OML2

Transformée de Laplace, TP1

Nicolas Boizot

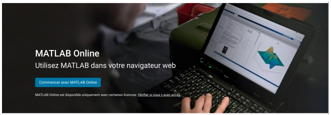
April 27, 2025

Introduction

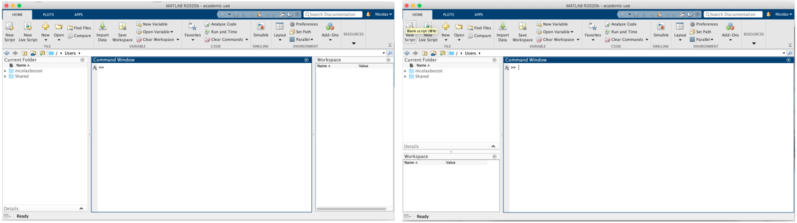
TP1 - Startup -

Option 1 : Installation locale.

Option 2 : Utiliser la version en ligne (*Matlab Online*, disponible avec la licence site de l'UTLN).



TP1 - Current Folder / Command Window / Workspace -



(a) Disposition en trois colonnes **(b)** Disposition en deux colonnes

Exercice

Créer un répertoire de travail et le définir comme répertoire courant.

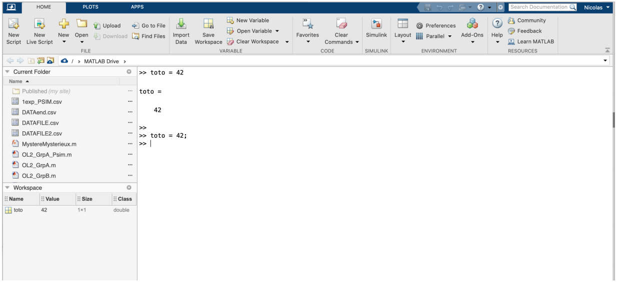
TP1 - toto = 42 ou toto = 42;?

