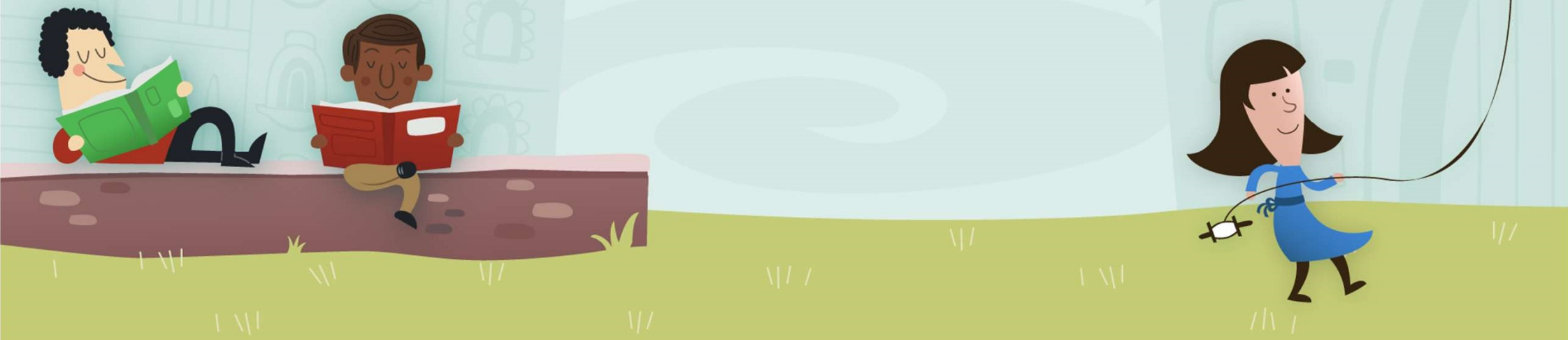


Préparation DS de fin d'année BUT GEII 1

Séries de Fourier, EDLCC et Changement de variable



Les EDLCC

1^{er} et 2nd ordre



Quelles sont les solutions de l'équation (E) : $3y' - 5y = 7$

1. $y(t) = Ke^{-5t/3} - \frac{7}{5}$

1%

2. $y(t) = Ke^{5t/3} - \frac{7}{3}$

2%

3. $y(t) = Ke^{5/3} - \frac{7}{5}$

3%

✓4. $y(t) = Ke^{5t/3} - \frac{7}{5}$

4%

5. Aucune des réponses n'est juste.

5%



Notes

Quelles sont les solutions de l'équation (E) : $3y' - 5y = 7$ (E)

① On résout $3y' - 5y = 0$ (E₀)

$$ay' + by = 0 \Leftrightarrow y_0(t) = K \cdot e^{-b/a t}; K \in \mathbb{R}$$

Les solutions de (E₀) sont: $y_0(t) = K \cdot e^{\frac{5}{3}t}$; $K \in \mathbb{R}$ (ici $a = -\frac{3}{5}$)

② On cherche y_p , une solution particulière de (E)

$$\text{On pose } y_p = cte \Rightarrow y'_p = 0$$

$$\text{On remplace dans (E): } 3 \times 0 - 5 \times cte = 7 \Leftrightarrow cte = -\frac{7}{5}$$

$$\text{Donc } y_p = -\frac{7}{5}$$

③ Les solutions de (E) sont donc: $y = y_0 + y_p$

$$y(t) = K \cdot e^{\frac{5}{3}t} - \frac{7}{5}; K \in \mathbb{R}$$



5'

Quelles sont les solutions de l'équation sans second membre de : $4y'' - 4y' + y = 5t$

1. $y_0(t) = e^{-t/2}(K_1 + K_2)$

1%

2. $y_0(t) = e^{t/2}(K_1 + K_2)$

2%

3. $y_0(t) = e^{-t/2}(K_1 + K_2 t)$

3%

✓4 $y_0(t) = e^{t/2}(K_1 + K_2 t)$

4%

5. Aucune des réponses n'est juste.

5%



Notes

Quelles sont les solutions de l'équation sans second membre de : $4y'' - 4y' + y = 5t$

① On résout $4y'' - 4y' + y = 0$ (E_0)

On résout $4r^2 - 4r + 1 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 16 = 0$$

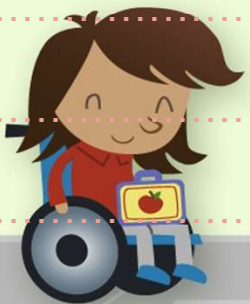
$$r_1 = r_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

ou

$$4r^2 - 4r + 1 = (2r - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow r = 1/2$$

Les solutions de (E_0) sont donc : $y_0(t) = (r_1 + r_2 \cdot t) \cdot e^{t/2}$



Les solutions de : $4y'' - 4y' + y = 5t$ sont :

1. $y(t) = e^{t/2}(K_1 + K_2t) + 5t$

1%

✓2. $y(t) = e^{t/2}(K_1 + K_2t) + 5t + 20$

2%

3. $y(t) = e^{t/2}(K_1 + K_2t)$

3%

4. $y(t) = e^{t/2}(K_1 + K_2t) + 5t - 20$

4%

5. Aucune des réponses n'est juste.

5%



Notes

Les solutions de : $4y'' - 4y' + y = 5t$ sont :

② On cherche y_p , une solution particulière de (E).

