QCM

Calculs de base

Trigonométrie

Nombres complexes

Parmi ces trois formules, laquelle est la juste ?

1. $$\frac{1}{a.\frac{b}{c}} = \frac{c}{ac + b}$$

2. $$\frac{1}{a.\frac{b}{c}} = \frac{c}{ab}$$

3. $$\frac{1}{a.\frac{b}{c}} = \frac{ab}{c}$$

Rép. 2

Notes

$$\frac{1}{a \cdot \frac{b}{c}} = \frac{1}{\frac{ab}{c}} = \frac{c}{ab}$$

Parmi ces trois formules, laquelle est juste ?

1. . $\left(\sqrt{x^2}\right) = x$

2. . $\left(\sqrt{x^2}\right) = -x \; si \; x < 0$

3. . $\left(\sqrt{x^2}\right) = x \; si \; x < 0$

Rép. 2

Notes

$$\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

expl : $\sqrt{(-3)^2} = 3$ et non pas 3.

Ne pas confondre avec $\sqrt{x}^2$ où $x \geq 0$

$$\sqrt{x}^2 = x$$

$$\left(x^{1/2}\right)^2 = x^{\frac{1}{2}\cdot 2} = x^1 = x$$

Quelle est l’écriture simplifiée de $\dfrac{c^5\left(a^3b\right)^4}{\frac{c^2}{ab}}$?

1. . $c^3a^{13}b^5$
2. . $c^3a^{12}b^2$
3. . $c^7a^{11}b^3$
4. . c^7a^{13}
5. . c^7a^{11}

Rép. ①

Notes

$$E = \frac{c^5(a^3b)^4}{\frac{c^2}{ab}} = c^5.(a^3)^4\, b^4 \times \frac{ab}{c^2}$$

$$= \frac{c^5 a^{12} b^4 . ab}{c^2}$$

$$E = c^3 a^{13} b^5$$

Quelle est l'écriture simplifiée de $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}$?

1. . $\frac{1}{x(1-x)}$ avec x$\neq 0 \;\; et \; x \neq 1$
2. . $\frac{-1}{x-1}$ avec x$\neq 0 \;\; et \; x \neq 1$
3. . $\frac{1}{x(x-1)}$ avec x$\neq 0 \;\; et \; x \neq 1$
4. . $\frac{1}{x-1}$ avec $x \neq 1$
5. . $\frac{-1}{x}$ avec x$\neq 0 \;\; et \; x \neq 1$

Rép. 1

$$F(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}$$ existe si et seulement si $x \neq 0$ et $x-1 \neq 0$

$$= \frac{x-1-x}{x(x-1)}$$

$$= \frac{-1}{x(x-1)} \times \frac{-1}{-1}$$

$$F(x) = \frac{1}{x(1-x)} \quad \forall x \neq 0 \text{ et } \forall x \neq 1$$

Sans racines au dénominateur, quelle est l'écriture simplifiée de $\frac{-25}{\sqrt{3}-2}$?

1. . $-10 - 5\sqrt{3}$

2. . $-10 + 5\sqrt{3}$

3. . $\dfrac{-25\sqrt{3} + 50}{5}$

4. . $\dfrac{-25\sqrt{3} - 50}{5}$

5. . $50 + 25\sqrt{3}$

$$\boxed{(A-B)(A+B)=A^2-B^2}$$

Rép. 5

$$G=\frac{-25}{\sqrt{3}-2}\times\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}+2}=\frac{-25(\sqrt{3}+2)}{\sqrt{3}^2-2^2}=\frac{-25(\sqrt{3}+2)}{-1}$$

$$=25(\sqrt{3}+2)$$

$$G=50+25\sqrt{3}$$

Laquelle de ces phrases est juste ?

