Préparation DS de fin d'année
BUT GEII 1

Séries de Fourier, EDLCC et Changement de variable

Les EDLCC

1er et 2nd ordre

4’

Quelles sont les solutions de l’équation (E) : $3y' - 5y = 7$

1. $y(t) = Ke^{-5t/3} - \frac{7}{5}$	1%
2. $y(t) = Ke^{5t/3} - \frac{7}{3}$	2%
3. $y(t) = Ke^{5/3} - \frac{7}{5}$	3%
✓4 4. $y(t) = Ke^{5t/3} - \frac{7}{5}$	4%
5. Aucune des réponses n’est juste.	5%

Notes

Quelles sont les solutions de l'équation (E) : $3y' - 5y = 7$ (E)

① On résout $3y' - 5y = 0$ (E_0)

$ay' + by = 0 \iff y_0(t) = K.e^{-b/a\,t}$; $K \in \mathbb{R}$

Les solutions de (E_0) sont : $y_0(t) = K.e^{\frac{5}{3}t}$; $K \in \mathbb{R}$ (ici $a = -\frac{3}{5}$)

② On cherche y_p, une solution particulière de (E)

On pose $y_p = cte \Rightarrow y'_p = 0$

On remplace dans (E) : $3 \times 0 - 5 \times cte = 7 \iff cte = -\frac{7}{5}$

Donc $y_p = -\frac{7}{5}$

③ Les solutions de (E) sont donc : $y = y_0 + y_p$

$y(t) = K.e^{\frac{5}{3}t} - \frac{7}{5}$; $K \in \mathbb{R}$

4’

Quelles sont les solutions de l’équation sans second membre de : $4y'' - 4y' + y = 5t$

1. $y_0(t) = e^{-t/2}(K_1 + K_2)$ — 1%

2. $y_0(t) = e^{t/2}(K_1 + K_2)$ — 2%

3. $y_0(t) = e^{-t/2}(K_1 + K_2 t)$ — 3%

✓4 4. $y_0(t) = e^{t/2}(K_1 + K_2 t)$ — 4%

5. Aucune des réponses n’est juste. — 5%

Notes

Quelles sont les solutions de l'équation sans second membre de : $4y'' - 4y' + y = 5t$

① On résout $4y'' - 4y' + y = 0$ (E_0)

On résout $4r^2 - 4r + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 16 = 0$

$r_1 = r_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

ou

$4r^2 - 4r + 1 = (2r-1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow r = 1/2$

Les solutions de (E_0) sont donc : $y_0(t) = (k_1 + k_2 . t) . e^{t/2}$

5’

Les solutions de : $4y'' - 4y' + y = 5t$ sont :

1. $y(t) = e^{t/2}(K_1 + K_2 t) + 5t$	1%
✓2 2. $y(t) = e^{t/2}(K_1 + K_2 t) + 5t + 20$	2%
3. $y(t) = e^{t/2}(K_1 + K_2 t)$	3%
4. $y(t) = e^{t/2}(K_1 + K_2 t) + 5t - 20$	4%
5. Aucune des réponses n’est juste.	5%

Notes

Les solutions de : $4y'' - 4y' + y = 5t$ sont :

② On cherche y_p, une solution particulière de (E).

On pose $y_p = at + b$

$y_p' = a$

$y_p'' = 0$

On remplace dans (E) : $4 \times 0 - 4a + at + b = 5t$

$\Leftrightarrow \; at + b - 4a = 5t + 0$

On identifie : $\begin{cases} a = 5 \\ b - 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 5$ et $b = 20$

Donc $y_p = 5t + 20$

③ Les solutions de (E) sont donc : $y = y_0 + y_p$

$y(t) = (K_1 + K_2 t)\, e^{t/2} + 5t + 20$; $K_1, K_2 \in \mathbb{R}$.