Exécuter la commande

```
toto = 42
```

Puis

```
toto = 42;
```



Simulink

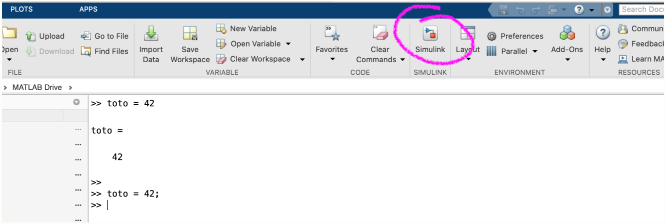
TP1 - Simulink : lancement

Option 1

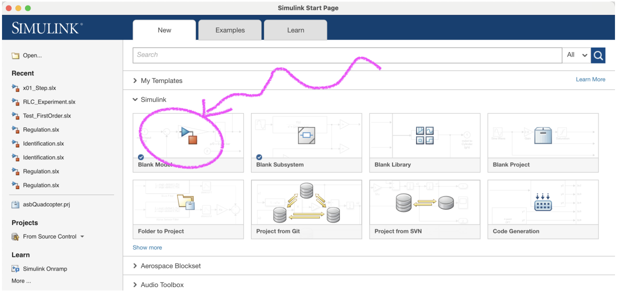
Commande de Lancement

```
simulink
```

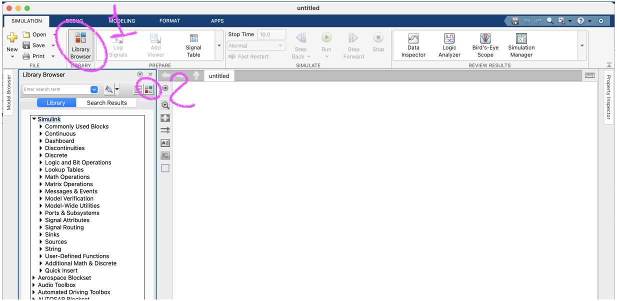
Option 2



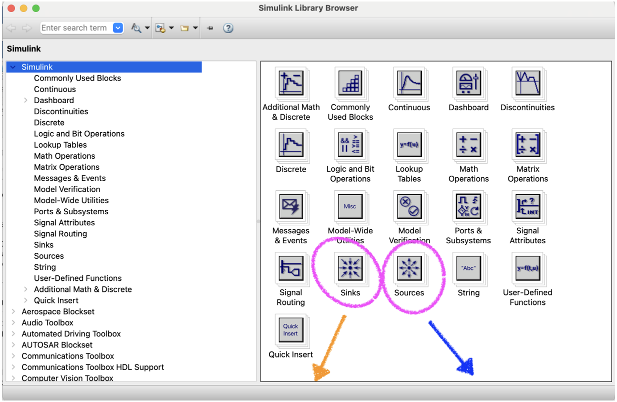
TP1 - Simulink : nouveau diagramme

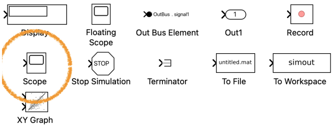


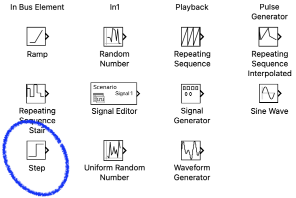
TP1 - Simulink : navigateur de blocs



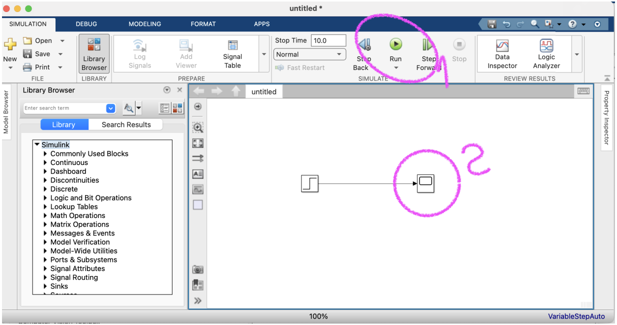
TP1 - Simulink : une première simulation







TP1 - Simulink : une première simulation



Moteur de simulation

TP1 - Tracé d'un graphe : principe -

Objectif : tracer le graphe d'une fonction

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$t \to f(t)$$

Principales étapes : (1) Choisir un intervalle $[a, b] \in \mathbb{R}$

Exemple : $[0, 5] \in \mathbb{R}$

TP1 - Tracé d'un graphe : principe -

Objectif : tracer le graphe d'une fonction

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$t \to f(t)$$

Principales étapes : (2) choisir des valeurs de t dans cet intervalle. (appelons ça la Base de Temps)

Exemple :

t	0	0,7	1,1	2	3	5

Objectif : tracer le graphe d'une fonction

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$t \to f(t)$$

Principales étapes : (3) Calculer les valeurs de $f(t)$ correspondantes.

Exemple :

t	0	$0,7$	$1,1$	2	3	5
f(t)	0	$0,49$	$1,21$	4	9	25

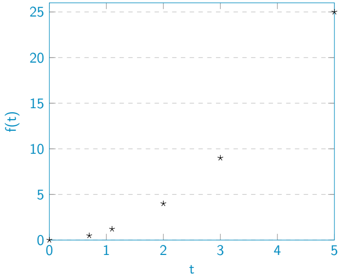
TP1 - Tracé d'un graphe : principe -

Objectif : tracer le graphe d'une fonction

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$t \to f(t)$$

Principales étapes : (4) Marquer les points $(t, f(t))$ dans un repère du plan.

Exemple :

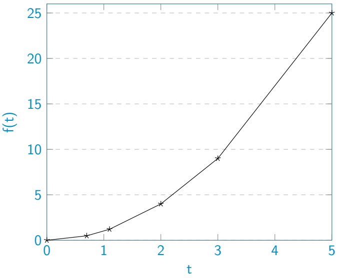


Objectif : tracer le graphe d'une fonction

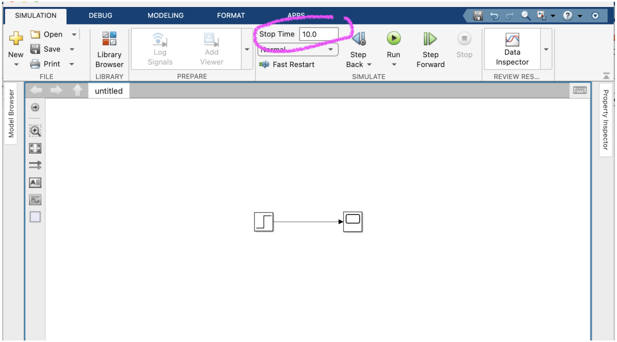
$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$t \to f(t)$$

Principales étapes : (5) Les points sont ensuite reliés entre eux.

