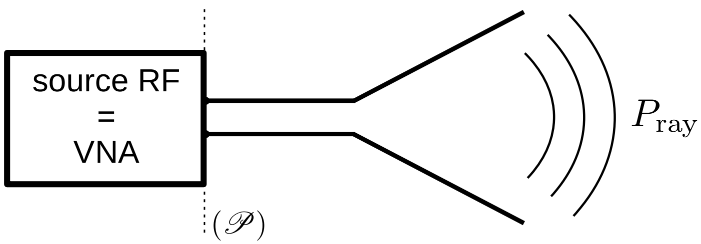

$$\boxed{Z_{\mathrm{A}} = R_{\mathrm{A}} + \mathrm{i}X_{\mathrm{A}} \quad \text{avec} \quad \left| \begin{array}{l} R_{\mathrm{A}} = R_{\mathrm{ray}} + R_{\mathrm{L}} \in \mathbb{R}_{>0} \\ X_{\mathrm{A}} \in \mathbb{R} \end{array} \right.}$$

**Remarque**

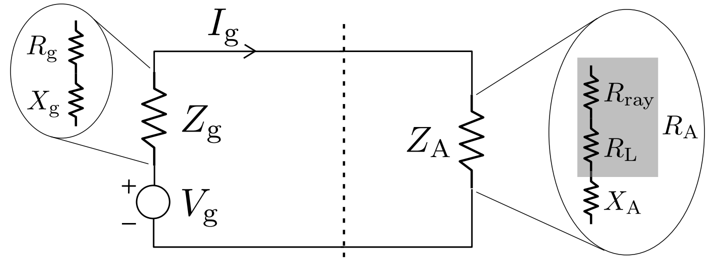
Dans la conception d'antenne on essaie d'avoir $X_{\mathrm{A}} \approx 0$

*Pour le dipôle infinitésimal* $Z_{\mathrm{A}} = R_{\mathrm{ray}}$

## Bilan de puissance en Tx




$\equiv$




impédance de la source $(\mathscr{P})$ impédance de l'antenne

$Z_{\mathrm{g}} = R_{\mathrm{g}} + \mathrm{i}X_{\mathrm{g}}$ $\quad$ $Z_{\mathrm{A}} = R_{\mathrm{A}} + \mathrm{i}X_{\mathrm{A}}$

courant fourni par la source $I_{\mathrm{g}} = \dfrac{V_{\mathrm{g}}}{Z_{\mathrm{A}} + Z_{\mathrm{g}}} = \dfrac{V_{\mathrm{g}}}{R_{\mathrm{g}} + R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{ray}} + \mathrm{i}\,(X_{\mathrm{A}} + X_{\mathrm{g}})}$

- Puissance moyenne rayonnée par l'antenne

$$P_{\mathrm{ray}} = \frac{1}{2} R_{\mathrm{ray}} |I_{\mathrm{g}}|^2 \quad \Rightarrow \quad P_{\mathrm{ray}} = \frac{|V_{\mathrm{g}}|^2}{2} \cdot \frac{R_{\mathrm{ray}}}{(R_{\mathrm{g}} + R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{ray}})^2 + (X_{\mathrm{A}} + X_{\mathrm{g}})^2}$$

- Puissance dissipée sous forme de chaleur dans l'antenne

$$P_{\mathrm{L}} = \frac{1}{2} R_{\mathrm{L}} |I_{\mathrm{g}}|^2 \quad \Rightarrow \quad P_{\mathrm{L}} = \frac{|V_{\mathrm{g}}|^2}{2} \cdot \frac{R_{\mathrm{L}}}{(R_{\mathrm{g}} + R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{ray}})^2 + (X_{\mathrm{A}} + X_{\mathrm{g}})^2}$$