$$\text{On pose } y_p = at + b$$

$$y'_p = a$$

$$y''_p = 0$$

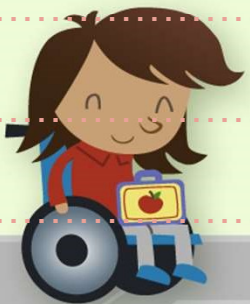
$$\text{On remplace dans (E) : } 4 \times 0 - 4a + at + b = 5t$$

$$\Leftrightarrow \underline{at} + \underline{b - 4a} = \underline{5t} + 0$$

$$\text{On identifie : } \begin{cases} a = 5 \\ b - 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 5 \text{ et } b = 20$$

Donc $y_p = 5t + 20$

③ Les solutions de (E) sont donc : $y = y_0 + y_p$
 $y(t) = (k_1 + k_2 t) e^{\frac{t}{2}} + 5t + 20 ; k_1, k_2 \in \mathbb{R}.$



5'

La solution de $4y'' - 4y' + y = 5t$ vérifiant
 $y(0) = 2$ et $y'(0) = 0$ est :

- ✓₁ 1. $y(t) = e^{t/2}(4t - 18) + 5t + 20$
2. $y(t) = -e^{t/2}(18 + 10t) + 5t + 20$
3. $y(t) = e^{t/2}(2 - 4t) + 5t + 20$
4. $y(t) = e^{t/2}(18 - 2t) + 5t - 20$
5. Aucune des réponses n'est juste.

1%

2%

3%

4%

5%



La solution de $4y'' - 4y' + y = 5t$ vérifiant
 $y(0) = 2$ et $y'(0) = 0$ est :

Les solutions sont : $y(t) = (k_1 + k_2 t) e^{t/2} + 5t + 20$

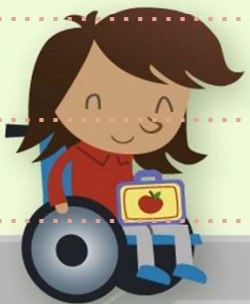
$$y(0) = 2 \Leftrightarrow k_1 + 20 = 2 \Leftrightarrow k_1 = -18$$

$$y'(t) = (k_1 + k_2 t)' e^{t/2} + (k_1 + k_2 t) (e^{t/2})' + 5$$

$$y'(t) = k_2 e^{t/2} + \frac{1}{2} (k_1 + k_2 t) e^{t/2} + 5$$

$$y'(0) = 0 \Leftrightarrow k_2 + \frac{1}{2} k_1 + 5 = 0 \Leftrightarrow k_2 = -\frac{1}{2} k_1 - 5 = 9 - 5 = 4$$

La solution est donc : $y(t) = (-18 + 4t) e^{t/2} + 5t + 20$



Les séries de Fourier

De signaux rectangle



Soit x , un signal pair *alors* :

✓1 1. sa courbe est symétrique par rapport à (Oy)
et $b_p = 0 \forall p \geq 1$

1%

2. sa courbe est symétrique par rapport à O
et $b_p = 0 \forall p \geq 1$

2%

3. sa courbe est symétrique par rapport à (Oy)
et $a_0 = a_p = 0 \forall p \geq 1$

3%

4. sa courbe est symétrique par rapport à O
et $a_0 = a_p = 0 \forall p \geq 1$

4%



Soit x , un signal impair *alors* :

1. sa courbe est symétrique par rapport à (Oy)
et $b_p = 0 \forall p \geq 1$

1%

2. sa courbe est symétrique par rapport à O
et $b_p = 0 \forall p \geq 1$

2%

3. sa courbe est symétrique par rapport à (Oy)
et $a_0 = a_p = 0 \forall p \geq 1$

3%

✓4 4. sa courbe est symétrique par rapport à O
et $a_0 = a_p = 0 \forall p \geq 1$

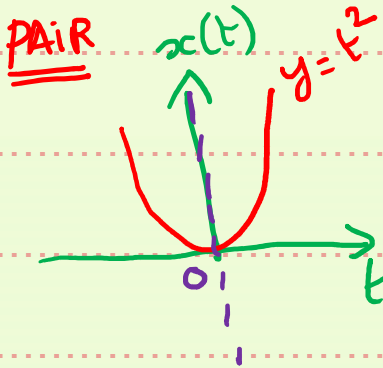
4%



Notes

Série de Fourier de x :

$$S(t) = \underbrace{a_0}_{\text{pairs}} + \underbrace{\sum_{p \geq 1} a_p \cos(p\omega t)}_{\text{pairs}} + \underbrace{b_p \sin(p\omega t)}_{\text{impairs.}}$$



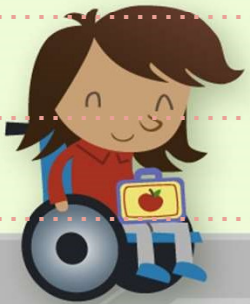
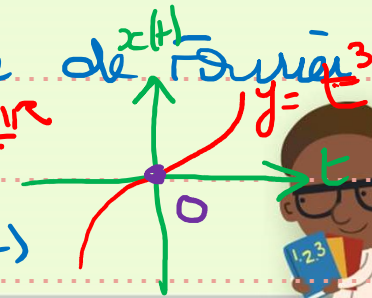
— Si x est pair alors sa série de Fourier est en Cosinus et

$b_p = 0 \quad \forall p \geq 0.$

$$S(t) = a_0 + \sum_{p \geq 1} a_p \cdot \cos(p\omega t)$$

— Si x est impair alors sa série de Fourier est en sinus et $a_0 = a_p = 0 \quad \forall p \geq 1$

$$S(t) = \sum_{p \geq 1} b_p \sin(p\omega t)$$



5'

Quelle est la valeur de l'intégrale : $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 3 \cdot \cos(5t) dt$