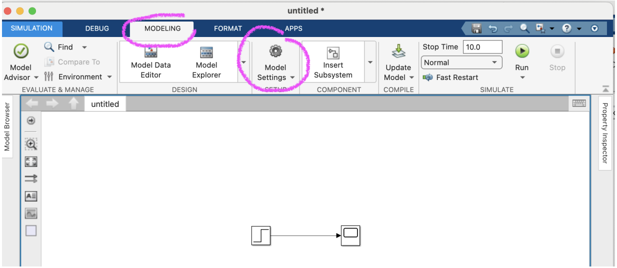
Exemple :



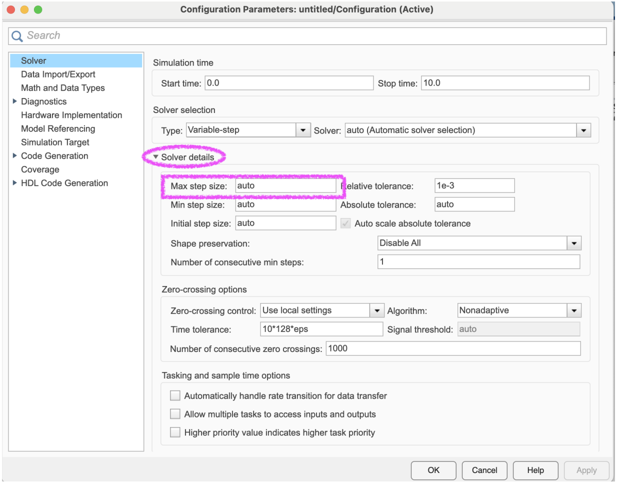
TP1 - Simulink : durée de la simulation



TP1 - Simulink : moteur et pas de simulation

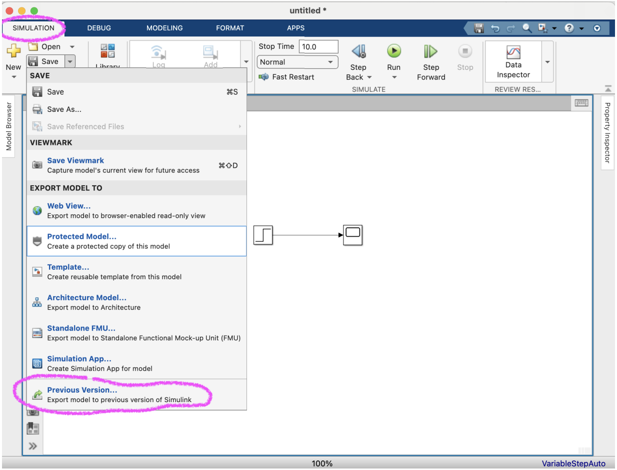


TP1 - Simulink : moteur et pas de simulation



Compatibilité descendante

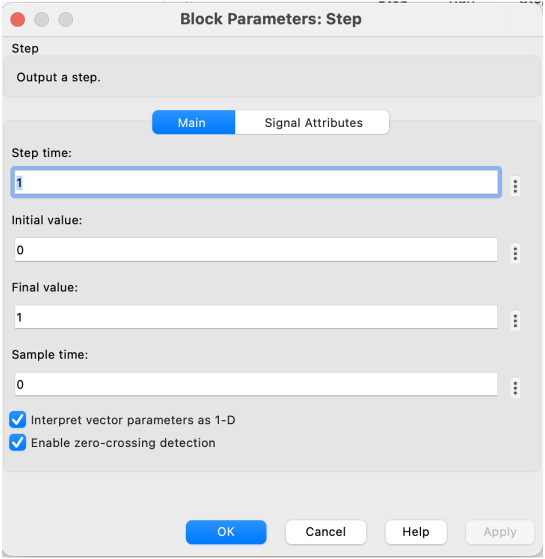
Un diagramme Simulink enregistré dans une version du logicielle n'est pas forcément lue par une version antérieure = diagrammes qui qui ne s'ouvrent pas.

