

Notes

①
$$I = \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \left[\ln|x| \right]_1^2 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2$$

 valeur exacte

Page 21 TD/TP OL

② Méthode des rectangles =

On cherche n tel que $|\Delta| < 10^{-2} \Leftrightarrow \textcircled{*} |\Delta| \leq n \cdot \frac{(b-a)^2}{2n} \leq 10^{-2}$ où $n = \sup_{[a,b]} |f'(x)|$

ici $f(x) = \frac{1}{x}$; $a=1$; $b=2$.

$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ $n = \sup_{[1,2]} \frac{1}{x^2} = 1$.

$\textcircled{*} \Leftrightarrow |\Delta| \leq \frac{1}{2n} \leq 10^{-2} \Leftrightarrow 2n \geq 10^2$

$\Leftrightarrow \boxed{n > 50}$

Méthode des rectangles				
a	1			
b	2			
h	0,02			
n	50			
			Valeur exacte	0,69314718
			valeur approchée	0,68817218
			incertitude absolue	0,004975
i	a+ih	f(a+ih)		
	0	1	1	
	1	1,02	0,98039216	
	2	1,04	0,96153846	
	3	1,06	0,94339623	
	4	1,08	0,92592593	
	5	1,1	0,90909091	
	6	1,12	0,89285714	
	7	1,14	0,87719298	
	8	1,16	0,86206897	

$\approx 0,69$ 2 ch. ap la virgule
 $< 10^{-2}$

Méthode des trapèzes:

On cherche n tel que $|\Delta| \leq 10^{-4} \Leftrightarrow |\Delta| \leq \pi \cdot \frac{(b-a)^3}{12n^2}$ où $\pi = \sup_{[1,2]} |f''(x)|$

$$f''(x) = (-x^{-2})' = 2x^{-3} = \frac{2}{x^3} \Rightarrow \pi = \sup_{[1,2]} \frac{2}{x^3} = 2.$$

$$\textcircled{4} \Leftrightarrow |\Delta| \leq \frac{2}{12n^2} \leq 10^{-4} \Leftrightarrow 6n^2 \geq 10^4$$

$$\Leftrightarrow n^2 \geq \frac{10^4}{6}$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{10^2}{\sqrt{6}} \approx 40,8$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{n \geq 41}}$$

3 ch. ap. la virgule

$< 10^{-4}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
8	i	a+ih	f(a+ih)					
9		0	1					
10		1	1,05	0,95238095				
11		2	1,1	0,90909091				
12		3	1,15	0,86956522				
13		4	1,2	0,83333333				
14		5	1,25	0,8				
15		6	1,3	0,76923077				
16		7	1,35	0,74074074				
17		8	1,4	0,71428571				
18		9	1,45	0,68965517				
19		10	1,5	0,66666667				
20		11	1,55	0,64516129				
21		12	1,6	0,625				
22		13	1,65	0,60606061				
23		14	1,7	0,58823529				
24		15	1,75	0,57142857				
25		16	1,8	0,55555556				
26		17	1,85	0,54054054				
27		18	1,9	0,52631579				
28		19	1,95	0,51282051				
29		20	2	0,5				

Méthode de Simpson:

On cherche n tel que $|\Delta| \leq 10^{-4}$ $\Leftrightarrow$ $|\Delta| \leq \frac{n(b-a)^5}{2880n^4}$ où $n = \sup_{[a,b]} |f^{(4)}(x)|$

$$f''(x) = 2x^{-3} \Rightarrow f^{(3)}(x) = -6x^{-4}$$

$$\Rightarrow f^{(4)}(x) = 24x^{-5}$$

$$n = \sup_{[1,2]} |f^{(4)}(x)| = \sup_{[1,2]} |24x^{-5}| = 24$$

$$|\Delta| \leq \frac{24}{2880n^4} \leq 10^{-4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2880n^4}{24} \leq 10^{-4} \Leftrightarrow n^4 \geq \frac{24 \cdot 10^4}{2880}$$

$$\Leftrightarrow n \geq \sqrt[4]{\frac{24 \cdot 10^4}{2880}} \approx 3,02$$

$$\boxed{n \geq 4}$$

k	a+ih	f(a+ih)	test i pair	test i impair
0	1	1	1	0
1	1,1	0,90909091	0	0,90909091
2	1,2	0,83333333	0,83333333	0
3	1,3	0,76923077	0	0,76923077
4	1,4	0,71428571	0,71428571	0
5	1,5	0,66666667	0	0,66666667
6	1,6	0,625	0,625	0
7	1,7	0,58823529	0	0,58823529
8	1,8	0,55555556	0,55555556	0
9	1,9	0,52631579	0	0,52631579
10	2	0,5	0,5	0
Valeur exacte			0,69314718	
valeur approchée			0,69315023	
incertitude absolue			3,0501E-06	