1. $I = \frac{6}{5}$

1%

2. $I = 0$

2%

3. $I = -30$

3%

4. $I = 30$

4%

5. $I = 15$

5%



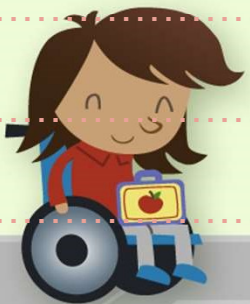
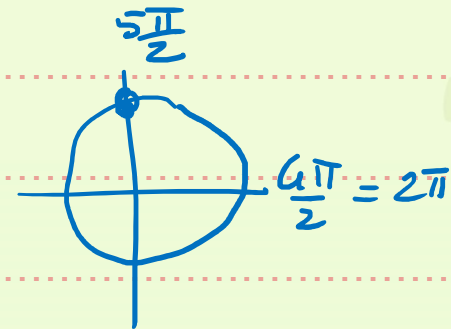
Notes

Quelle est la valeur de l'intégrale : $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 3 \cdot \cos(5t) dt$

$$I = 2 \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} 3 \cdot \cos(5t) dt = 6 \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(5t) dt$$

$$= 6 \times \left[\frac{\sin(5t)}{5} \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{6}{5} \left(\sin \frac{5\pi}{2} - \sin 0 \right)$$



$$I = \frac{6}{5}$$



1'

Soit S défini ci-dessous, la série de Fourier d'un signal x .

$$S(t) = -\frac{3}{2} + 5 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^p}{p^2} \cos(3p\pi t)$$

La valeur moyenne de x est alors

1. 0

1%

✓2. -1,5

2%

3. -3

3%

4. Aucune des valeurs citées n'est juste.

4%



Notes
Soit S défini ci-dessous, la série de Fourier d'un signal x.

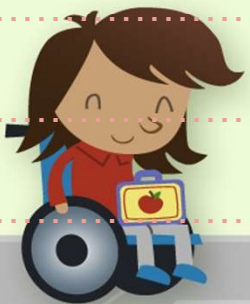
$$S(t) = -\frac{3}{2} + 5 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^p}{p^2} \cos(3p\pi t)$$

La valeur moyenne de x est alors

$$S(t) = \underbrace{a_0}_{\substack{\uparrow \\ \text{Valeur moyenne}}} + \sum_{p \geq 1} a_p \cos(p\omega t) + b_p \sin(p\omega t)$$

Valeur moyenne

$$\text{Ici } a_0 = -\frac{3}{2}$$



Soit S défini ci-dessous, la série de Fourier d'un signal x.

$$S(t) = -\frac{3}{2} + 5 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^p}{p^2} \cos(3p\pi t)$$

Le signal x est alors :

1. pair et de période $T=3/2$
2. impair et de période $T=3/2$
- ✓₃ 3. pair et de période $T=2/3$
4. impair et de période $T=2/3$

1%

2%

3%

4%



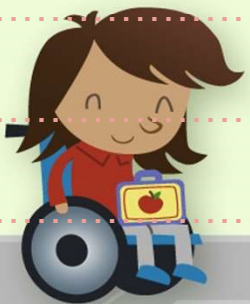
Notes
Soit S défini ci-dessous, la série de Fourier d'un signal x.

$$S(t) = -\frac{3}{2} + 5 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^p}{p^2} \cos(3p\pi t) \rightarrow 3p\pi t = p\omega t \Leftrightarrow \omega = 3\pi$$

Le signal x est alors :

Série de Fourier en cosinus $\Rightarrow x$ est pair

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3}$$



Soit S défini ci-dessous, la série de Fourier d'un signal x.

$$S(t) = -\frac{3}{2} + 5 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^p}{p^2} \cos(3p\pi t)$$

Le fondamental de x est alors :

1. -5

1%

2. $\cos(3\pi t)$

2%

✓₃ 3. $-5 \cdot \cos(3\pi t)$

3%

4. -1

4%



Notes
Soit S défini ci-dessous, la série de Fourier d'un signal x.

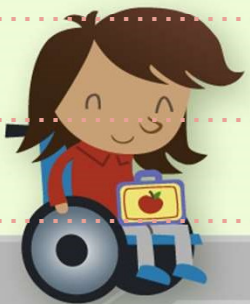
$$S(t) = -\frac{3}{2} + 5 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^p}{p^2} \cos(3p\pi t)$$

Le fondamental de x est alors :

$$H_1(t) = a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t)$$

$$a_p = 5 \cdot \frac{(-1)^p}{p^2} \Rightarrow a_1 = -5.$$

$$H_1(t) = -5 \cos(3\pi t)$$



Soit S défini ci-dessous, la série de Fourier d'un signal x .

$$S(t) = 2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p-1}}{p} \cos(p\pi t)$$

On peut alors écrire que :

$$1. S = 2. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k+1)\pi t)}{2k+1}$$

1%

$$2. S = -4. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k+1)\pi t)}{2k+1}$$

2%

$$\checkmark_3 3. S = -4. \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos((2k+1)\pi t)}{2k+1}$$

3%

$$4. S = 4. \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos((2k+1)\pi t)}{2k+1}$$

4%



Soit S défini ci-dessous, la série de Fourier d'un signal x .

$$S(t) = 2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p-1}}{p} \cos(p\pi t)$$

On peut alors écrire que :