1. Les fonctions tangente et sinus sont impaires

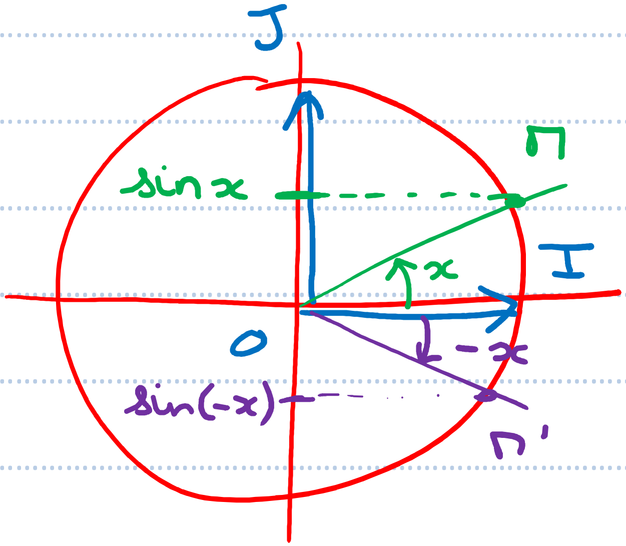
2. Les fonctions tangente et sinus sont paires

3. La fonction tangente est paire et la fonction sinus est impaire
4. La fonction tangente est impaire et la fonction sinus est paire

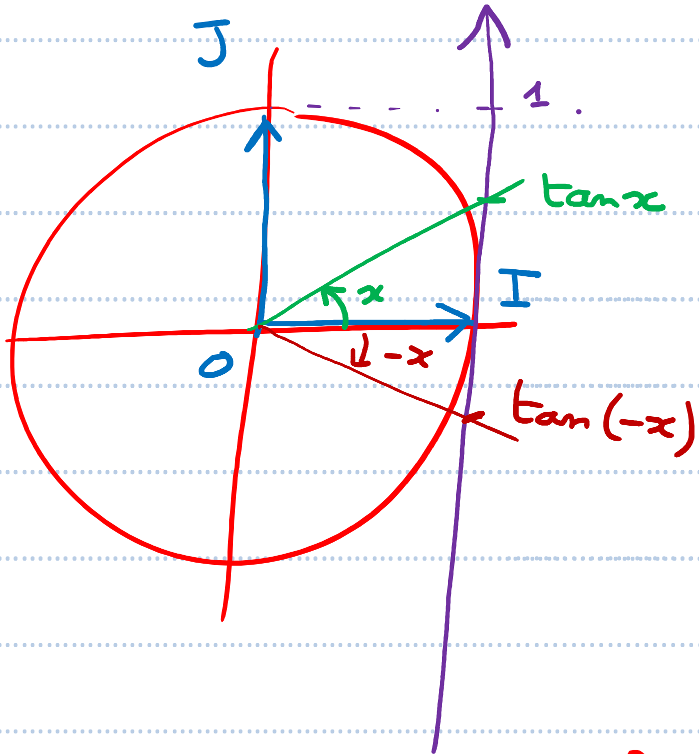
Rép. 1

Notes

$\sin(-x) = -\sin x$

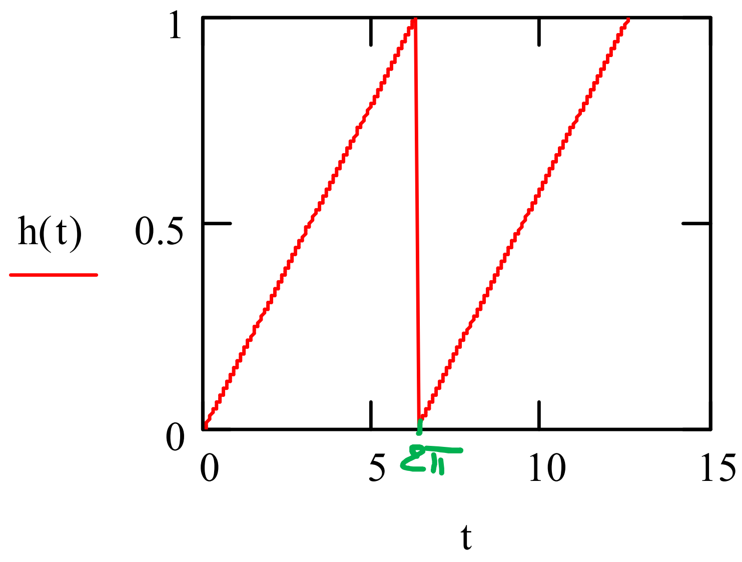


$\tan(-x) = -\tan x$



Arctan est ...... ?

Quelle est l'équation de la droite sur l'intervalle $[0; 2\pi]$?