5’

La solution de $4y'' - 4y' + y = 5t$ vérifiant $y(0) = 2$ et $y'(0) = 0$ est :

✓1 1. $y(t) = e^{t/2}(4t - 18) + 5t + 20$ — 1%

2. $y(t) = -e^{t/2}(18 + 10t) + 5t + 20$ — 2%

3. $y(t) = e^{t/2}(2 - 4t) + 5t + 20$ — 3%

4. $y(t) = e^{t/2}(18 - 2t) + 5t - 20$ — 4%

5. Aucune des réponses n’est juste. — 5%

Notes

La solution de $4y'' - 4y' + y = 5t$ vérifiant

$y(0) = 2$ *et* $y'(0) = 0$ *est* :

Les solutions sont : $y(t) = (k_1 + k_2 t)\, e^{t/2} + 5t + 20$

$$y(0) = 2 \iff k_1 + 20 = 2 \iff k_1 = -18$$

$$y'(t) = (k_1 + k_2 t)'\, e^{t/2} + (k_1 + k_2 t)\left(e^{t/2}\right)' + 5$$

$$y'(t) = k_2 e^{t/2} + \frac{1}{2}(k_1 + k_2 t)\, e^{t/2} + 5$$

$$y'(0) = 0 \iff k_2 + \frac{1}{2} k_1 + 5 = 0 \iff k_2 = -\frac{1}{2} k_1 - 5 = 9 - 5 = 4$$

La solution est donc : $y(t) = (-18 + 4t)\, e^{t/2} + 5t + 20$

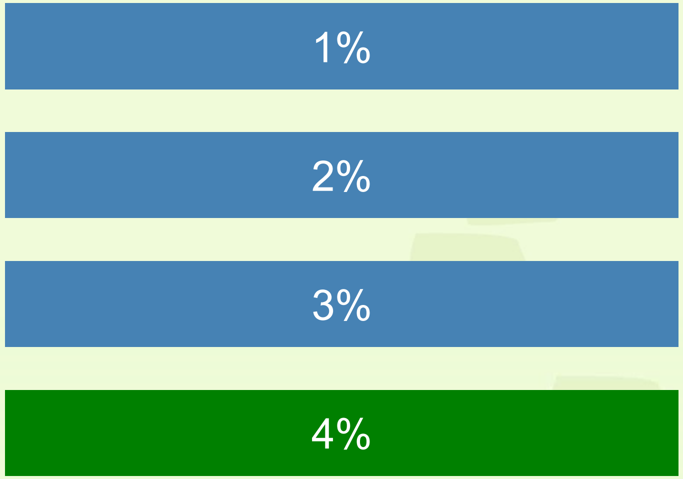
Calcul intégral

Intégration Par Parties

1’

Quelle est la vraie formule d’IPP ?

1. $[UV]_a^b - \int_a^b U'V dt$
2. $[U'V']_a^b - \int_a^b U'V dt$
3. $[UV]_a^b - \int_a^b UV' dt$
4. Aucune réponse n'est la formule d'IPP



$$\int_a^b u.v'\,dt = \left[u.v\right]_a^b - \int_a^b u'v\,dt$$

ou

$$\int_a^b u'.v\,dt = \left[u.v\right]_a^b - \int_a^b u.v'\,dt$$

Q

1'

Pour calculer par IPP

$K = \int_0^1 (3t-5).e^{-2t}\,dt$ *on pose :*

1. $U = e^{-2t}$ *et* $V' = 3t - 5$
2. $V = e^{-2t}$ *et* $U' = 3t - 5$
3. ✓3 $U = 3t - 5$ *et* $V' = e^{-2t}$
4. *Tout est faux*

1%	
2%	
3%	
4%	

$$K = \int_0^1 \underbrace{(3t-5)}_{P}\ \underbrace{e^{-2t}}_{E}\ dt$$

ALPES

$$\begin{cases} U = 3t-5 \\ V' = e^{-2t} \end{cases}$$

Rappel :

$\xrightarrow{\text{choix de } U}$

ALPES

Arctan, Ln, Poly., Exp., Cos., sin.

$$\int_a^b U.V'\,dt = [U.V]_a^b - \int_a^b U'.V\,dt$$

Q

2’