- Puissance restante dissipée en chaleur dans la résistance interne de la source

$$P_{\mathrm{g}} = \frac{1}{2} R_{\mathrm{g}} |I_{\mathrm{g}}|^2 \quad \Rightarrow \quad P_{\mathrm{g}} = \frac{|V_{\mathrm{g}}|^2}{2} \cdot \frac{R_{\mathrm{g}}}{(R_{\mathrm{g}} + R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{ray}})^2 + (X_{\mathrm{A}} + X_{\mathrm{g}})^2}$$

- Puissance fournie par la source

$$P_{\mathrm{S}} = \frac{1}{2} V_{\mathrm{g}} I_{\mathrm{g}}^* \quad \Rightarrow \quad P_{\mathrm{S}} = \frac{|V_{\mathrm{g}}|^2}{2} \cdot \frac{1}{R_{\mathrm{g}} + R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{ray}} - \mathrm{i}\,(X_{\mathrm{A}} + X_{\mathrm{g}})}$$

> **Question**
> quelle est la puissance maximale délivrée à l'antenne, pour une tension $V_{\mathrm{g}}$ imposée ?

# 6- Impédance d'entrée d'une antenne (3/5)

**Réponse**

puissance délivrée à la charge maximale si

$$\boxed{\begin{array}{c} R_{\mathrm{ray}} + R_{\mathrm{L}} = R_{\mathrm{g}} \\ \text{et} \\ X_{\mathrm{A}} = -X_{\mathrm{g}} \end{array}} \rightarrow \boxed{Z_{\mathrm{A}} = Z_{\mathrm{g}}^*}$$

conditions d'adaptation d'impédance

Dans ces conditions les puissances sont

| $P_{\mathrm{ray}}$ | $P_{\mathrm{L}}$ | $P_{\mathrm{g}} = P_{\mathrm{ray}} + P_{\mathrm{L}}$ | $P_{\mathrm{S}}$ |
|---|---|---|---|
| $\frac{\lvert V_{\mathrm{g}}\rvert^2}{8} \cdot \frac{R_{\mathrm{ray}}}{(R_{\mathrm{ray}} + R_{\mathrm{L}})^2}$ | $\frac{\lvert V_{\mathrm{g}}\rvert^2}{8} \cdot \frac{R_{\mathrm{L}}}{(R_{\mathrm{ray}} + R_{\mathrm{L}})^2}$ | $\frac{\lvert V_{\mathrm{g}}\rvert^2}{8} \cdot \frac{R_{\mathrm{g}}}{(R_{\mathrm{ray}} + R_{\mathrm{L}})^2}$ | $\frac{\lvert V_{\mathrm{g}}\rvert^2}{4\,(R_{\mathrm{ray}} + R_{\mathrm{L}})}$ |

$$\boxed{\begin{array}{l} P_{\mathrm{S}} = P_{\mathrm{ray}} + P_{\mathrm{L}} + P_{\mathrm{g}} \\ \qquad \Longrightarrow \quad P_{\mathrm{S}} = 2\,(P_{\mathrm{ray}} + P_{\mathrm{L}}) \end{array}}$$

**Commentaires**

La moitié de la puissance fournie par le générateur part dans l'antenne. L'autre partie est dissipée sous forme de chaleur dans la résistance interne de la source.