1. $y = 2\pi t$
2. $y = 2\pi / t$
3. $y = 2\pi t + 1$
4. $y = \frac{1}{2\pi} t$
5. $y = \frac{1}{2\pi} t + 1$
6. $y = \frac{1}{2} t$

Rép. 4

$t \in [0 ; 2\pi]$

Notes

$\mathcal{D} : y = mt$ car $\mathcal{D}$ passe par O.

$$m = \frac{y_B - y_O}{t_B - t_O} = \frac{1-0}{2\pi - 0} = \frac{1}{2\pi}$$

Donc $\mathcal{D} : y = \frac{1}{2\pi} \cdot t = \frac{t}{2\pi}$

Laquelle de ces formules est juste ?

1. $\cos(\mathrm{a} + \mathrm{b}) = \sin\mathrm{a} + \sin\mathrm{b}$

2. $\cos(\mathrm{a} + \mathrm{b}) = \sin\mathrm{a}.\cos\mathrm{b} + \sin\mathrm{b}.\cos\mathrm{a}$

3. $\cos(\mathrm{a} + \mathrm{b}) = \sin\mathrm{a}.\cos\mathrm{b} - \sin\mathrm{b}.\cos\mathrm{a}$

4. $\cos(a + b) = cosa.cosb - sinb.sina$

5. $\cos(a + b) = cosa.cosb + sinb.sina$

Rép ④ pour la précédente diapositive.

Laquelle de ces formules est juste ?

1. $\cos^2 a = 1 - \sin^2 a$

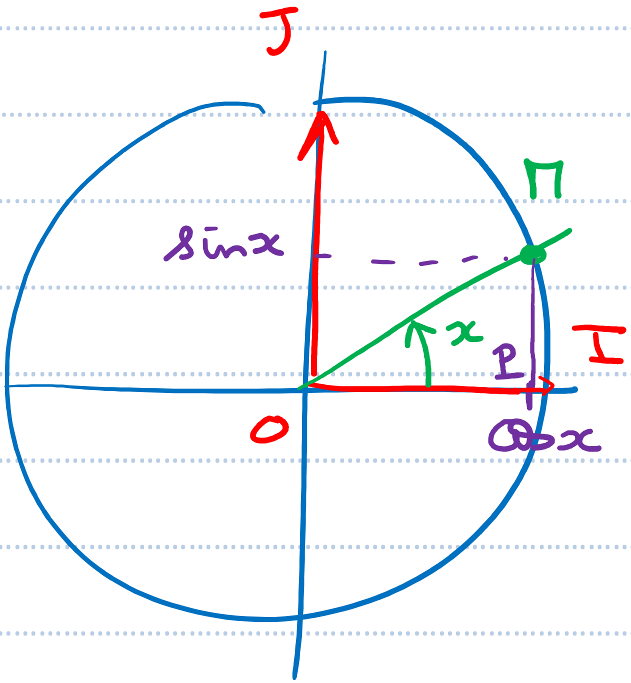
2. $\cos^2 a = 1 + \sin^2 a$

3. $\cos^2 a = -1 - \sin^2 a$

4. $\cos^2 a = \sin^2 a - 1$

Rép. 1

Notes



Pythagore : $OM^2 = OP^2 + PM^2$

$1 = \cos^2 x + \sin^2 x$

$$\boxed{\cos^2 x = 1 - \sin^2 x}$$

Laquelle de ces formules est juste ?