Pour calculer par IPP

$K = \int_0^1 (3t-5).e^{-2t}\,dt$ *on obtient :*

1. $K = -2\left[(3t-5)e^{-2t}\right]_0^1 + 6\int_0^1 e^{-2t}\,dt$ — 1%
2. $K = -\frac{1}{2}\left[(3t-5)e^{-2t}\right]_0^1 + 6\int_0^1 e^{-2t}\,dt$ — 2%
3. ✓3 $K = -\frac{1}{2}\left[(3t-5)e^{-2t}\right]_0^1 + \frac{3}{2}\int_0^1 e^{-2t}\,dt$ — 3%
4. *Tout est faux* — 4%

$$K = \int_0^1 \underbrace{(3t-5)}_{P}\,\underbrace{e^{-2t}}_{E}\,dt$$

ALPES

$$\begin{cases} U = 3t-5 \\ V' = e^{-2t} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} U' = 3 \\ V = \dfrac{e^{-2t}}{-2} \end{cases}$$

$$K = [U.V]_a^b - \int_a^b U'V\,dt = -\frac{1}{2}\left[(3t-5)\,e^{-2t}\right]_0^1 + \frac{3}{2}\int_0^1 e^{-2t}\,dt$$

3’

La valeur de $K = \int_0^1 (3t-5).e^{-2t}\,dt$ *est donc* :

1. $K = \frac{1}{4}(e^{-2} + 7)$ — 1%
2. $K = \frac{1}{4}(-e^{-2} - 7)$ — 2%
3. ✓3 $K = \frac{1}{4}(e^{-2} - 7)$ — 3%
4. *Aucune des valeurs n'est exacte* — 4%

$$K=\int_0^1 \underbrace{(3t-5)}_{P}\,\underbrace{e^{-2t}}_{E}\,dt$$

ALPES

$$\begin{cases}U=3t-5\\ V'=e^{-2t}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}U'=3\\ V=\dfrac{e^{-2t}}{-2}\end{cases}$$

$$K=[U.V]_a^b-\int_a^b U'V\,dt=-\frac{1}{2}\left[(3t-5)e^{-2t}\right]_0^1+\frac{3}{2}\int_0^1 e^{-2t}\,dt$$

$$K=-\frac{1}{2}\left(-2e^{-2}+5\right)+\frac{3}{2}\left[\frac{e^{-2t}}{-2}\right]_0^1$$

$$=e^{-2}-\frac{5}{2}-\frac{3}{4}\left(e^{-2}-1\right)$$

$$K=e^{-2}-\frac{3}{4}e^{-2}-\frac{5}{2}+\frac{3}{4}=\frac{e^{-2}}{4}-\frac{7}{4}=\frac{1}{4}\left(e^{-2}-7\right)$$

On souhaite calculer l’intégrale $I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \cos(3t)e^{-t}dt$

Q

2’

Peut-on écrire que :

1. $I = 2.\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \cos(3t)e^{-t}dt$? — 1%

2. $I = 0$? — 2%

✓3 3. Ni la réponse 1 ni la 2 n'est juste. — 3%

$$I = \int_{\underbrace{-\frac{\pi}{3}}_{\text{centré en } 0}}^{\frac{\pi}{3}} \underbrace{\cos(3t)}_{\text{pair}}\,\underbrace{e^{-t}}_{\text{ni pair, ni impair}}\,dt$$

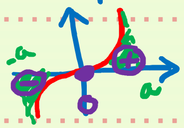
Notes Ni 1) Ni 2)

Si $f(t)=\cos(3t)\cdot e^{-t}$ alors $f(-t)=\cos(-3t)\cdot e^{t} = \cos(3t)\,e^{t}$

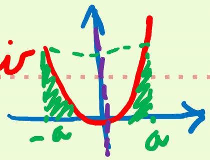
Contre Exple : $f(-\pi)=\cos(3\pi)e^{\pi} = -e^{\pi}$

$f(\pi)=\cos(-3\pi)=e^{-\pi} = -e^{-\pi} = -\frac{1}{e^{\pi}} \neq f(-\pi)$ et $\neq -f(-\pi)$ } f est donc ni pair, ni impair.