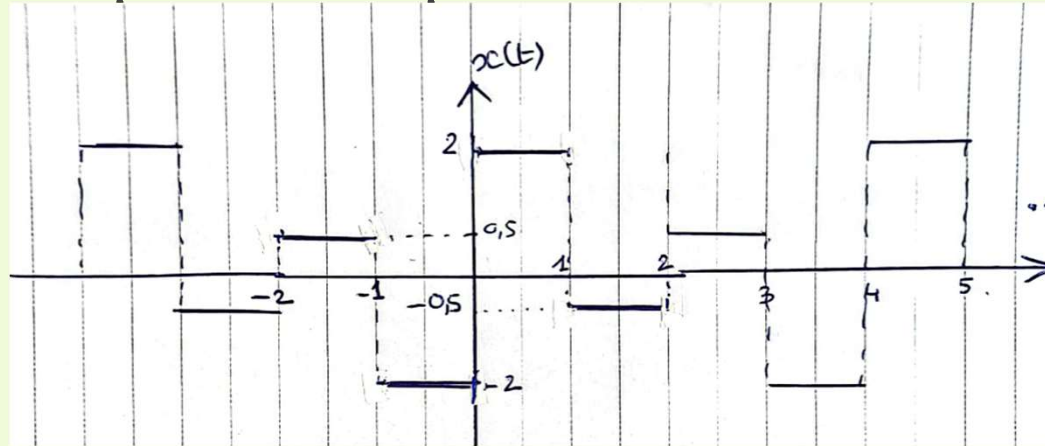
$$S(t) = 2 \cdot \left(\underset{\substack{\uparrow \\ p=1}}{\frac{-2}{1}} \cdot \cos(\pi t) + \underset{\substack{\uparrow \\ p=2}}{0} + \underset{\substack{\uparrow \\ p=3}}{\frac{-2}{3}} \cos(3\pi t) + \underset{\substack{\uparrow \\ p=4}}{0} + \frac{-2}{5} \cos(5\pi t) + 0 + \dots \right)$$

↳ harmoniques de rang pair étant nul, on somme sur les impairs :

$$S = -4 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos((2k+1)\pi t)}{2k+1}$$



Soit x , le signal représenté par :



2'