1. $\cos(\pi - \theta) = \cos(\theta)$

2. $\cos(\pi - \theta) = -\cos(\theta)$

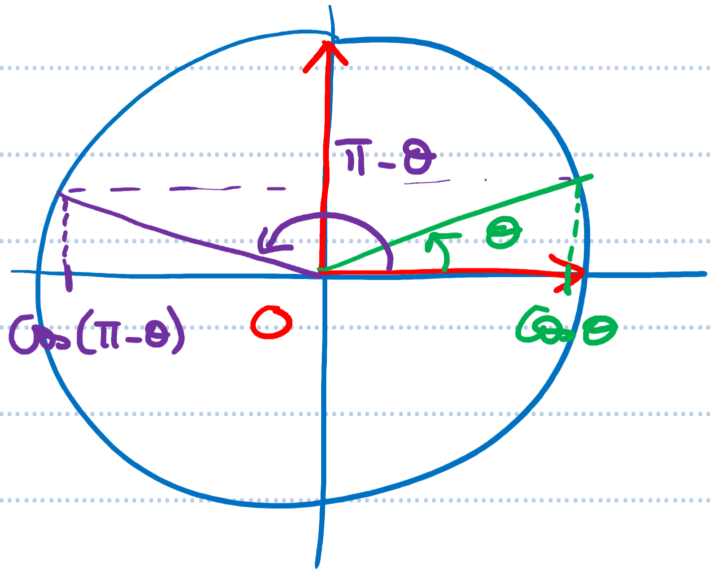
3. $\cos(\pi - \theta) = \sin(\theta)$

4. $\cos(\pi - \theta) = -\sin(\theta)$

Rép. 2

Notes

Méth 1



$$\cos(\pi-\theta) = -\cos\theta$$

Méth 2

$$\cos(\pi-\theta) = \underbrace{\cos\pi}_{=-1}\cos\theta + \underbrace{\sin\pi}_{=0}\sin\theta = -\cos\theta$$

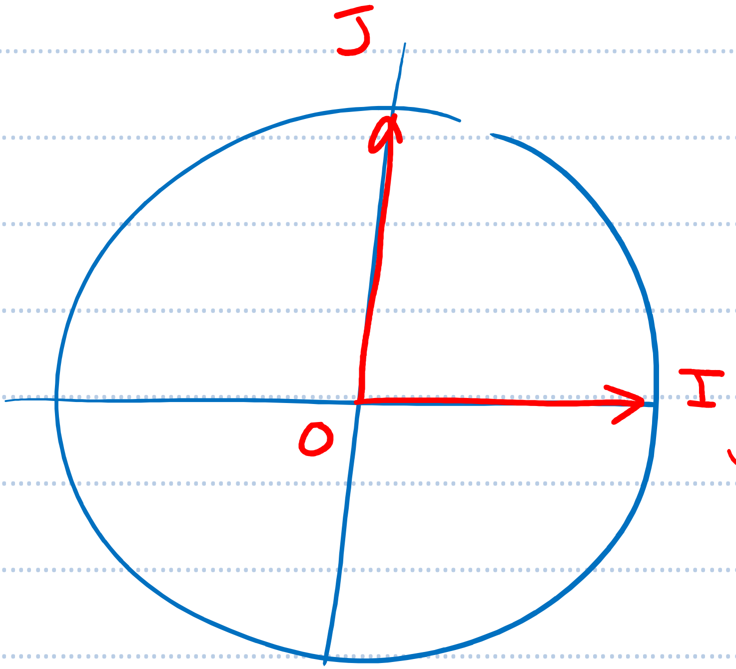
Quelle est la valeur de cos(2kπ) où $k \in \mathbb{Z}$?

1. 0
2. 1
3. -1
4. $(-1)^k$

Rép. 2 $k \in \mathbb{Z}$

Notes

$$\underbrace{\ldots -3\pi \;;\; 3\pi \;;\; \pi}_{(2k+1)\pi}$$



$$\underbrace{0,\ 2\pi,\ 4\pi,\ -2\pi,\ -4\pi \text{ etc.} \ldots}_{2k\pi}$$

$$\cos(2k\pi) = 1 \qquad \forall k \in \mathbb{Z}$$

L’ensemble des solutions de l’équation $\sin(3x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ est :

1. $S = \left\{\frac{\pi}{12} + 2k\pi\ ;\ \frac{3\pi}{12} + 2k\pi\ ; k\epsilon\mathbb{Z}\right\}$

2. $S = \left\{\frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3};\ \frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3}; k\epsilon\mathbb{Z}\right\}$

3. $S = \left\{\frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3};\ \frac{-\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3}; k\epsilon\mathbb{Z}\right\}$

4. $S = \left\{\frac{\pi}{12} + 2k\pi;\ \frac{-\pi}{12} + 2k\pi; k\epsilon\mathbb{Z}\right\}$

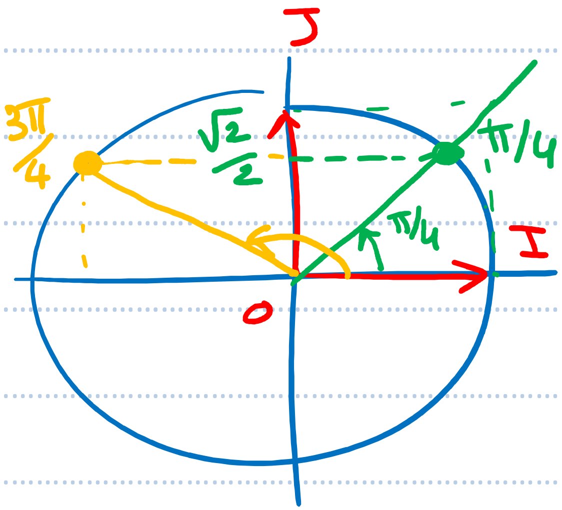
Rép. 2

Notes

$$\sin(3x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

On pose $X = 3x$

On résout d'abord $\sin X = \frac{\sqrt{2}}{2} \iff X = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ ou $\frac{3\pi}{4} + 2k\pi$



On revient à x !