Rappel : $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$ si f est impair



$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\times\int_{0}^{a} f(x)\,dx$ si f est pair



Pour calculer l'intégrale $I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \cos(3t)e^{-t}dt$ à l'aide d'une IPP, 4'

on pose $U = e^{-t}$ et $V' = \cos(3t)$ et on obtient :

1. $I = \frac{-1}{3}\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \sin(3t)e^{-t}dt$ — 1%
2. $I = 3\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \sin(3t)e^{-t}dt$ — 2%
3. ✓3 $I = \frac{1}{3}\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \sin(3t)e^{-t}dt$ — 3%
4. $I = -3\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \sin(3t)e^{-t}dt$ — 4%

Pour calculer l'intégrale $I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \cos(3t)e^{-t}dt$ à l'aide d'une IPP,

on pose $U = e^{-t}$ et $V' = \cos(3t)$ et on obtient :

Notes

$U' = -e^{-t} \qquad V = \frac{\sin(3t)}{3}$

$I = [U.V]_a^b - \int_a^b U'.V\,dt$

$I = \frac{1}{3}\left[e^{-t}.\sin(3t)\right]_{-\pi/3}^{\pi/3} + \frac{1}{3}\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \sin(3t).e^{-t}\,dt$

$I = \frac{1}{3}\underbrace{\left(e^{-\pi/3}.\sin(\pi) - e^{\pi/3}.\sin(-\pi)\right)}_{0} + \frac{1}{3}.\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \sin(3t)e^{-t}\,dt$

Pour calculer l'intégrale $I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \cos(3t)e^{-t}dt = \frac{1}{3}\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \sin(3t)e^{-t}dt$ **4'**

Q

à l'aide d'une deuxième IPP, on obtient :

✓1 1. $I = \frac{1}{9}\left\{e^{-\frac{\pi}{3}} - e^{\frac{\pi}{3}} - \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} cos(3t)e^{-t}dt\right\}$ — 1%

2. $I = \frac{1}{9}\left\{e^{-\frac{\pi}{3}} - e^{\frac{\pi}{3}} + \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} cos(3t)e^{-t}dt\right\}$ — 2%

3. $I = \frac{1}{9}\left\{e^{\frac{\pi}{3}} - e^{-\frac{\pi}{3}} - \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} cos(3t)e^{-t}dt\right\}$ — 3%

4. $I = \frac{1}{9}\left\{e^{\frac{\pi}{3}} - e^{-\frac{\pi}{3}} + \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} cos(3t)e^{-t}dt\right\}$ — 4%

Pour calculer l’intégrale $I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \cos(3t)e^{-t}dt = \frac{1}{3}\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \sin(3t)e^{-t}dt$

à l’aide d’une deuxième IPP, on obtient :

Notes

On pose $u = e^{-t}$ $\quad u' = -e^{-t}$

$v' = \sin(3t)$ $\quad v = -\frac{\cos(3t)}{3}$

$$I = [u.v]_a^b - \int_a^b u'v\,dt$$

$$I = \frac{1}{3}\left\{-\frac{1}{3}\left[e^{-t}.\cos(3t)\right]_{-\pi/3}^{\pi/3} - \frac{1}{3}\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \cos(3t).e^{-t}\,dt\right\}$$

$$= \frac{1}{3}\left\{-\frac{1}{3}\left(e^{-\pi/3}\underbrace{\cos\pi}_{-1} - e^{\pi/3}\underbrace{\cos(-\pi)}_{-1}\right) - \frac{1}{3}\int^{\pi/3} \cos(3t)e^{-t}dt\right\}$$

$$I = \frac{1}{3}\left\{\frac{1}{3}\left(e^{-\pi/3} - e^{-\pi/3}\right) - \frac{1}{3}I\right\} = \frac{1}{9}\left\{e^{-\pi/3} - e^{\pi/3} - I\right\}$$

Après deux IPP on a alors :

$$I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \cos(3t)e^{-t}dt = \frac{1}{9}\left\{e^{-\frac{\pi}{3}} - e^{\frac{\pi}{3}} - \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} cos(3t)e^{-t}dt\right\}$$ donc :

Q

3’

1. $I = \frac{-1}{10}$ — 1%
2. $I = \frac{1}{9}\left(e^{\frac{-\pi}{3}} - e^{\frac{\pi}{3}}\right)$ — 2%
3. $I = \frac{1}{8}\left(e^{\frac{-\pi}{3}} - e^{\frac{\pi}{3}}\right)$ — 3%
4. ✓4 $I = \frac{1}{10}\left(e^{\frac{-\pi}{3}} - e^{\frac{\pi}{3}}\right)$ — 4%
5. $I = \frac{1}{10}$ — 5%

Après deux IPP on a alors :