**Conclusion**

Une antenne idéale rayonne au mieux 50 % de la puissance électrique fournie

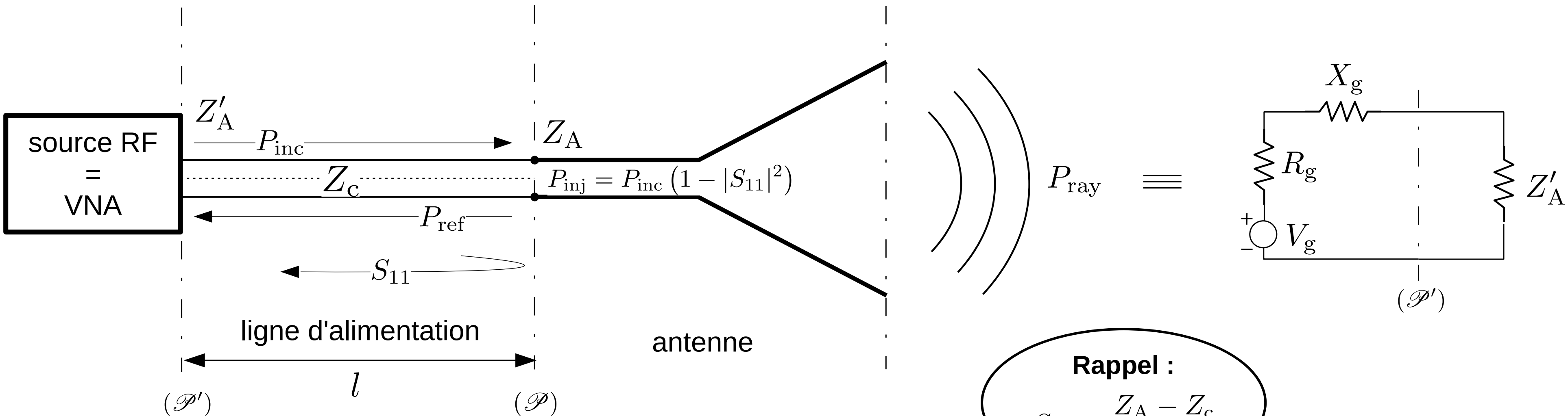
**Remarque**

L'efficacité de rayonnement peut être également définie comme le rapport de la puissance fournie à la résistance de rayonnement $R_{\mathrm{ray}}$, à la puissance fournie à la résistance de l'antenne $R_{\mathrm{A}}\ (= R_{\mathrm{ray}} + R_{\mathrm{L}})$

$$e_{\mathrm{ray}} = \frac{R_{\mathrm{ray}}}{R_{\mathrm{ray}} + R_{\mathrm{L}}}$$

# 6- Impédance d'entrée d'une antenne (4/5)

Dans la réalité, l'antenne est connectée à la source par une ligne. Donc, prendre en considération la désadaptation entre la ligne et l'antenne




**Rappel :**

$$S_{11} = \frac{Z_A - Z_c}{Z_A + Z_c}$$

Pour une ligne à pertes, l'impédance de l'antenne ramenée par la ligne en sortie de la source (ou à l'entrée de la ligne) est

$$Z'_A = Z_c \cdot \frac{Z_A + Z_c \tanh(\gamma l)}{Z_c + Z_A \tanh(\gamma l)} \;\Big|\; \gamma = \alpha + i\beta$$

$\beta$ : déphasage linéique

$\alpha$ : atténuation linéique (pertes)