$X = 3x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ ou $3x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$

$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3}$ ou $\frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3}$

$$S = \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3} ; \frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3} ; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Laquelle de ces formules est juste ?

1. $\sin(2a) = 2sina.cosa$

2. $\sin(2a) = 2sina + 2cosa$

3. $\sin(2a) = cos^2(a) + sin^2(a)$

4. $\sin(2a) = cos^2(a) - sin^2(a)$

Rép. 1

Notes

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\sin(a+a) = \sin a . \cos a + \sin a . \cos a$

$\sin(2a) = 2 \sin a . \cos a$

Quelle est la valeur de $\sin(2k\pi)$ où $k \in \mathbb{Z}$?

1. 0

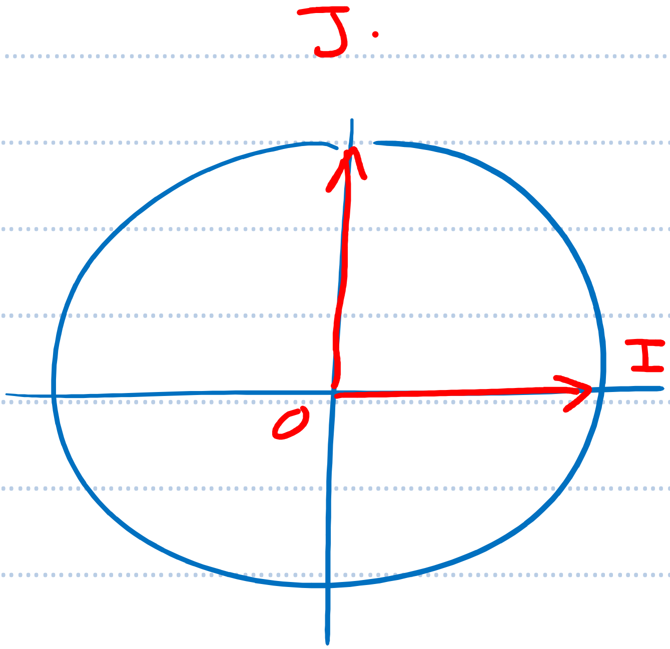
2. 1

3. -1

4. 1/2

Rép. 1

Notes



$\leftarrow 2k\pi$

$\sin(2k\pi) = 0 \quad \forall k \in \mathbb{Z}$

La dérivée de cos(5x+7) est :

1. 5.sin(5x+7)

2. sin(5x+7)

3. -5sin(5x+7)

4. $\frac{\sin(5x+7)}{5}$

5. $-\frac{\sin(5x+7)}{5}$

Rép. 3

Notes

$$\left(\underline{\sin}(ax+b)\right)' = a\cos(ax+b)$$

sympa

$$\left(\cos(ax+b)\right)' = -a\sin(ax+b)$$

Laquelle de ces formules est juste ?

1. $\cos(2a) = 2.cos^2(a) - 1$

2. $\cos(2a) = 2sina - 2cosa$

3. $\cos(2a) = cos^2(a) + sin^2(a)$

4. $\cos(2a) = 1 - 2cos^2(a)$

Rép. 1

Notes

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a+a) = \cos a . \cos a - \sin a . \sin a$$

$$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a$$

Comme $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$

alors $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a$

Ainsi :

$$\cos(2a) = \cos^2 a - (1 - \cos^2 a)$$

$$= \cos^2 a - 1 + \cos^2 a$$

$$\cos(2a) = 2\cos^2 a - 1$$

Une primitive de $\cos^2(x)$ est :

1. $x - \frac{1}{2}\sin(2x)$
2. $\frac{sin^3(x)}{3}$
3. $-\frac{sin^3(x)}{3}$
4. $-\frac{cos^3(x)}{3}$
5. $\frac{x}{2} + \frac{1}{4}\sin(2x)$
6. $\frac{cos^3(x)}{3}$