I $= \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \cos(3t)e^{-t}dt = \frac{1}{9}\left\{e^{-\frac{\pi}{3}} - e^{\frac{\pi}{3}} - \underbrace{\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} cos(3t)e^{-t}dt}_{I}\right\}$ donc :

Notes

$$I = \frac{1}{9}\left(e^{-\pi/3} - e^{\pi/3}\right) - \frac{1}{9} I$$

$$I\underbrace{\left(1+\frac{1}{9}\right)}_{\frac{10}{9}} = \frac{1}{9}\left(e^{-\pi/3} - e^{\pi/3}\right)$$

$$I = \frac{9}{10} \times \frac{1}{9}\left(e^{-\pi/3} - e^{\pi/3}\right)$$

$$I = \frac{1}{10}\left(e^{-\pi/3} - e^{\pi/3}\right).$$

Calcul intégral

Changement de variable

On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_{-1/3}^{1/3} \frac{dt}{9t^2+6t+5}$ à l'aide du changement de variable : $x = \frac{3t+1}{2}$. Quelles sont les nouvelles bornes de l'intégrale ?

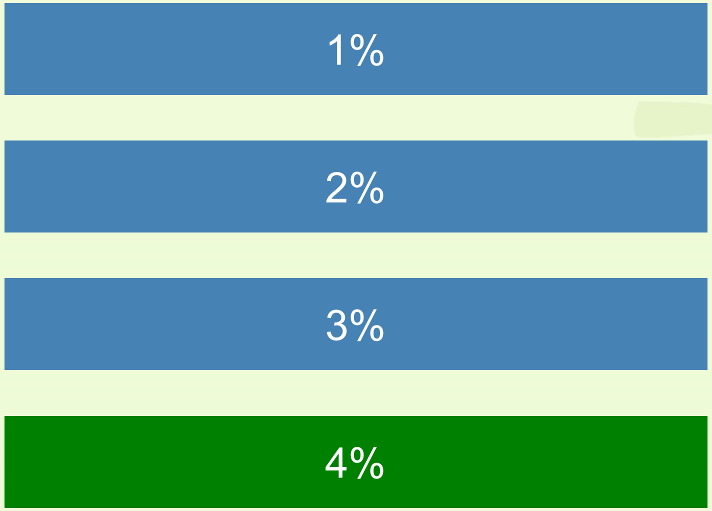
2'

1. $\text{Aucune des réponses ci} - \text{dessous n'est juste.}$

2. x varie de 1 à 3

3. x varie de -1 à 1

4. x varie de 0 à 1



On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_{-1/3}^{1/3} \frac{dt}{9t^2+6t+5}$ à l'aide du changement de variable : $x = \frac{3t+1}{2}$. Quelles sont les nouvelles bornes de l'intégrale ?

Bornes :

$$\begin{cases} t = -\frac{1}{3} \iff x = \frac{3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 1}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0 \\ t = \frac{1}{3} \iff x = \frac{3\left(\frac{1}{3}\right) + 1}{2} = \frac{1+1}{2} = 1 \end{cases}$$

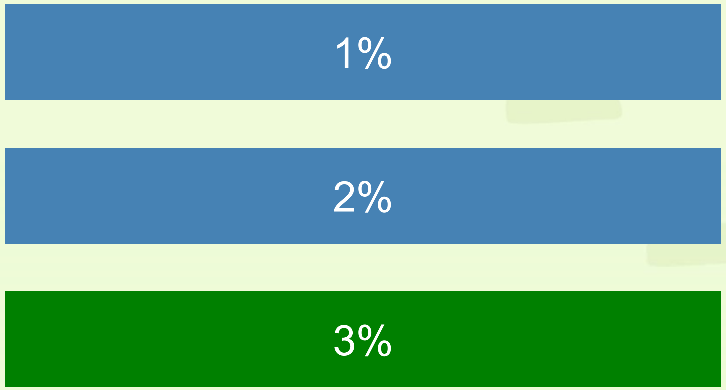
On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_{-1/3}^{1/3} \frac{dt}{9t^2+6t+5}$ à l'aide du changement de variable : $x = \frac{3t+1}{2}$. Quelle est la relation entre dx et dt ?