$\gamma$ : constante de propagation complexe

si « ligne sans pertes » $(\alpha = 0)$

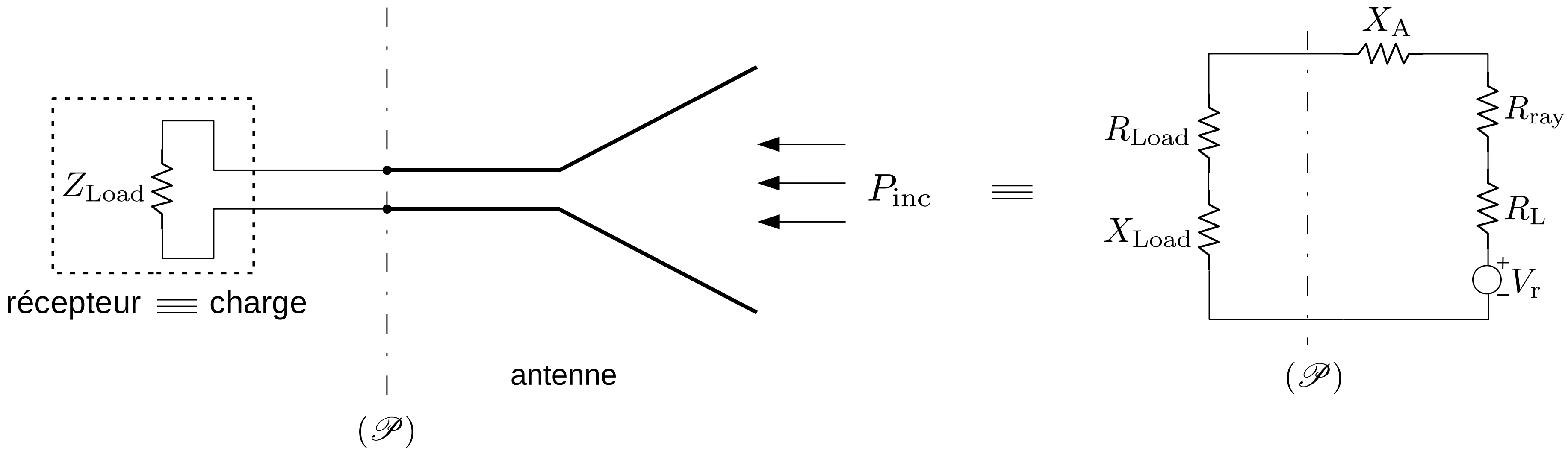
$$Z'_A = Z_c \cdot \frac{Z_A + iZ_c \tan(\beta l)}{Z_c + iZ_A \tan(\beta l)}$$

**Remarque**

Si la ligne d'alimentation présente des pertes, alors les intégrer dans la détermination de la puissance incidente au niveau de l'antenne

# 6- Impédance d'entrée d'une antenne (5/5)

## Bilan de puissance en Rx



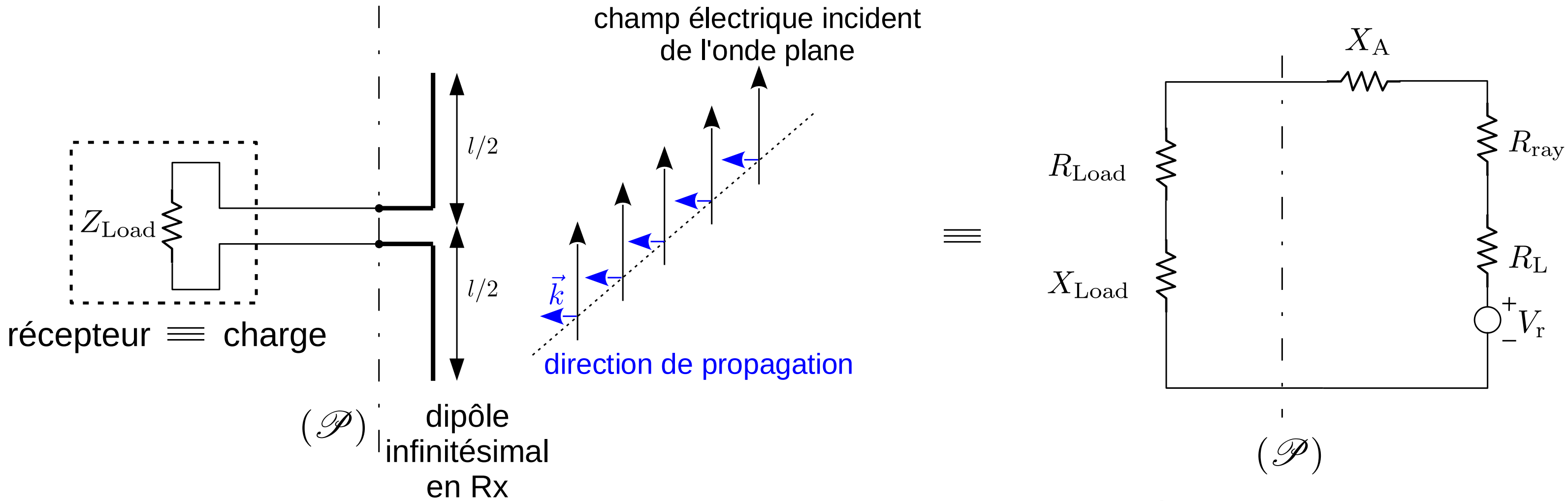

En Rx, l'onde incidente captée par l'antenne peut être modélisée par une source de tension $V_{\mathrm{r}}$ analogue à la source $V_{\mathrm{g}}$ du fonctionnement en Tx.