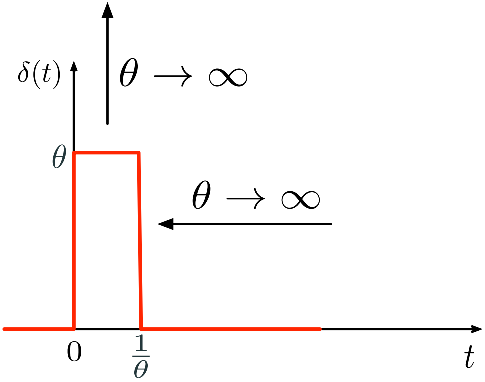


Construction de signaux classiques

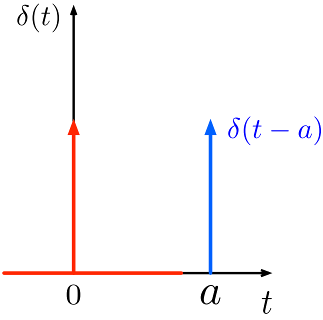
$$H(t) = \begin{cases} 0 \text{ si } t < 0 \\ 1 \text{ si } t \geq 0 \end{cases} \quad \underset{TL^{-1}}{\overset{TL}{\rightleftarrows}} \quad \frac{1}{s}$$

TP1 - Echelon de Heaviside : step





"Dérivée" de l'échelon $\Rightarrow$ Impulsion de Dirac

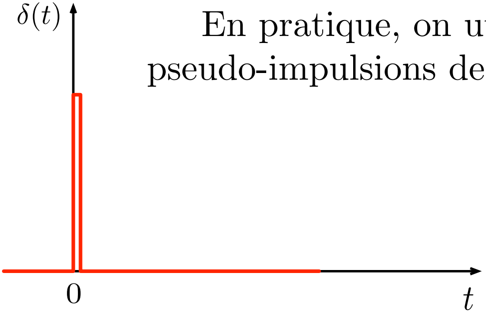


Propriétés :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)f(t)dt = f(0)$$

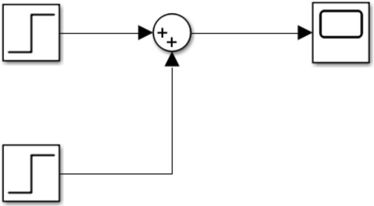
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-a)f(t)dt = f(a)$$



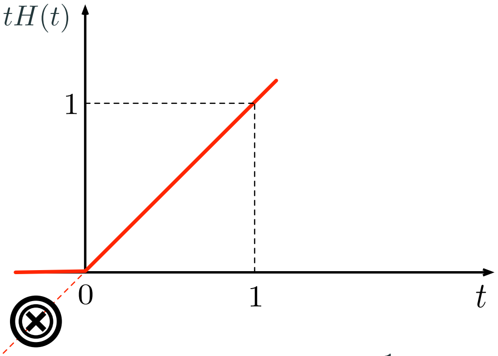
En pratique, on utilise des pseudo-impulsions de Dirac.

$$\delta(t) \quad \underset{TL^{-1}}{\overset{TL}{\rightleftarrows}} \quad 1$$

TP1 - Impulsion de Dirac (code)



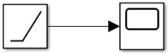
Extra Ref : `https://blogs.mathworks.com/simulink/2024/08/23/how-can-i-create-an-impulse-delta-signal-in-simulink/`