3’

1. $dt = 2dx$

2. $dt = \frac{3}{2} dx$

✓3 3. $Ni\ la\ réponse\ 1\ ni\ la\ 2\ n'est\ juste.$



On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_{-1/3}^{1/3} \frac{dt}{9t^2+6t+5}$ à l'aide du changement de variable : $x = \frac{3t+1}{2}$. Quelle est la relation entre dx et dt ?

Bornes :

$$\begin{cases} t = -\frac{1}{3} \iff x = \frac{3\times\left(-\frac{1}{3}\right)+1}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0 \\ t = \frac{1}{3} \iff x = \frac{3\left(\frac{1}{3}\right)+1}{2} = \frac{1+1}{2} = 1 \end{cases}$$

dx et dt :

$$x = \frac{3t+1}{2}$$

$$\frac{dx}{dt} = \left(\frac{3t+1}{2}\right)' = \left(\frac{3}{2}t + \frac{1}{2}\right)' = \frac{3}{2}$$

$$dx = \frac{3}{2}\,dt \iff \boxed{dt = \frac{2}{3}\,dx}$$

5’

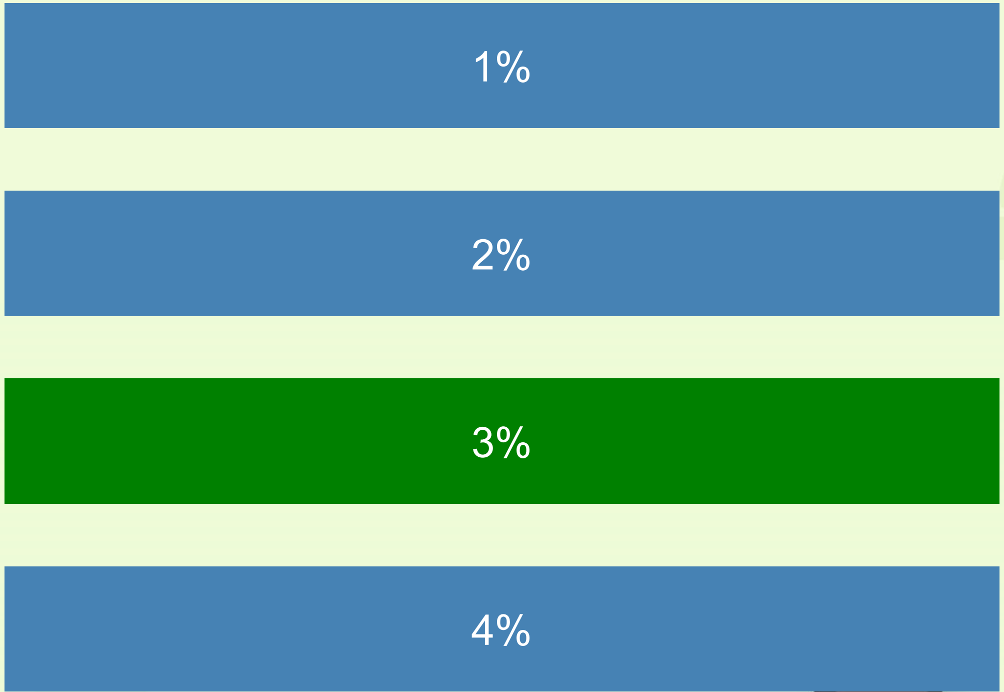
On souhaite calculer l’intégrale $I = \int_{-1/3}^{1/3} \frac{dt}{9t^2+6t+5}$ à l’aide du changement de variable : $x = \frac{3t+1}{2}$. Quelle est la nouvelle intégrale?

1. $I = \frac{2}{3}\int_{-\frac{1}{3}}^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{4x^2+4}$

2. $I = \frac{1}{4}\int_{0}^{1} \frac{dx}{x^2+1}$

✓3 3. $I = \frac{1}{6}\int_{0}^{1} \frac{dx}{x^2+1}$

4. $I = \int_{0}^{1} \frac{dx}{4x^2+4}$



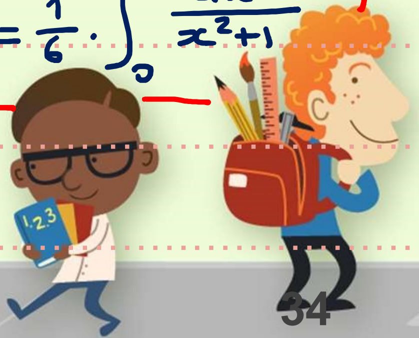
On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_{-1/3}^{1/3} \frac{dt}{9t^2+6t+5}$ à l'aide du changement de variable : $x = \frac{3t+1}{2}$. Quelle est la nouvelle intégrale ?