Rép. 5

Notes

$$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1$$

$$\Longleftrightarrow \quad \cos^2 x = \frac{1+\cos(2x)}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2x)$$

Primitive de $\cos^2 x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin(2x)$

primitives de $\cos(ax+b) = \frac{1}{a}\sin(ax+b) + cte \quad a \neq 0$

" $\sin(ax+b) = -\frac{1}{a}\cos(ax+b) + cte$

Quelle est la valeur de l'intégrale : $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos(7x)\,dx$

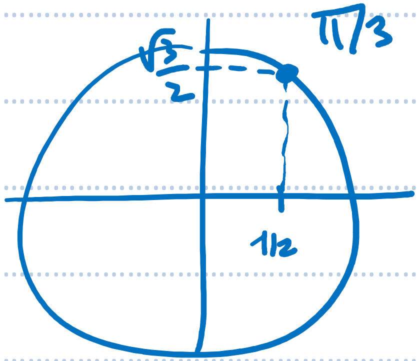
1. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $\frac{\sqrt{3}}{14}$
3. $-\frac{1}{2}$
4. $7\frac{\sqrt{3}}{2}$
5. 7/2

Rép_ 2

Notes

$$I = \int_0^{\pi/3} \cos(7x)\,dx = \left[\frac{1}{7}\sin(7x)\right]_0^{\pi/3}$$

$$I = \frac{1}{7}\Big(\underbrace{\sin\left(\frac{7\pi}{3}\right)}_{=\sin(\pi/3)} - \sin 0\Big)$$



$$\frac{7\pi}{3} = \underbrace{\frac{6\pi}{3}}_{2\pi} + \frac{\pi}{3}$$

$$I = \frac{1}{7} \times \frac{\sqrt3}{2} = \frac{\sqrt3}{14}.$$

Quel est le module du nombre complexe :
$\underline{Z} = 4 - 3.j$?

1. Z = 5
2. Z = 7
3. Z = $\sqrt{7}$
4. Z = 25
5. Aucune réponse n’est juste

Rép. 1

Notes

$$Z = |4-3j| = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$|a+jb| = \sqrt{a^2+b^2}$$

Un argument du nombre complexe :
$\underline{Z} = 4 - 3.j$ est :

1. $\arg(\underline{Z}) =$ arctan(4/3)
2. $\arg(\underline{Z}) =$ arctan(3/4)
3. $\arg(\underline{Z}) =$ arctan(-3/4)+π
4. $\arg(\underline{Z}) =$ -arctan(3/4)
5. $\arg(\underline{Z}) =$ arctan(-4/3)

Rép. 4

Notes

$$\arg(a+jb) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{b}{a}\right) & \text{si } a>0 \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \pm \pi & \text{si } a<0. \end{cases}$$

$$\arg(jb) = \begin{cases} \pi/2 & \text{si } b>0 \\ -\pi/2 & \text{si } b<0 \end{cases}$$

$$\arg(z) = \arg(\underbrace{4}_{>0} - 3j) = \arctan\left(-\frac{3}{4}\right) = -\arctan\left(\frac{3}{4}\right)$$

Quelle est la partie réelle de : $\underline{Z} = 10.e^{\frac{3j\pi}{4}}$?

1. $\mathrm{Re}(\underline{Z}) = 10$
2. $\mathrm{Re}(\underline{Z}) = 10\frac{\sqrt{2}}{2}$
3. $\mathrm{Re}(\underline{Z}) = -5\sqrt{2}$
4. $\mathrm{Re}(\underline{Z}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
5. $\mathrm{Re}(\underline{Z}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

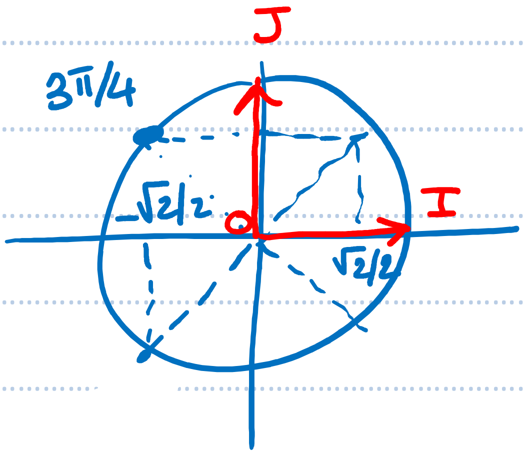
Rép. 3

Notes

$$\mathrm{Re}\left(10\, e^{3j\pi/4}\right) =$$

$$\underline{Z} = Z e^{j\theta} = Z(\cos\theta + j\sin\theta) = \underbrace{Z\cos\theta}_{\mathrm{Re}(\underline{Z})} + j\,\underbrace{Z\sin\theta}_{\mathrm{Im}(\underline{Z})}$$