1. x est pair et a pour période $T = 4$

1%

✓2 2. x est impair et a pour période $T = 4$

2%

3. x est pair et a pour période $T = 2$

3%

4. x est impair et a pour période $T = 2$

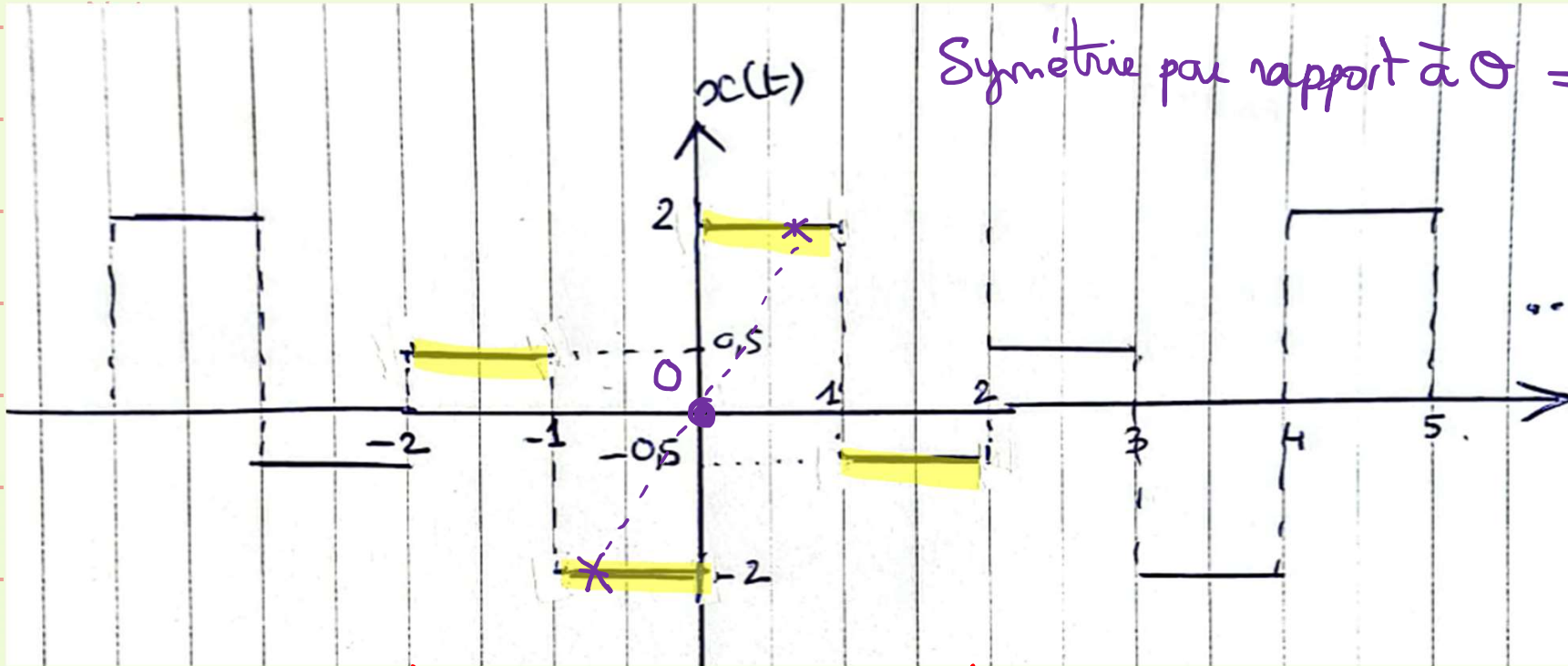
4%

5. x est ni pair ni impair

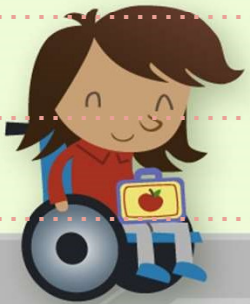
5%



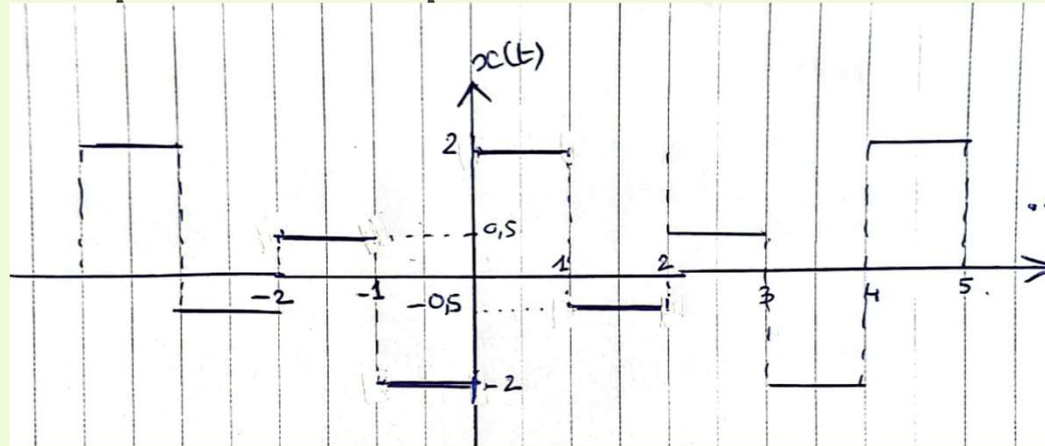
Symétrie par rapport à $O \Rightarrow$ IMPAIR.



$T=4$



Soit x , le signal représenté par :



1'

✓1 1. $a_0 = a_p = 0 \forall p \geq 1$ et $\omega = \frac{\pi}{2}$

1%

2. $b_p = 0 \forall p \geq 1$ et $\omega = \frac{\pi}{2}$

2%

3. $b_p = 0 \forall p \geq 1$ et $\omega = \frac{2}{\pi}$

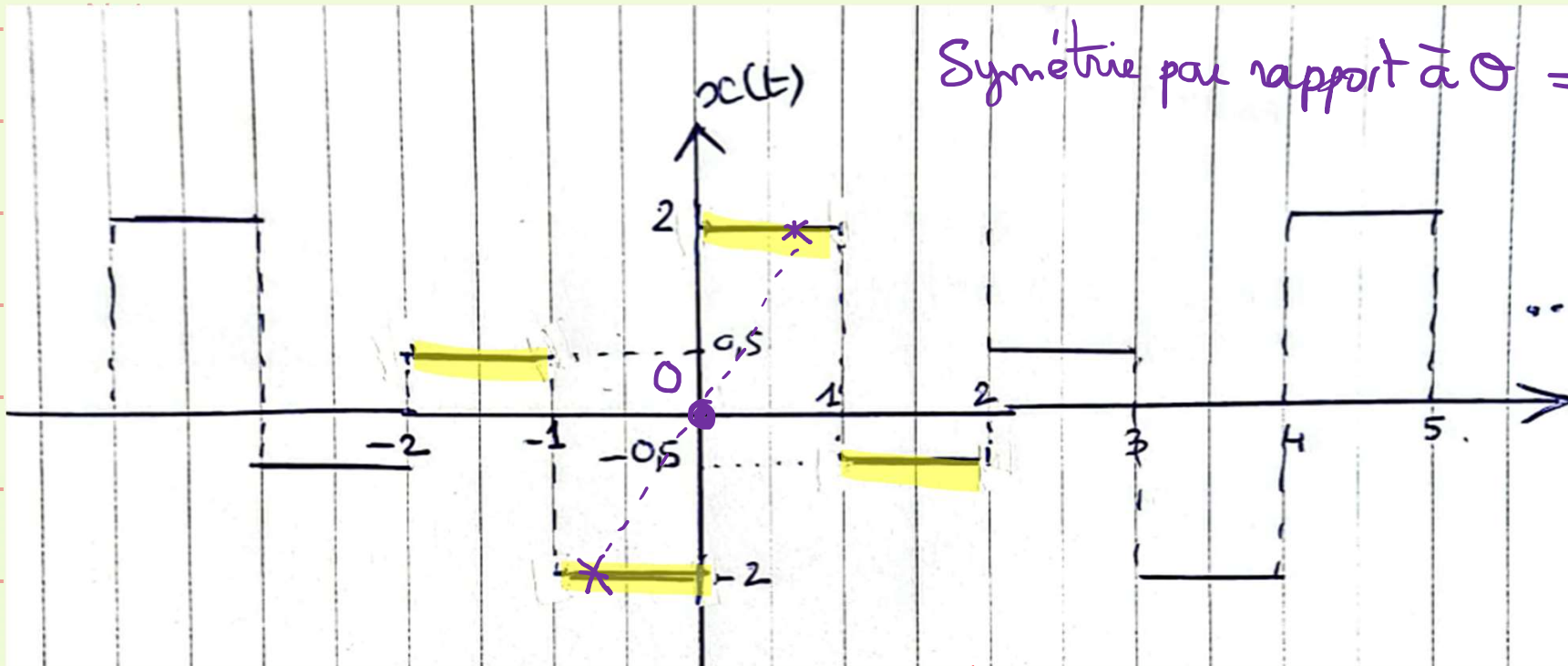
3%

4. $a_0 = a_p = 0 \forall p \geq 1$ et $\omega = \frac{2}{\pi}$

4%

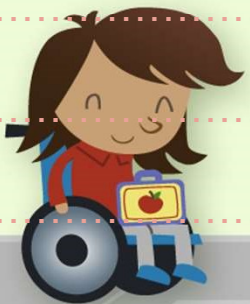


Symétrie par rapport à $O \Rightarrow$ IMPAIR.