x varie de 0 à 1 et $dt = \frac{2}{3}dx$

$$\begin{cases} x = \frac{3t+1}{2} \iff 2x = 3t+1 \\ \iff t = \frac{2x-1}{3} \end{cases}$$

$$I = \int_0^1 \frac{\frac{2}{3}dx}{9\left(\frac{2x-1}{3}\right)^2 + 6\left(\frac{2x-1}{3}\right) + 5} = \frac{2}{3} \times \int_0^1 \frac{dx}{9\left(\frac{4x^2-4x+1}{9}\right) + 2(2x-1) + 5}$$

$$I = \frac{2}{3} \times \int_0^1 \frac{dx}{4x^2-4x+1+4x-2+5} = \frac{2}{3} \times \int_0^1 \frac{dx}{\underbrace{4x^2+4}_{4(x^2+1)}} = \boxed{\frac{1}{6} \cdot \int_0^1 \frac{dx}{x^2+1}}$$



2’

On souhaite calculer l’intégrale $I = \int_{-1/3}^{1/3} \frac{dt}{9t^2+6t+5}$ à l’aide du changement de variable : $x = \frac{3t+1}{2}$. Quelle est la valeur de I ?

1. $I = \frac{\pi}{24}$

2. $I = 0{,}13$

3. $I = \frac{\ln(2)}{6}$

4. *Aucune des solutions précédentes n'est juste.*

1.	1%
2.	2%
3.	3%
4.	4%

On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_{-1/3}^{1/3} \frac{dt}{9t^2+6t+5}$ à l'aide du changement de variable : $x = \frac{3t+1}{2}$. Quelle est la valeur de I ?

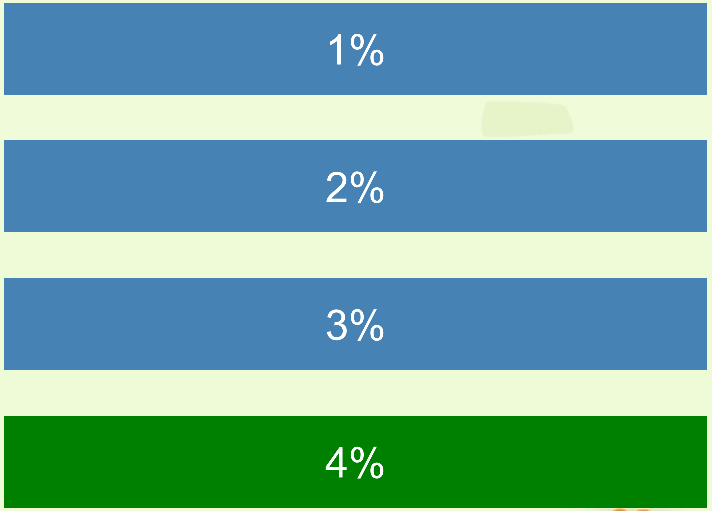
$$I = \frac{1}{6} \times \int_0^1 \frac{dx}{x^2+1} = \frac{1}{6} \times \left[\text{Arctan}\, x \right]_0^1 = \frac{1}{6} \left(\underbrace{\text{Arctan}\, 1}_{\frac{\pi}{4}} - \underbrace{\text{Arctan}\, 0}_{0} \right)$$

$$I = \frac{\pi}{24}$$

On souhaite calculer l’intégrale $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}}dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})}$ à l’aide du changement de variable : $x = e^{\sqrt{t}}$. Quelles sont les nouvelles bornes de l’intégrale ?

2’

1. Aucune des réponses ci – dessous n′est juste.
2. x varie de 0 à ln(2)
3. x varie de 1 à ln(2)
4. x varie de e à e^2



On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}}dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})}$ à l'aide du changement de variable : $x = e^{\sqrt{t}}$. Quelles sont les nouvelles bornes de l'intégrale ?