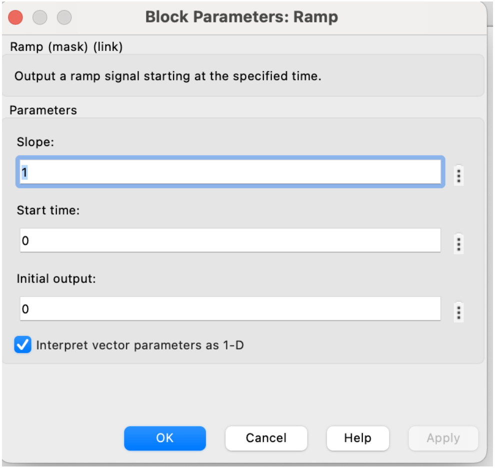


$$tH(t) \quad \underset{TL^{-1}}{\overset{TL}{\rightleftarrows}} \quad \frac{1}{s^2}$$

Remarque : pour rendre un signal causal, on le multiplie par un échelon (comme dans la table des transformées) *de sorte à le rendre causal* (c-à-d. nul pour les temps négatifs).

TP1 - Rampe

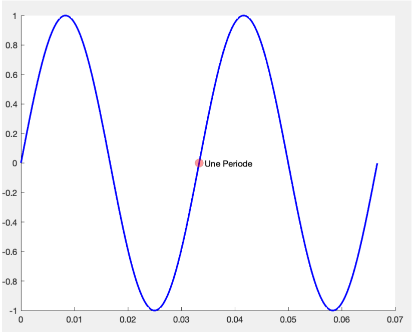




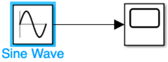
Block Parameters: Ramp
Ramp (mask) (link)
Output a ramp signal starting at the specified time.
Parameters
Slope:
1
Start time:
0
Initial output:
0
Interpret vector parameters as 1-D
OK
Cancel
Help
Apply

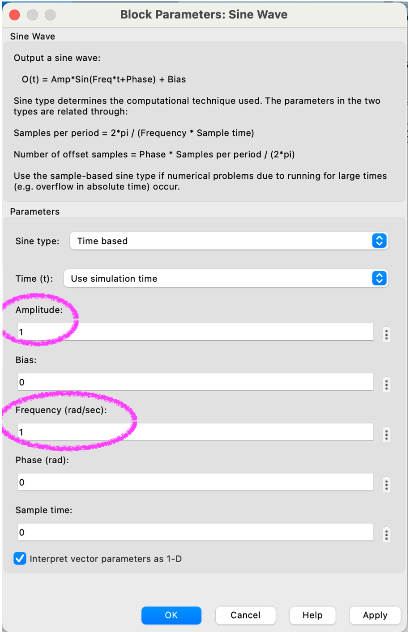
TP1 - Signal sinusoïdal – commande *sin( )*

La fonction $\sin(\omega t)$, où $\omega > 0$ est une constante.
Fonction sinusoïdale périodique basée sur la sinus.
De période égale à $P = \frac{2\pi}{\omega}$ *(période)*
De fréquence égale à $f = \frac{\omega}{2\pi}$ *(fréquence)*.
ω s'appelle la **pulsation**.

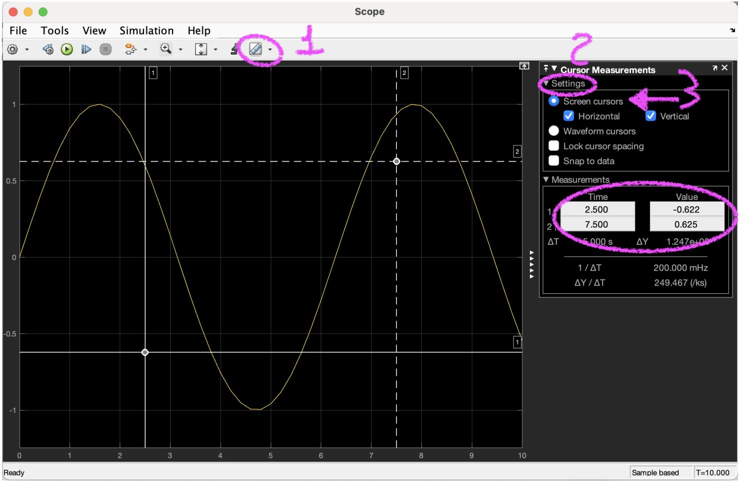


TP1 - Signal sinusoïdal – commande *sin( )*

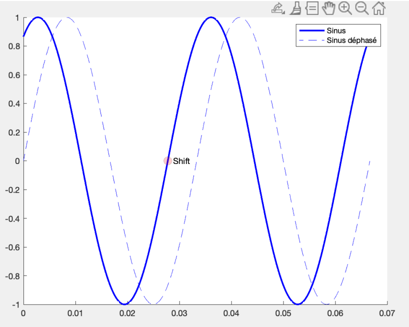




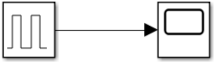
TP1 - Signal sinusoïdal – commande *sin( )*



