Test TP R3.04 **Nom :............................ Prénom : ....Gr :**

1) Déterminer la transformée en Z de chacune des signaux numériques ci-dessous : (11 pts)

✓ $e(k) = 3^{k+1}.U(k) = 3.3^k.U(k)$

1,5 $E(z) = 3.Tz(3^k) = \frac{3z}{z-3}$

1,5 ✓ $f(k) = (3^k + 1).U(k) = 3^k.U(k) + U(k)$

$F(z) = Tz(3^k) + Tz(1) = \frac{z}{z-3} + \frac{z}{z-1}$

1 ✓ $g(k) = \sin\left(k\frac{\pi}{3}\right).U(k)$

$G(z) = \frac{z\sin\pi/3}{z^2 - 2z\cos\pi/3 + 1} = \frac{z\sqrt{3}/2}{z^2 - z + 1}$

1,5 ✓ $i(k) = k^2.U(k) = k.kU(k)$

$I(z) = -z.F'(z)$ où $F(z) = Tz(k.U(k)) = \frac{z}{(z-1)^2}$

donc $F'(z) = \frac{(z-1)^2 - 2z(z-1)}{(z-1)^4} = \frac{z-1-2z}{(z-1)^3} = \frac{-z-1}{(z-1)^3}$

Ainsi :

$I(z) = \frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$

1,5 ✓ $s(k) = k.2^k.U(k)$

$S(z) = -z.F'(z)$ où $F(z) = Tz(2^k.U(k)) = \frac{z}{z-2}$

donc $F'(z) = \frac{z-2-z}{(z-2)^2} = -\frac{2}{(z-2)^2}$

Ainsi :

$S(z) = \frac{2z}{(z-2)^2}$

2 ✓ $h(k) = (2k + 1)^2.U(k - 1)$
(On pourra reprendre le résultat de la transformée de i(k))

$H(z) = z^{-1}.Tz\left(\underbrace{(2(k+1)+1)}_{2k+3}{}^2.U(k)\right) = z^{-1}.Tz(4k^2 + 12k + 9)$

$H(z) = z^{-1}\left(4\frac{z(z+1)}{(z-1)^3} + 12\frac{z}{(z-1)^2} + 9\frac{z}{z-1}\right)$

Scanné avec CamScanner

Test TP R3.04 Nom :………………………… Prénom : ………………..Gr :

2 ✓ $m(k) = k.2^k.U(k-3)$

(On pourra reprendre le résultat de la transformée de s(k))

$M(z) = z^{-3}.Tz\left((k+3).2^{k+3}.U(k)\right) = z^{-3}.Tz\left(k.2^{k+3} + 3.2^{k+3}\right)$ $2^3(k2^k+3.2^k)$

$= z^{-3}.2^3\left[Tz(k.2^k) + 3.Tz(2^k)\right]$

$= 8z^{-3}\left(\frac{2z}{(z-2)^2} + \frac{3z}{z-2}\right)$

$M(z) = 8\left(\frac{2}{z^2(z-2)^2} + \frac{3}{z^2(z-2)}\right)$

2) Déterminer la transformée en Z inverse de chacune des fonctions ci-dessous : (9 pts)

✓ $E(z) = \frac{z}{z-6}$

1 $e(k) = 6^k.U(k)$

2 ✓ $F(z) = \frac{1}{z^4.(z-6)} = z^{-5}.\frac{z}{z-6}$

$f(k) = 6^{k-5}.U(k-5)$

2 ✓ $G(z) = 3.z^{-10} + 2$

$g(k) = 3.Tz^{-1}(z^{-10}) + 2.Tz^{-1}(1)$

$g(k) = 3.\delta(k-10) + 2.\delta(k)$

2 ✓ $I(z) = \frac{2.z^2 - z\sqrt{2}}{z^2 - z\sqrt{2}+1} = \frac{2(z^2 - z\cos\frac{\pi}{4})}{z^2 - 2z\cos\frac{\pi}{4} + 1}$ car $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$i(k) = 2.\cos(k\frac{\pi}{4}).u(k)$

2 ✓ $J(z) = \frac{2.z-\sqrt{2}}{z^2 - z\sqrt{2}+1} = z^{-1}.I(z)$

$j(k) = i(k-1) = 2.\cos\left((k-1)\frac{\pi}{4}\right).u(k-1)$