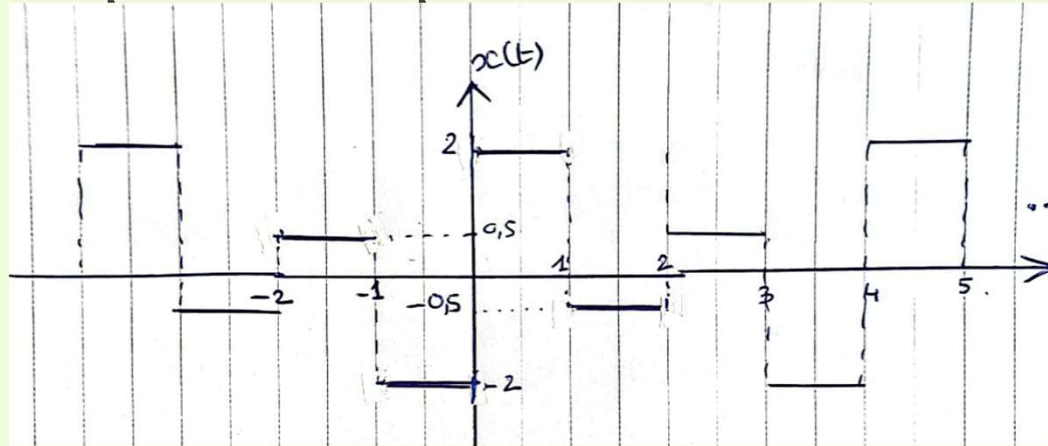


$$T=4$$

x est impair, donc sa série de Fourier est en sinus et
 $a_0 = a_p = 0 \quad \forall p \geq 1$. $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$



Soit x , le signal représenté par :



5'

1. $b_p = \int_0^2 1.5 \cdot \sin\left(\frac{p\pi}{2} t\right) dt$

1%

2. $b_p = \frac{1}{2} \cdot \int_{-2}^2 1.5 \cdot \sin\left(\frac{p\pi}{2} t\right) dt$

2%

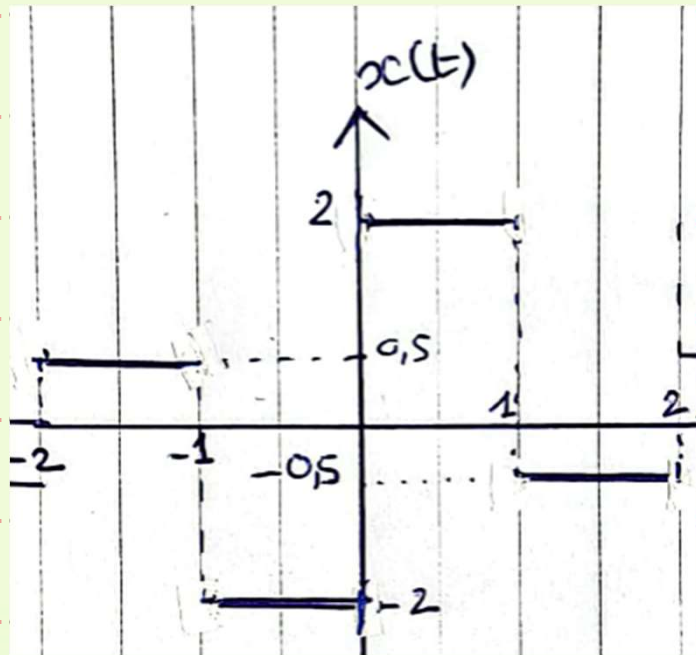
✓3. $b_p = \int_0^1 2 \cdot \sin\left(\frac{p\pi}{2} t\right) dt + \int_1^2 -0.5 \cdot \sin\left(\frac{p\pi}{2} t\right) dt$

3%

4. Aucune des réponses précédentes n'est juste.

4%





$$b_p = \frac{2}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot \sin(p\omega t) dt \quad \forall p \geq 1$$

$$b_p = \frac{2}{4} \cdot \int_{-2}^2 \underbrace{x(t)}_{\text{impaire}} \cdot \underbrace{\sin\left(p\frac{\pi}{2}t\right)}_{\text{impaire} = \text{paire}} dt$$

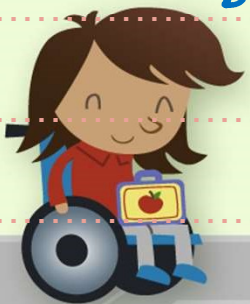
$$b_p = \frac{1}{2} \cdot 2 \times \int_0^2 x(t) \cdot \sin\left(p\frac{\pi}{2}t\right) dt$$

Charles

$$b_p = \int_0^1 2 \cdot \sin\left(\frac{p\pi}{2}t\right) dt + \int_1^2 -\frac{1}{2} \sin\left(\frac{p\pi}{2}t\right) dt$$

$$b_p = 2 \times \left[\frac{-\cos\left(p\frac{\pi}{2}t\right)}{p\frac{\pi}{2}} \right]_0^1 - \frac{1}{2} \left[\frac{-\cos\left(p\frac{\pi}{2}t\right)}{p\frac{\pi}{2}} \right]_1^2$$

$$b_p = \frac{4}{p\pi} \left(-\cos\left(\frac{p\pi}{2}\right) + 1 \right) - \frac{1}{p\pi} \left(-\cos(p\pi) + \cos\left(\frac{p\pi}{2}\right) \right) \text{ etc...}$$



Changement de variable

Calcul intégral



On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_{-1/3}^{1/3} \frac{dt}{9t^2+6t+5}$ à l'aide du changement de variable : $x = \frac{3t+1}{2}$. Quelles sont les nouvelles bornes de l'intégrale ?