Fonction $\sin(\omega t + \phi)$, où $\omega > 0$ est une constante.
Fonction sinusoïdale des diapositives précédentes, décalée <u>sur la droite</u> d'un temps égal à $\frac{2*\pi-\phi}{\omega}$.



TP1 - Signal carré de type PWM



Pulse Generator

Output pulses:

```
if (t >= PhaseDelay) && Pulse is on
  Y(t) = Amplitude
else
  Y(t) = 0
end
```

Pulse type determines the computational technique used.

Time-based is recommended for use with a variable step solver, while Sample-based is recommended for use with a fixed step solver or within a discrete portion of a model using a variable step solver.

Parameters

Pulse type: Time based

Time (t): Use simulation time

Amplitude:

5

Period (secs):

10

Pulse Width (% of period):

5

Phase delay (secs):

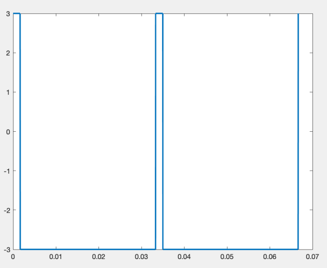
0

TP1 - Signal carré de type PWM

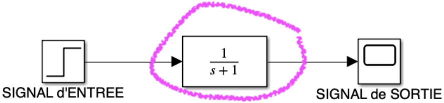
Exercice

Tracer deux périodes d'un signal carré

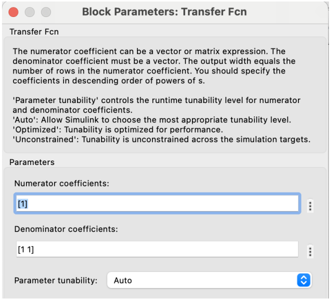
- de fréquence 30 Hz;
- d'amplitude 3;
- de rapport cyclique 5%.



Fonction de transfert



Library Browser → Continuous Time Systems



Coefficients du numérateur / dénominateur

- rangés par **ordre décroissant de la puissance des monômes correspondant**.
- renseignés entre crochets et séparées par des espaces ou des virgules.
- Attention : dans la notation anglo-saxonne le séparateur décimal est indiqué par un point.
- Exemple : le polynôme $2,5s^2 + 3 = 2,5s^2 + 0s + 3$ est codé

```
[2.5 0 3]
```

ou

```
[2.5, 0, 3]
```

Exercice

Coder sous Matlab les fonctions de transferts suivantes:

1. $F(s) = \frac{3(s+4)}{s^2+2s+1}$
2. $F(s) = \frac{s+1}{s(s+2)(s+3)}$
3. $F(s) = \frac{s+1}{s+2} e^{-3s}$

OML2

Transformée de Laplace, TP2

Nicolas Boizot

April 27, 2025

Réponse Impulsionnelle / Indicielle

La **réponse impulsionnelle** d'un processus est le signal de sortie qui est obtenu lorsque l'entrée est une impulsion (de Dirac).

Exercice

Simulez la réponse impulsonnielle de l'un des exemples précédents.

La **réponse indicielle** d'un processus est le signal de sortie qui est obtenu lorsque l'entrée est un échelon d'amplitude quelconque.
Unitaire : l'échelon est d'amplitude 1.

Exercice

Simulez la réponse indicielle d'amplitude 3 de l'un des exemples précédents.