La partie calcul est identique à celle de l'antenne en Tx.

# 7- Bilan de liaison (1/4)

## Surface efficace (*effective area, en anglais*) d'une antenne

Une antenne en Rx capte la puissance incidente des OEM pour la transmettre à la charge




La surface efficace (ou surface équivalente, aire d'absorption, aire effective) est définie comme le rapport de la puissance fournie (ou transmise) à la charge à la densité de puissante de l'onde incidente

unité $\mathrm{m}^2$

$$\boxed{A_{\mathrm{e}} = \frac{P_{\mathrm{Load}}}{\left.\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}S}\right|_{\mathrm{inc}}}}$$

Pour les antennes pouvant être modélisées par un circuit équivalent

$$\boxed{A_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\frac{R_{\mathrm{Load}}|I_{\mathrm{r}}|^2}{\left.\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}S}\right|_{\mathrm{inc}}}}$$

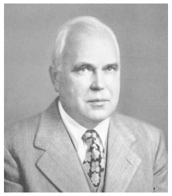
La surface efficace est reliée à la directivité :

$$A_{\mathrm{e}} = \frac{\lambda^2}{4\pi}D(\theta,\phi) \quad \text{et est maximale pour} \quad A_{\mathrm{e_m}} = \frac{\lambda^2}{4\pi}D_0$$

si on prend en considération l'efficacité de rayonnement de l'antenne $(e_{\mathrm{ray}} = G/D)$ alors

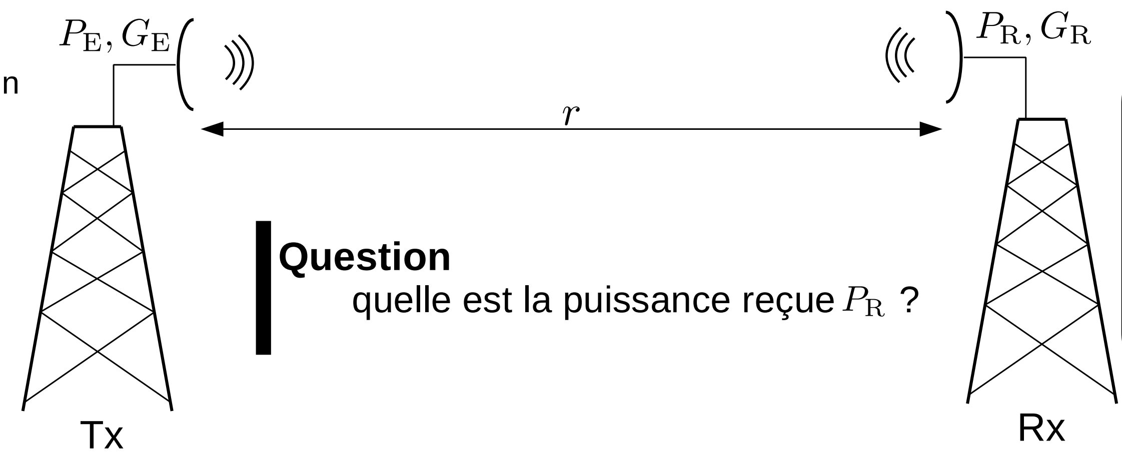
$$\boxed{A_{\mathrm{e}} = \frac{\lambda^2}{4\pi}G(\theta,\phi)} \quad \text{et} \quad \boxed{A_{\mathrm{e_m}} = \frac{\lambda^2}{4\pi}G_0}$$

## Formule de transmission de Friis (équation des télécommunications)



danois-américain
(1893-1976)