$$\mathrm{Re}\left(10\, e^{3j\pi/4}\right) = 10 \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -10\frac{\sqrt{2}}{2} = -5\sqrt{2}$$



Quelle est la partie imaginaire de : $\underline{Z} = 10.e^{\frac{3j\pi}{4}}$?

1. $\mathrm{Im}(\underline{Z}) = 10\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. $\mathrm{Im}(\underline{Z}) = \frac{3\pi}{4}$

3. $\mathrm{Im}(\underline{Z}) = -5\sqrt{2}$

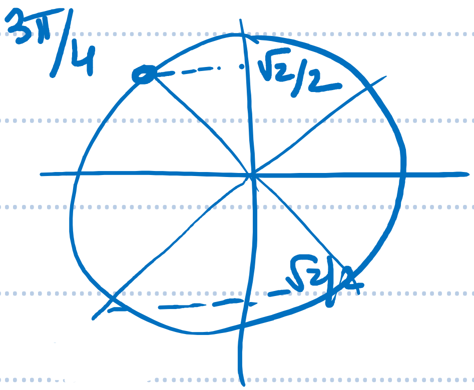
4. $\mathrm{Im}(\underline{Z}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. $\mathrm{Im}(\underline{Z}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Rép. 1

Notes

$$\mathrm{Im}\left(10e^{3j\pi/4}\right) = 10\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$$



Quelle est la forme algébrique de : $\underline{Z} = e^{\frac{-j\pi}{2}}$?

1. $\underline{Z}$ = - j

2. $\underline{Z}$ = 1+ j

3. $\underline{Z}$ = 1− j

4. $\underline{Z}$ = j

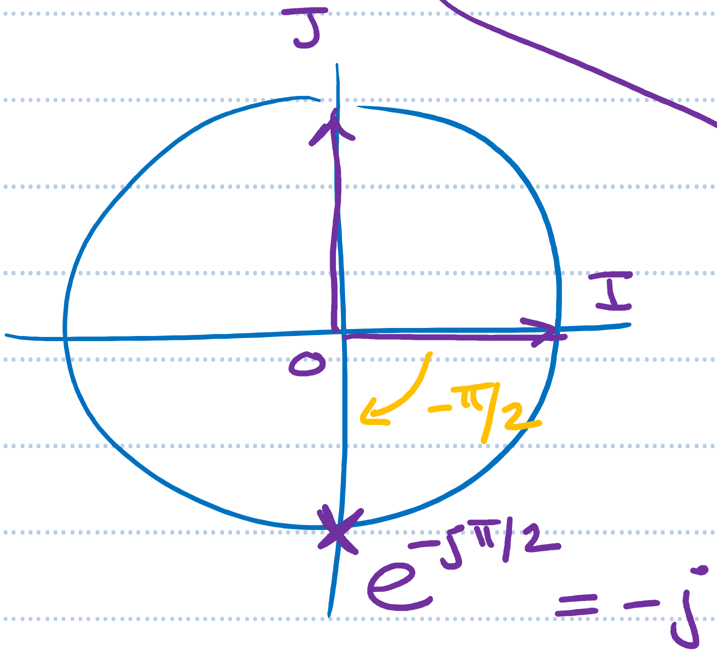
5. $Aucune\ réponse\ n'est\ la\ bonne.$

Rép. ①

Notes

$$Z = \underbrace{e^{-j\pi/2}} = \underbrace{\cos\left(-\pi/2\right)}_{=0} + j\,\underbrace{\sin\left(-\pi/2\right)}_{-1} = -j$$

graphiquement :



$$-1 = ?$$

Quel est le module du nombre complexe :

$\underline{Z} =$ -7.j.$e^{\frac{j\pi}{9}}$?