Bornes :

$$\begin{cases} t = 1 \iff x = e^{\sqrt{1}} = e \\ t = 4 \iff x = e^{\sqrt{4}} = e^2 \end{cases}$$

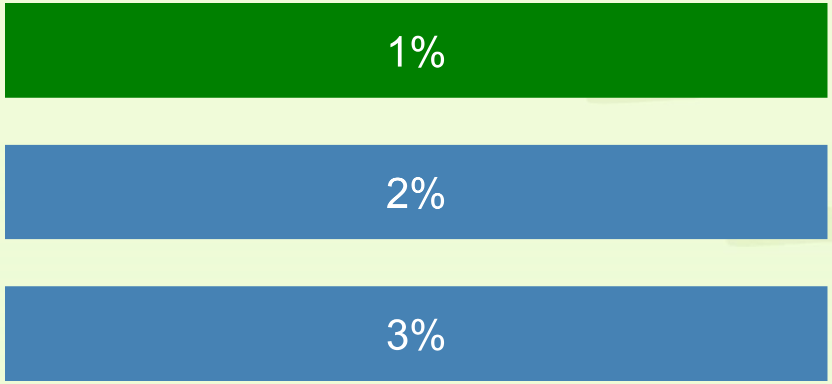
3’

On souhaite calculer l’intégrale $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}}dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})}$ à l’aide du changement de variable : $x = e^{\sqrt{t}}$. Quelle est la relation entre dx et dt ?

1. $2dx = \frac{e^{\sqrt{t}}}{\sqrt{t}}dt$

2. $dt = 2\ln(x)dx$

3. $Ni\ la\ réponse\ 1\ ni\ la\ 2\ n'est\ juste.$



On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}}dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})}$ à l'aide du changement de variable : $x = e^{\sqrt{t}}$. Quelle est la relation entre dx et dt ?

Bornes :

$$\begin{cases} t = 1 \iff x = e^{\sqrt{1}} = e \\ t = 4 \iff x = e^{\sqrt{4}} = e^2 \end{cases}$$

dx et dt :

$$x = e^{\sqrt{t}}$$

$$\frac{dx}{dt} = \left(e^{\sqrt{t}}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{t}} e^{\sqrt{t}}$$

$$2dx = \frac{e^{\sqrt{t}}}{\sqrt{t}} dt$$

5'

On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}}dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})}$ à l'aide du changement de variable : $x = e^{\sqrt{t}}$. Quelle est la nouvelle intégrale ?

1. $I = \int_e^{e^2} \frac{dx}{x}$

1%

2. $I = \int_e^{e^2} \frac{dx}{x+1}$

2%

✓3

3. $I = 2.\int_e^{e^2} \frac{dx}{x+1}$

3%

4. *Aucune des réponses n'est juste*

4%

On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}}dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})}$ à l'aide du changement de variable : $x = e^{\sqrt{t}}$. Quelle est la nouvelle intégrale ?

x varie de e à e^2 et $2dx = \frac{e^{\sqrt{t}}}{\sqrt{t}}$

$$I = \int_1^4 \frac{\overbrace{e^{\sqrt{t}}dt}^{=2dx}}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})} = 2 \cdot \int_e^{e^2} \frac{dx}{1+x}$$

2’

On souhaite calculer l’intégrale $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}}dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})}$ à l’aide du changement de variable : $x = e^{\sqrt{t}}$. Quelle est la valeur de I ?

1. $I = 2.\,ln\left(\frac{1+e^2}{1+e}\right)$

2. $I = 2$

3. $I = 2.\,ln\left(\frac{1+e}{1+e^2}\right)$

4. *Aucune des solutions précédentes n'est juste.*

1%

2%

3%

4%

On souhaite calculer l'intégrale $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}}dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})}$ à l'aide du changement de variable : $x = e^{\sqrt{t}}$. Quelle est la valeur de I ?

x varie de e à e^2 et $2dx = \frac{e^{\sqrt{t}}}{\sqrt{t}}$

$= 2dx$

$$I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{t}}dt}{\sqrt{t}(1+e^{\sqrt{t}})} = 2.\int_e^{e^2} \frac{dx}{1+x} = 2.\left[\ln|1+x|\right]_e^{e^2}$$

$$I = 2\left(\ln(1+e^2) - \ln(1+e)\right)$$

$$I = 2\ln\left(\frac{1+e^2}{1+e}\right)$$