2'

1. Aucune des réponses ci – dessous n'est juste.

2. x varie de 1 à 3

3. x varie de -1 à 1

✓4. x varie de 0 à 1

1%

2%

3%

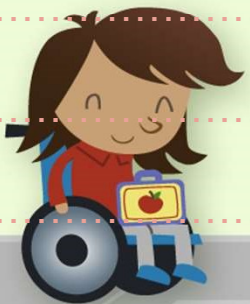
4%



On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_{-1/3}^{1/3} \frac{dt}{9t^2+6t+5}$ à l'aide du changement de variable : $x = \frac{3t+1}{2}$. Quelles sont les nouvelles bornes de l'intégrale ?

Borne:

$$\begin{cases} t = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{3 \times (-\frac{1}{3}) + 1}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0 \\ t = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{3 \times (\frac{1}{3}) + 1}{2} = \frac{1+1}{2} = 1 \end{cases}$$



On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_{-1/3}^{1/3} \frac{dt}{9t^2+6t+5}$ à l'aide du changement de variable : $x = \frac{3t+1}{2}$. Quelle est la relation entre dx et dt ?

3'

1. $dt = 2dx$

1%

2. $dt = \frac{3}{2}dx$

2%

✓₃ 3. Ni la réponse 1 ni la 2 n'est juste.

3%



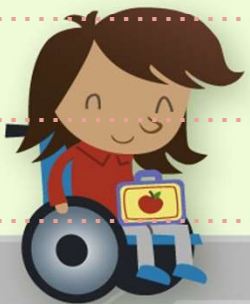
On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_{-1/3}^{1/3} \frac{dt}{9t^2+6t+5}$ à l'aide du changement de variable : $x = \frac{3t+1}{2}$. Quelle est la relation entre dx et dt ?

Borne :

$$\left\{ \begin{array}{l} t = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{3 \times (-\frac{1}{3}) + 1}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0 \\ t = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{3(\frac{1}{3}) + 1}{2} = \frac{1+1}{2} = 1 \end{array} \right.$$

dx et dt :

$$x = \frac{3t+1}{2}$$
$$\frac{dx}{dt} = \left(\frac{3t+1}{2} \right)' = \left(\frac{3}{2}t + \frac{1}{2} \right)' = \frac{3}{2}$$
$$dx = \frac{3}{2} dt \Leftrightarrow dt = \frac{2}{3} dx$$



5'

On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_{-1/3}^{1/3} \frac{dt}{9t^2+6t+5}$ à l'aide du changement de variable : $x = \frac{3t+1}{2}$. Quelle est la nouvelle intégrale?

1. $I = \frac{2}{3} \int_{-\frac{1}{3}}^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{4x^2+4}$

1%

2. $I = \frac{1}{4} \int_0^1 \frac{dx}{x^2+1}$

2%

✓3. $I = \frac{1}{6} \int_0^1 \frac{dx}{x^2+1}$

3%

4. $I = \int_0^1 \frac{dx}{4x^2+4}$

4%

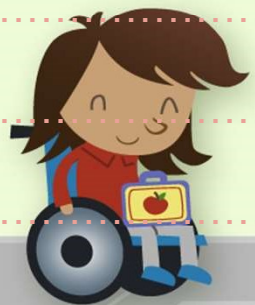


On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_{-1/3}^{1/3} \frac{dt}{9t^2+6t+5}$ à l'aide du changement de variable : $x = \frac{3t+1}{2}$. Quelle est la nouvelle intégrale ?

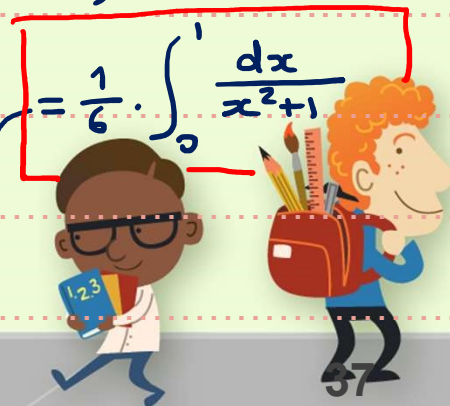
x varie de 0 à 1 et $dt = \frac{2}{3} dx$

$$\begin{cases} x = \frac{3t+1}{2} \Leftrightarrow 2x = 3t+1 \\ \Leftrightarrow t = \frac{2x-1}{3} \end{cases}$$

$$I = \int_0^1 \frac{\frac{2}{3} dx}{9\left(\frac{2x-1}{3}\right)^2 + 6\left(\frac{2x-1}{3}\right) + 5} = \frac{2}{3} \times \int_0^1 \frac{dx}{9\left(\frac{4x^2-4x+1}{9}\right) + 2(2x-1) + 5}$$



$$I = \frac{2}{3} \times \int_0^1 \frac{dx}{4x^2 - 4x + 1 + 4x - 2 + 5} = \frac{2}{3} \times \int_0^1 \frac{dx}{\underbrace{4x^2 + 4}_{4(x^2+1)}}$$



$$= \frac{1}{6} \cdot \int_0^1 \frac{dx}{x^2+1}$$

2'

On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_{-1/3}^{1/3} \frac{dt}{9t^2+6t+5}$ à l'aide du changement de variable : $x = \frac{3t+1}{2}$. Quelle est la valeur de I ?