Systèmes du premier ordre

$$F(s) = \frac{b_1 s + b_0}{a_1 s + a_0}$$

Forme canonique : on utilise ce terme pour nommer une *façon d'écrire la fonction de transfert* de sorte à ce que les coefficients *nous renseignent directement sur le comportement dynamique* du système qu'elle décrit.

$$F(s) = \frac{K}{1+\tau s} \quad \text{avec} \quad \tau > 0$$

- K - gain statique (ou coefficient multiplicateur statique)
- τ - constante de temps

Réponse indicielle d'un système du premier ordre à un échelon d'amplitude $\mathcal{A}$

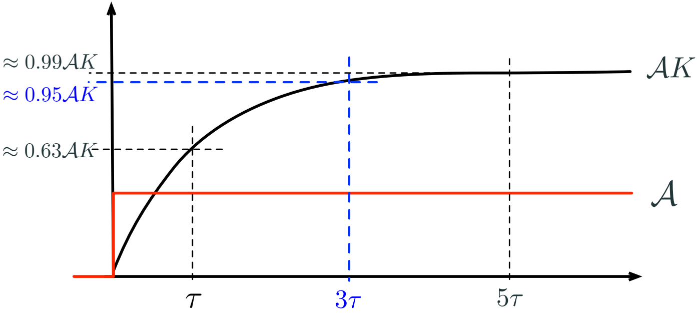


Tableau récapitulatif de l'évolution de la sortie:

t	τ	2τ	3τ	5τ	∞
$\frac{y(t)}{\mathcal{A}K}(\%)$	63	87	95	99	100

Exercice

Simulez la réponse indicielle de $F(s) = \frac{0.4}{5s+1}$

Placez des curseurs horizontaux et verticaux aux points de référence à τ et 5τ.

Place aux scripts

TP1 - Scripts -

- C'est bien joli tout ça, mais tout notre travail est perdu !!
  (plus axactement, les commandes tapées dans la console)
- Pour remédier à cela, nous allons maintenant utiliser l'éditeur de Matlab pour consigner notre code dans un fichier Matlab dédié (dont l'extension sera .m).
- Deux propositions simples :
  1. écrire une fonction.
     Les fonctions peuvent accepter des arguments en entrée et retourner des arguments en sortie. Les variables internes sont locales à la fonction.
     Autrement dit, les fonctions ont leur propre workspace et n'ont pas accès au workspace "public".
  2. écrire un script.
     Les scripts n'acceptent pas d'arguments en entrée et ne retournent pas d'arguments en sortie. Ils opèrent directement du workspace.

TP1 - Scripts - A vous de jouer

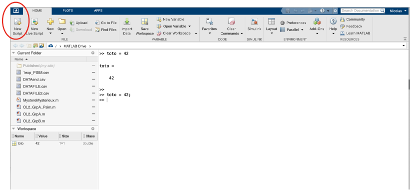
Exercice. Dans un script.

- définir la constante de temps (T) et le gain statique (K) d'un premier ordre;
- définir les coefficients du numérateur

```
numerateur = [K]
```

- définir les coefficients du dénominateur

```
denominateur = [T, 1]
```



TP1 - Scripts - Trois commandes à inclure au début de vos scripts

Pensez à inclure les trois commandes suivantes au début de tous vos scripts.

```
clear variables % efface toute les variables du workspace

close all % ferme toutes les fenetres graphiques

clc % efface la console
```

Systèmes du second ordre

$$F(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

Forme canonique :

$$F(s) = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \quad \text{ou} \quad \frac{K}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 2\frac{\zeta}{\omega_0}s + 1}$$

- K - gain statique (ou coefficient multiplicateur statique)
- ζ - Coefficient d'amortissement
- $\omega_0 > 0$ - est la pulsation propre non amortie du système

La forme de la réponse indicielle, c'est à dire le comportement du système, **dépend qualitativement de la valeur de** ζ.

Régime apériodique : $\zeta > 1$

- En t = 0, la courbe admet une **tangente horizontale**.
- La courbe (monotone) ne dépasse pas son asymptote horizontale ($\mathcal{A}K$) où $\mathcal{A}$ est l'amplitude du signal entrée.
- Il n'y a pas de formule pour déterminer le temps de réponse à 5%.
- Nous pouvons remarquer cependant que le système ressemble à un système du premier ordre lorsqu'on s'éloigne de t = 0.
- Le temps de réponse à 5% peut être approché par la valeur $t_r \approx 3 \times \frac{2\zeta}{\omega_0}$.