1. Z = -7
2. Z = 7j
3. Z =-7j
4. Z = 7
5. Aucune réponse n’est juste

Rép. 4

Notes

$$Z = -7j\, e^{j\pi/9} = 7 \times -j \times e^{j\pi/9}$$

Méthode 1

$$Z = \underbrace{7}_{\text{module}} \cdot e^{-j\pi/2} \cdot e^{j\pi/9}$$

module

Méthode 2

$$Z = \left|-7j\, e^{j\pi/9}\right| = \underbrace{|-7j|}_{=7} \times \underbrace{\left|e^{j\pi/9}\right|}_{=1} = 7$$

Remarque : $|e^{j\theta}| = 1$

en effet $|e^{j\theta}| = |\cos\theta + j\sin\theta| = \sqrt{\cos^2\theta + \sin^2\theta}$

$= \sqrt{1} = 1.$

Un argument du nombre complexe : $\underline{Z} = -7.\text{j}.e^{\frac{j\pi}{9}}$ est :

1. $\arg(\underline{Z}) = \frac{\pi}{9}$
2. $\arg(\underline{Z}) = \frac{-7\pi}{9}$
3. $\arg(\underline{Z}) = \frac{11}{18}$
4. *Aucune réponse n'est la bonne*
5. $\arg(\underline{Z}) =$ -$\frac{7\pi}{18}$

Rép. 5 Méthode 1

$$\underline{z} = -7j\, e^{j\pi/9}$$

Notes

$$\underline{z} = 7\, e^{-j\pi/2}\, e^{j\pi/9}$$

$$\underline{z} = 7\, e^{j\left(-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{9}\right)} = 7\, e^{j\frac{-9\pi+2\pi}{18}}$$

$$\underline{z} = 7\, e^{-j\frac{7\pi}{18}}$$

$$Z = 7$$

$$\arg(\underline{z}) = -\frac{7\pi}{18}$$

Méthode 2 $\arg(\underline{z}) = \arg(-7j) + \arg(e^{j\pi/9})$

$$= -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{9}$$

$$\arg(\underline{z}) = -\frac{7\pi}{18}$$

Quelle est le module du nombre complexe suivant ?

$$T(\omega) = \frac{1 + 2j\omega}{1 - j\omega}$$

1. $|T(\omega)| = \dfrac{\sqrt{1 + 4\omega^2}}{\sqrt{1 + \omega^2}}$
2. $|T(\omega)| = \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$
3. $|T(\omega)| = \sqrt{5} - \sqrt{2}$
4. $|T(\omega)| = \dfrac{\sqrt{1 + 2\omega^2}}{\sqrt{1 + \omega^2}}$
5. $|T(\omega)| = \sqrt{1 + 4\omega^2} - \sqrt{1 + \omega^2}$

Rép. 1

Notes

$$T(\omega) = \frac{1+2j\omega}{1-j\omega}$$

$$|T(\omega)| = \left|\frac{1+2j\omega}{1-j\omega}\right| = \frac{|1+2j\omega|}{|1-j\omega|}$$

$$|T(\omega)| = \frac{\sqrt{1^2+(2\omega)^2}}{\sqrt{1^2+\omega^2}} = \frac{\sqrt{1+4\omega^2}}{\sqrt{1+\omega^2}}$$

Déterminer un argument du nombre complexe suivant :

$$T(\omega) = \frac{1 + 2j\omega}{1 - j\omega}$$

1. Arg $(T(\omega)) = \arctan(2\omega) - \arctan(\omega)$

2. Arg $(T(\omega)) = \dfrac{\arctan(2\omega)}{\arctan(\omega)}$

3. Arg $(T(\omega)) = \arctan(2\omega) + \arctan(\omega)$

4. Arg $(T(\omega)) = \arctan\left(\dfrac{1}{2\omega}\right) + \arctan\left(\dfrac{1}{\omega}\right)$

5. Arg $(T(\omega)) = \arctan\left(\dfrac{1}{2\omega}\right) - \arctan\left(\dfrac{1}{\omega}\right)$

Rép. 3

Notes

$$T(\omega) = \frac{1+2j\omega}{1-j\omega}$$

$$\arg(T(\omega)) = \arg(1+2j\omega) - \arg(1-j\omega)$$

$$= \arctan\left(\frac{2\omega}{1}\right) - \arctan\left(\frac{-\omega}{1}\right)$$

$$\arg(T(\omega)) = \arctan(2\omega) + \arctan\omega$$