Corrigé du DM3
1FTP

1) $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad x = -\frac{\pi}{6}$ et $x = \frac{\pi}{6}$

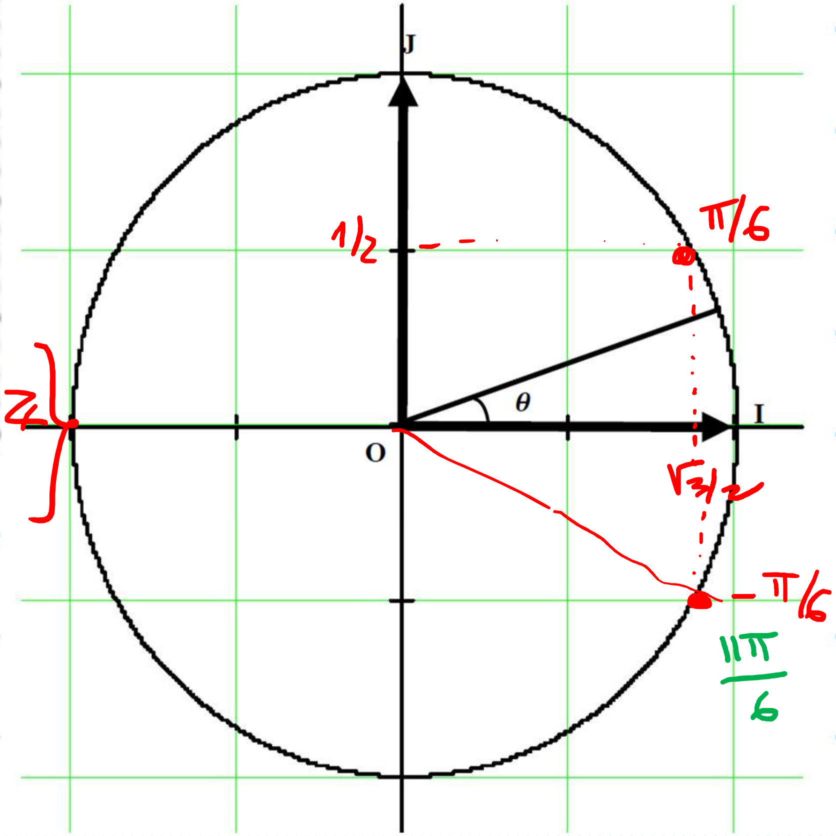
L'ensemble des solutions est :

$-\frac{\pi}{6} + k \times 2\pi$

$k \in \mathbb{Z}$

$\frac{\pi}{6} + k * 2\pi$

$S = \left\{ \underbrace{-\frac{\pi}{6}}_{\frac{11\pi}{6}} + 2k\pi \,;\, \frac{\pi}{6} + 2k\pi \,;\, k \in \mathbb{Z} \right\}$



2) $\cos(2t) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{11\pi}{6}$

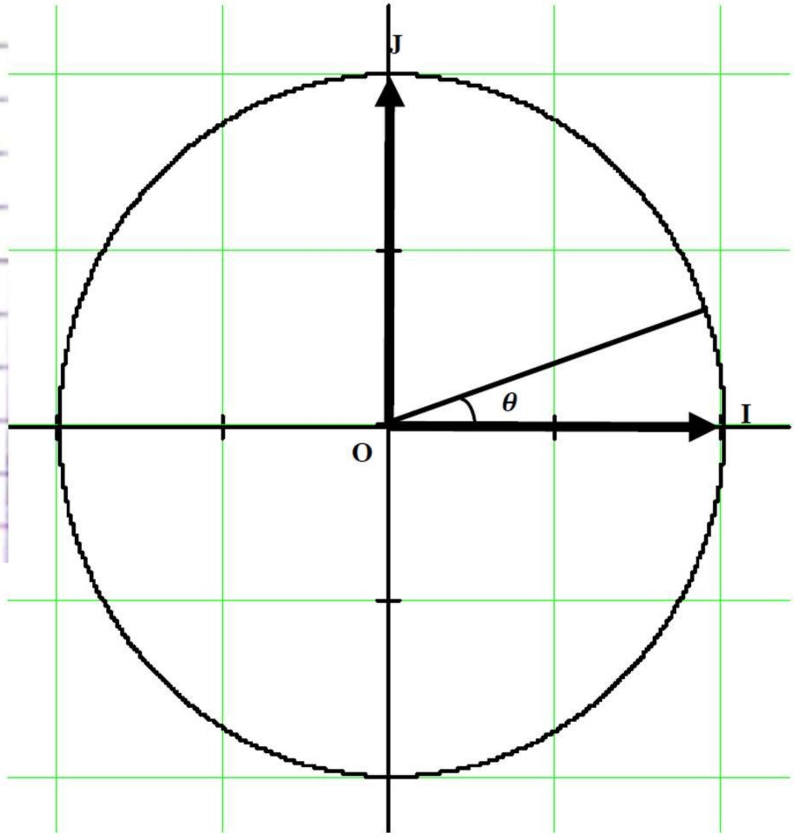
$$(S)\quad \begin{cases} 2t = -\dfrac{\pi}{6} + 2k\pi, & k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} & \\ 2t = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi, & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$\frac{11\pi}{12}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -\dfrac{\pi}{12} + k\pi, & k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} & \\ t = \dfrac{\pi}{12} + k\pi, & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\boxed{S = \left\{ -\dfrac{\pi}{12} + k\pi \; ; \; \dfrac{\pi}{12} + k\pi \right\} ; \; k \in \mathbb{Z}}$$