- TP2 - Systèmes du second ordre
Régime apériodique : $\zeta > 1$

Exercice

Simulez la réponse indicielle d'amplitude 3 d'un système du second ordre défini par $K = 3$ et $\zeta = 2$, $\omega_0 = 1$, on prendra $t \in [0, 30]$.

Placez des curseurs aux temps 0, $6\frac{\zeta}{\omega_0}$, 30 (qui fera office de point à l'infini).

En faisant varier la valeur de $\zeta > 1$ vérifier dans quelle mesure l'approximation du temps de réponse à 5% est fiable.

- TP2 - Systèmes du second ordre
Régime apériodique : $\zeta = 1$

- En t = 0, la courbe admet une **tangente horizontale**.
- La courbe (monotone) ne dépasse pas son asymptote horizontale $(\mathcal{A}K)$ où $\mathcal{A}$ est l'amplitude du signal entrée.
- Il n'y a pas de formule pour déterminer le temps de réponse à 5%.
- Le temps de réponse à 5% peut être approché par une valeur légèrement plus petite $t_r \approx \frac{5}{\omega_0}$.
- Abscisse du point d'inflexion : $\frac{1}{\omega_0}$.

- TP2 - Systèmes du second ordre
Régime apériodique : $\zeta = 1$

Exercice

Simulez la réponse indicielle d'amplitude 3 d'un système du second ordre défini par $K = 3$ et $\zeta = 1$, $\omega_0 = 0.3$, on prendra $t \in [0, 30]$.

Placez des curseurs aux temps 0, $5\frac{\zeta}{\omega_0}$, 30 (qui fera office de point à l'infini).

Un échelon déclenché au temps adéquat mettra en valeur le point d'inflexion.

Régime oscillatoire amorti : $\zeta < 1$

- En t = 0, la courbe admet une **tangente horizontale**.
- La courbe dépasse pas son asymptote horizontale $(\mathcal{A}K)$ où $\mathcal{A}$ est l'amplitude du signal entrée.
- $T_p = \frac{2\pi}{\omega_p}$ est la pseudo-période de la réponse oscillatoire amortie.
- $\omega_p = \omega_0\sqrt{1-\zeta^2}$ est la pulsation de la réponse oscillatoire amortie.
- Temps du premier dépassement : $\frac{T_p}{2}$
- Dépassement (en % de $\mathcal{A}K$) :

$$D_n = \exp\left(\frac{-n\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$

- Référence souvent utilisée : $\zeta = 0.7$ correspond à $D_1 \approx 5\%$.

Exercice

Simulez la réponse indicielle d'amplitude 3 d'un système du second ordre défini par $K = 3$ et $\zeta = 0.3$, $\omega_0 = 0.3$, on prendra $t \in [0, 80]$.

Placez des curseurs aux temps 0, $\frac{Tp}{2}$, Tp, $\frac{3Tp}{2}$ et 80 (qui fera office de point à l'infini).

Vérifiez que $D_1 \approx 5\%$ lorsque $\zeta = 0.7$.

Diagramme de Bode

- TP2 - Qu'est-ce qu'un diagramme de Bode ?

Le diagramme de bode est un outil graphique pour l'analyse fréquentielle de la fonction de transfert de notre système. Ce diagramme est composé de deux graphiques:

- un pour l'évolution de l'amplitude de la fonction de transfert en fonction de la fréquence du signal d'entrée.
- un pour l'évolution de la phase de la fonction de transfert en fonction de la fréquence du signal d'entrée.

Pour tracer ce diagramme on utilise un bloc *Bode Plot (simulink control design toolbox).*

https://fr.mathworks.com/help/slcontrol/ug/visualize-bode-response-of-simulink-model-during-simulation.html

Simulation d’un moteur CC

Simulation moteur CC

Exercice

- simuler une PWM
- passer la PWM par un filtre passe-bas ==> comparer la valeur asymptotique de la sortie à l'amplitude moyenne sur une période
- simuler le moteur CC en appliquant en entrée un échelon d'amplitude choisie
- simuler le moteur CC en appliquant en entrée une PWM équivalente
- comparer