- ✓ traduit un bilan de puissance entre une antenne en Tx et une antenne en Rx, en vue directe
- ✓ valable uniquement si la distance qui les sépare est supérieure à $2D^2/\lambda$




**Question**
quelle est la puissance reçue $P_\mathrm{R}$ ?

$P_\mathrm{E}$ → puissance incidente sur le port d'alimentation de l'antenne Tx

$G_\mathrm{E}(\theta_\mathrm{E}, \phi_\mathrm{E})$ → gain de l'antenne Tx

$G_\mathrm{R}(\theta_\mathrm{R}, \phi_\mathrm{R})$ → gain de l'antenne Rx

$P_R$ → puissance reçue sur l'antenne de Rx, donc transmise au récepteur connecté à l'antenne de Rx

► Densité de puissance rayonnée par l'antenne en Tx à la distance $r$

$$\left.\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}S}\right|_\mathrm{Rx} = \frac{P_\mathrm{E}}{4\pi r^2} G_\mathrm{E} = \frac{PIRE}{4\pi r^2} \mid PIRE = P_\mathrm{E} G_\mathrm{E}$$

Puissance Isotrope Rayonnée Équivalente
en anglais : *EIRP, Effective Isotropric Radiated Power*

unité
W

► Puissance reçue par l'antenne en Rx

$$P_\mathrm{R} = A_\mathrm{eR} \left.\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}S}\right|_\mathrm{Rx} \mid A_\mathrm{eR} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_\mathrm{R}\left(\theta_\mathrm{R}, \phi_\mathrm{R}\right) \Rightarrow \boxed{P_\mathrm{R} = P_\mathrm{E}\, G_\mathrm{E}(\theta_\mathrm{E}, \phi_\mathrm{E})\, G_\mathrm{R}(\theta_\mathrm{R}, \phi_\mathrm{R}) \left(\frac{\lambda_0}{4\pi r}\right)^2}$$

avec la prise en compte des pertes par : désadaptation entre la ligne et l'antenne, polarisation

$$\boxed{P_\mathrm{R} = P_\mathrm{E} \left(1 - |S_{11\mathrm{E}}|^2\right) G_\mathrm{E}(\theta_\mathrm{E}, \phi_\mathrm{E}) \left(1 - |S_{11\mathrm{R}}|^2\right) G_\mathrm{R}(\theta_\mathrm{R}, \phi_\mathrm{R}) \left(\frac{\lambda_0}{4\pi r}\right)^2 e_\mathrm{pol}}$$

# 7- Bilan de liaison (3/4)

**Autres déclinaisons de la formule de Friis**

- en fonction de la fréquence $f$

$$P_{\mathrm{R}} = P_{\mathrm{E}}\, G_{\mathrm{E}}(\theta_{\mathrm{E}}, \phi_{\mathrm{E}})\, G_{\mathrm{R}}(\theta_{\mathrm{R}}, \phi_{\mathrm{R}}) \left(\frac{c_0}{4\pi r f}\right)^2$$

- en fonction du nombre d'onde $k$

$$P_{\mathrm{R}} = \frac{P_{\mathrm{E}}\, G_{\mathrm{E}}(\theta_{\mathrm{E}}, \phi_{\mathrm{E}})\, G_{\mathrm{R}}(\theta_{\mathrm{R}}, \phi_{\mathrm{R}})}{4} \left(\frac{1}{kr}\right)^2$$

- en fonction de l'affaiblissement en espace libre $A_0$ (*free space path loss,* en anglais)

$$P_{\mathrm{R}} = \frac{P_{\mathrm{E}}\, G_{\mathrm{E}}(\theta_{\mathrm{E}}, \phi_{\mathrm{E}})\, G_{\mathrm{R}}(\theta_{\mathrm{R}}, \phi_{\mathrm{R}})}{A_0} \mid A_0 = \left(\frac{4\pi r}{\lambda_0}\right)^2$$