$\frac{11\pi}{12}$



3) $\sin\left(3\theta + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$.

$$(S)\quad \begin{cases} 3\theta + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, & k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} & \\ 3\theta + \frac{\pi}{3} = -\underbrace{\frac{\pi}{6}}_{\frac{11\pi}{6}} + 2k\pi, & k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

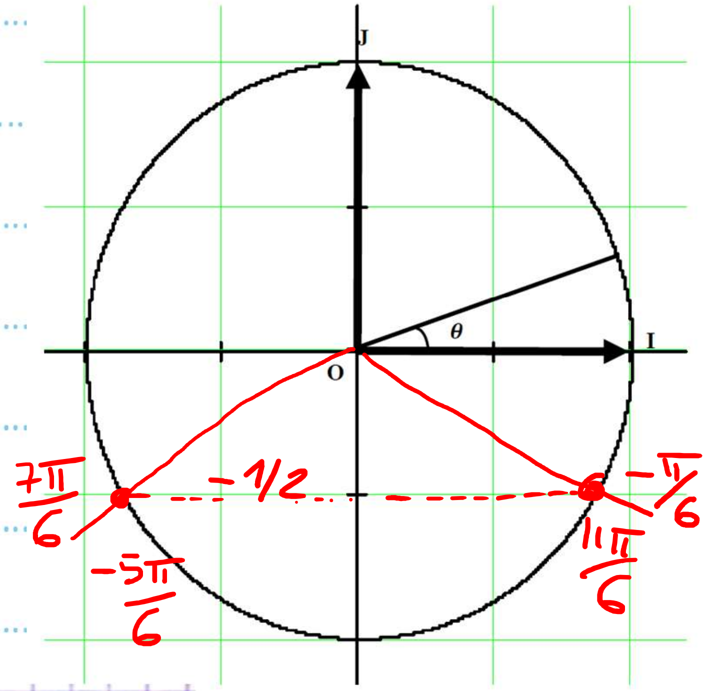
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3\theta = \left\{\frac{7\pi}{6} - \frac{2\pi}{2\times 3}\right\} + 2k\pi, & k \in \mathbb{Z}. \\ \text{ou} & \\ 3\theta = \left\{-\frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{2\times 3}\right\} + 2k\pi, & k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$\frac{11\pi}{6} - \frac{2\pi}{6}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \theta = \dfrac{\frac{5\pi}{6} + 2k\pi}{3}, & k \in \mathbb{Z}. \\ \text{ou} \quad \frac{9\pi}{6} & \\ \theta = \dfrac{-\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{3}, & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \theta = \frac{5\pi}{18} + \frac{2}{3}k\pi, & k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} & \\ \theta = \overset{\frac{\pi}{2}}{-\frac{\pi}{6}} + \frac{2}{3}k\pi, & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\boxed{S = \left\{\frac{5\pi}{18} + \frac{2}{3}k\pi \,;\, -\underbrace{\frac{\pi}{6}}_{\frac{\pi}{2}} + \frac{2}{3}k\pi \,;\, k \in \mathbb{Z}\right\} \quad k \in \mathbb{Z}.}$$



5) $\tan(x) = \sqrt{3}$

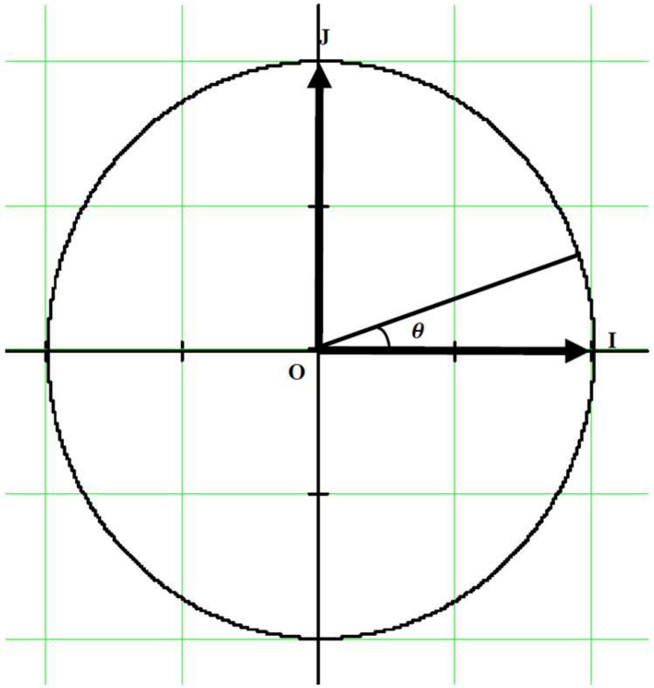
$$\boxed{S = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi \,;\, -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \right\} ;\ k \in \mathbb{Z} \quad k \in \mathbb{Z}.}$$