✓1

1. $I = \frac{\pi}{24}$

1%

2. $I = 0,13$

2%

3. $I = \frac{\ln(2)}{6}$

3%

4. Aucune des solutions précédentes n'est juste.

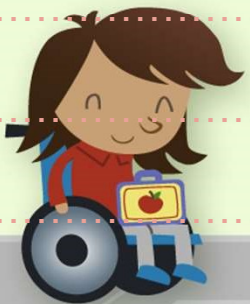
4%



On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_{-1/3}^{1/3} \frac{dt}{9t^2+6t+5}$ à l'aide du changement de variable : $x = \frac{3t+1}{2}$. Quelle est la valeur de I ?

$$I = \frac{1}{6} \times \int_0^1 \frac{dx}{x^2+1} = \frac{1}{6} \times \left[\text{Arctan } x \right]_0^1 = \frac{1}{6} \left(\underbrace{\text{Arctan } 1}_{\frac{\pi}{4}} - \underbrace{\text{Arctan } 0}_0 \right)$$

$$I = \frac{\pi}{24}$$



On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}} dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})}$ à l'aide du changement de variable : $x = e^{\sqrt{t}}$. Quelles sont les nouvelles bornes de l'intégrale ?

2'

1. Aucune des réponses ci – dessous n'est juste.

1%

2. x varie de 0 à $\ln(2)$

2%

3. x varie de 1 à $\ln(2)$

3%

✓4. x varie de e à e^2

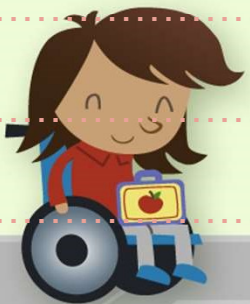
4%



On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}} dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})}$ à l'aide du changement de variable : $x = e^{\sqrt{t}}$. Quelles sont les nouvelles bornes de l'intégrale ?

Bornes :

$$\begin{cases} t=1 & \Leftrightarrow x = e^{\sqrt{1}} = e \\ t=4 & \Leftrightarrow x = e^{\sqrt{4}} = e^2 \end{cases}$$



3'

On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}} dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})}$ à l'aide du changement de variable : $x = e^{\sqrt{t}}$. Quelle est la relation entre dx et dt ?

✓1 $2dx = \frac{e^{\sqrt{t}}}{\sqrt{t}} dt$

2. $dt = 2\ln(x)dx$

3. Ni la réponse 1 ni la 2 n'est juste.

1%

2%

3%



On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}} dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})}$ à l'aide du changement de variable : $x = e^{\sqrt{t}}$. Quelle est la relation entre dx et dt ?

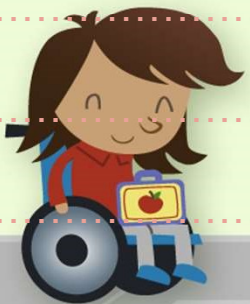
Bornes :

$$\begin{cases} t=1 & \Leftrightarrow x = e^{\sqrt{1}} = e \\ t=4 & \Leftrightarrow x = e^{\sqrt{4}} = e^2 \end{cases}$$

dx et dt :

$$x = e^{\sqrt{t}}$$
$$\frac{dx}{dt} = \left(e^{\sqrt{t}} \right)' = \frac{1}{2\sqrt{t}} e^{\sqrt{t}}$$

$$2dx = \frac{e^{\sqrt{t}}}{\sqrt{t}} dt$$



5'

On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}} dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})}$ à l'aide du changement de variable : $x = e^{\sqrt{t}}$. Quelle est la nouvelle intégrale ?

1. $I = \int_e^{e^2} \frac{dx}{x}$

1%

2. $I = \int_e^{e^2} \frac{dx}{x+1}$

2%

✓3

3. $I = 2 \cdot \int_e^{e^2} \frac{dx}{x+1}$

3%

4. Aucune des réponses n'est juste

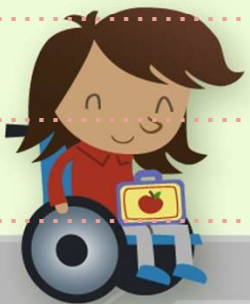
4%



On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}} dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})}$ à l'aide du changement de variable : $x = e^{\sqrt{t}}$. Quelle est la nouvelle intégrale ?

$$x \text{ varie de } e \text{ à } e^2 \quad dt = 2dx = \frac{e^{\sqrt{t}}}{\sqrt{t}}$$

$$I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}} dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})} = 2 \int_e^{e^2} \frac{dx}{1+x}$$



On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}} dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})}$ à l'aide du changement de variable : $x = e^{\sqrt{t}}$. Quelle est la valeur de I ?

2'

✓1

1. $I = 2. \ln \left(\frac{1+e^2}{1+e} \right)$

1%

2. $I = 2$

2%

3. $I = 2. \ln \left(\frac{1+e}{1+e^2} \right)$

3%

4. Aucune des solutions précédentes n'est juste.

4%



On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}} dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})}$ à l'aide du changement de variable : $x = e^{\sqrt{t}}$. Quelle est la valeur de I ?

$$x \text{ varie de } e \text{ à } e^2 \quad dt = 2dx = \frac{e^{\sqrt{t}}}{\sqrt{t}}$$

$$I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}} dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})} = 2 \int_e^{e^2} \frac{dx}{1+x} = 2 \cdot \left[\ln|1+x| \right]_e^{e^2}$$

$$I = 2 \left(\ln(1+e^2) - \ln(1+e) \right)$$

$$I = 2 \ln \left(\frac{1+e^2}{1+e} \right)$$