- **en dBm**

**Rappel**

$$P\,(\mathrm{dBm}) := 10 \log_{10}\left(\frac{P\,(W)}{1\mathrm{mW} = 10^{-3}\,\mathrm{W}}\right) = 10 \log_{10}(P\,(W)) + 30$$

$$\boxed{P_{\mathrm{R}}\,(\mathrm{dBm}) = P_{\mathrm{E}}\,(\mathrm{dBm}) + G_E\,(\mathrm{dBi}) + G_R\,(\mathrm{dBi}) - A_0\,(\mathrm{dB}) \quad \text{avec} \quad A_0\,(\mathrm{dB}) = 20 \log\left(\frac{4\pi r f}{c_0}\right)}$$

**Remarque**

- si $r\,(\mathrm{km})$ et $f\,(\mathrm{GHz})$

$$A_0\,(\mathrm{dB}) \approx 92,4 + 20\log(r) + 20\log(f)$$

- si $r\,(\mathrm{km})$ et $f\,(\mathrm{MHz})$ ➡ UIT-R, Secteur des Radiocommunications

$$A_0\,(\mathrm{dB}) \approx 32,4 + 20\log(r) + 20\log(f)$$

# 7- Bilan de liaison (4/4)

## Avez-vous compris ?

### Problématique

Des antennes d'émission et de réception fonctionnant à 1 GHz, avec des gains respectivement de 20 et 15 dB, sont séparées d'une distance de 1 km. La puissance d'entrée est de 150 W. Déterminer la puissance reçue, en W et en dBm, lorsque :

a) les antennes sont adaptées en polarisation ;

b) l'antenne d'émission est à polarisation circulaire (gauche ou droite) et l'antenne de réception est à polarisation linéaire.

### Réponse :

✓ Relation en linéaire

$$P_{\mathrm{R}} = P_{\mathrm{E}} G_{\mathrm{E}} G_{\mathrm{R}} \left(\frac{c_0}{4\pi r f}\right)^2 e_{\mathrm{pol}}$$

a) $e_{\mathrm{pol}} = 1$

$$P_{\mathrm{R}} = 150 \cdot 10^2 \cdot 10^{1,5} \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^8}{4\pi \cdot 10^3 \cdot 10^9}\right)^2$$

$$= 15 \cdot 10^{4,5} \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^{-4}}{4\pi}\right)^2$$

Et sans calculette ?

$$\boxed{P_{\mathrm{R}} \approx 2{,}7034 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{W}}$$

$\times 1/2$

b) $e_{\mathrm{pol}} = 1/2$

$$P_{\mathrm{R}} = 150 \cdot 10^2 \cdot 10^{1,5} \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^8}{4\pi \cdot 10^3 \cdot 10^9}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 75 \cdot 10^{3,5} \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^{-4}}{4\pi}\right)^2$$

$$\boxed{P_{\mathrm{R}} \approx 1{,}3517 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{W}}$$

✓ Relation en dBm

$$P_{\mathrm{R}}\,(\mathrm{dBm}) = P_{\mathrm{E}}\,(\mathrm{dBm}) + G_{\mathrm{E}}\,(\mathrm{dBi}) + G_{\mathrm{R}}\,(\mathrm{dBi}) - A_0\,(\mathrm{dB}) + 10\log\left(e_{\mathrm{pol}}\right)$$

a) $e_{\mathrm{pol}} = 1$

$$P_{\mathrm{R}}\,(\mathrm{dBm}) \approx 10\log(150) + 30 + 20 + 15 - 92{,}4$$

$$\boxed{P_{\mathrm{R}} \approx -5{,}6391\ \mathrm{dBm}}$$

$-3$ dB

b) $e_{\mathrm{pol}} = 1/2$

$$P_{\mathrm{R}}\,(\mathrm{dBm}) \approx 10\log(150) + 30 + 20 + 15 - 92{,}4 - 3{,}0103$$

$$\boxed{P_{\mathrm{R}} \approx -8{,}6494\ \mathrm{dBm}}$$