4) $\tan(x) = \sqrt{3}$ ~~$\Rightarrow \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$ donc $x = \frac{\pi}{3}$~~

$\Longleftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ ;\ k \in \mathbb{Z}$

$$S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \ ;\ k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$-\frac{2\pi}{3}$



Exercice 6 Résistances équivalentes

Page 16 chapitre 1

1) Résoudre les équations : $x^2 - 8x + 15 = 0$ et $2x^2 + 5x - 3 = 0$

2) Soit r, une résistance (strictement positive) telle que : $r = 10\Omega$.

a) Déterminer la résistance positive x telle que : $r + \frac{rx}{r+x} = x$

b) Déterminer la résistance positive x telle que : $r + \frac{rx}{r+x} \geq x$.

$ax^2+bx+c=0$

① $x^2 - 8x+15=0$ | $a=1$; $b=-8$; $c=15$. $\Delta = b^2-4ac = (-8)^2 - 4(1)(15) = 64-60 = 4 > 0$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8-2}{2} = 3$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8+2}{2} = 5$. $S = \{3 ; 5\}$

$2x^2+5x-3=0$ $a=2$; $b=5$; $c=-3$ $\Delta = b^2-4ac = 25-4(2)(-3) = 25+24 = 49 > 0$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5-7}{4} = \frac{-12}{4} = -3$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5+7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $S = \{-3 ; \frac{1}{2}\}$

2a Notes $r>0,\ x>0$

$$r+\frac{rx}{r+x}=x$$

$(r+x)\times$ $\times(r+x)$

$$r(r+x)+rx=x(r+x)$$

$$r^2+\underbrace{rx+rx}_{2rx}=rx+x^2 \quad \leftarrow \text{équation en } x, \text{ de second degré}$$

$$x^2-rx-r^2=0 \qquad a=1\ ;\ b=-r\ ;\ c=-r^2$$

$$\Delta=b^2-4ac=(-r)^2-4(1)(-r^2)=r^2+4r^2$$

$$\Delta=5r^2>0$$

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{r-r\sqrt5}{2}=\underbrace{\frac{r}{2}(\underbrace{1-\sqrt5}_{<0})}_{<0} \quad \text{et} \quad x_2=\frac{r}{2}(1+\sqrt5)$$

La résistance cherchée est donc : $x=\frac{r}{2}(1+\sqrt5)$. AN : $x=5(1+\sqrt5)$

24 b) Notes $r>0,\ x>0$ $\qquad r+\dfrac{rx}{r+x}\geq x$

$$0<(r+x)\times\Big(\qquad\qquad\Big)\times(r+x)>0$$

$$r(r+x)+rx\geq x(r+x)$$

$$r^2+\underbrace{rx+rx}_{2rx}\geq rx+x^2 \quad\longleftarrow \text{ équation en } x, \text{ de second degré}$$

$$x^2-rx-r^2\leq 0 \qquad a=1\ ;\ b=-r\ ;\ c=-r^2$$

$$\Delta=b^2-4ac=(-r)^2-4(1)(-r^2)=r^2+4r^2$$

$$\Delta=5r^2>0$$

x	$-\infty$		$\frac{r}{2}(1-\sqrt{5})$		0		$\frac{r}{2}(1+\sqrt{5})$		$+\infty$
signe de x^2-rx-r^2		$+$	0	$-$			0	$+$	

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{r-r\sqrt{5}}{2}=\underbrace{\frac{r}{2}(\underbrace{1-\sqrt{5}}_{<0})}_{<0} \quad \text{et} \quad x_2=\frac{r}{2}(1+\sqrt{5})$$

$S=\left]0;\frac{r}{2}(1+\sqrt{5})\right]$

La résistance cherchée est donc : $x=\dfrac{r}{2}(1+\sqrt{5})$. AN : $x=5(1+\sqrt{5})$

Exercice 5 Résoudre les équations suivantes : (cela signifie qu'il faut trouver <u>toutes</u> les solutions de chacune de ces équations)

Page 29 chapitre 1

1) $\cos^2(x) - \sin^2(x) = -1$

2) $4.\cos^2(x) + \left(2 - 2\sqrt{3}\right).\cos(x) - \sqrt{3} = 0$

3) $\cos(2x) - 4\sin(x) + 3 = 0$

1) $\cos^2 x - \sin^2 x = -1 \quad (E)$

$\boxed{\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \quad \forall \theta \in \mathbb{R}}$

$(E) \Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = -(\cos^2 x + \sin^2 x)$

$\cos^2 x - \cancel{\sin^2 x} = -\cos^2 x - \cancel{\sin^2 x}$

$2\cos^2 x = 0$

$\cos x = 0$

$x = \frac{\pi}{2} + k\pi \, ; \, k \in \mathbb{Z}$