

Notes

# Corrigé DM1

$$1) (100+5) \times 2 = 210 \quad 3) 13+7 \times 2-5 = 22$$

$$2) 100 + 5 \times 2 = 110 \quad 4) (13+7)(2-5) = -60$$

$$5) 8 \times 4 + 3 \times 2 = 38 \quad 6) 8(4+3) \times 2 = 8 \times 7 \times 2 = 112$$

$$7) (5x+6)(3x+2) = 15x^2 + 28x + 12$$

$$8) 5x + 6(3x+2) = 23x + 12$$

$$9) 2 - (2R+5) = -2R - 3$$

$$10) 3y + x(y^2 - 2y) = 3y + y^2x - 2yx$$

$$11) 3y + xy^2 - 2y = y(1 + xy)$$

$$12) \text{ factoriser par } R : 3R^2 - 2R + 1 \\ = R\left(3R - 2 + \frac{1}{R}\right)$$

$$13) \text{ factoriser : } 9R^2 - 3R \\ = R(9R - 3) \\ 9R^2 - 3R = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$(-3)^2 - 4 \times 9 \times 0$$

$$= 9 > 0 \text{ donc deux racines}$$

$$\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$R_1 = \frac{3 - 3}{18} = 0 \quad R_2 = \frac{3 + 3}{18} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ 0, \frac{1}{3} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 3R^2 - 3R &= 0 \\
 \Leftrightarrow R(3R - 3) &= 0 \\
 \Leftrightarrow R = 0 \quad \text{ou} \quad 3R - 3 &= 0 \\
 3R &= 3 \\
 R &= \frac{3}{3} = \frac{3}{3 \times 3} = \frac{1}{3} \\
 S &= \left\{ 0; \frac{1}{3} \right\}
 \end{aligned}$$

# ATTENTION

1<sup>er</sup> cas Si  $R \neq 0 \rightarrow$

$$\begin{aligned}
 &3R^2 - 3R = 0 \\
 &\div R \quad \left\{ \begin{array}{l} 3R^2 = 3R \\ 3R = 3 \end{array} \right. \quad \div R \\
 &R = \frac{3}{3} = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

2<sup>e</sup> cas Si  $R = 0$

$3 \times 0^2 = 3 \times 0$  VRAI donc  $0 \in S$

$$S = \left\{ 0; \frac{1}{3} \right\}$$



**Exercice 8** Corriger les copies ci-dessous en précisant, si possible, la(les) formule(s) mathématique(s) mise(s) en cause :

1)

$$S = \frac{2\pi \times 3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4\pi}{3} \text{ OH!} \quad \frac{6\pi + 2}{3}$$

2)

$$f(x) = \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2(x-2)(x+3)} = \frac{x-1}{(x-2)(x+3)(x+1)}$$

3)

$$\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{2; -3; -1\} = \mathbb{R} - \{2; -3; -1\}$$

Calcul de base: fractions

$$\frac{2}{1} = \frac{2}{2\sqrt{x-2}} = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$$

$$g(x) = \frac{2}{\frac{1}{2\sqrt{x-2}}} = 2 \times \frac{2\sqrt{x-2}}{1} = 4\sqrt{x-2} \text{ existe ssi } x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$\mathcal{D}_g = [2; +\infty[$$

6)

$$3 \text{ cm}^2 = 0,0003 \text{ m}^2 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\bullet 30 \text{ cm} = 30 \times 10^{-2} \text{ m} = 0,3 \text{ m} = 3 \cdot 10^{-1}$$

$$\bullet 3 \text{ cm}^2 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\bullet 1,6 \cdot 10^{-4} + 8 \cdot 10^{-5} = 2,4 \cdot 10^{-4}$$

$$\bullet 0,17 \cdot 16 = 2,72$$

$$\bullet 0,146 \approx 0,15$$

$$0,145 \approx 0,15$$

page 17

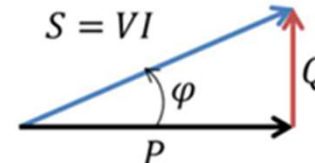
4)

$$\begin{aligned} P(x) &= (2x^3 - 1)^2 \times (x-1) \\ &= (4x^6 - 4x^3 + 1)(x-1) = (4x^6 - 4x^3 + 1)(x-1) \\ &= 4x^7 - 4x^6 - 4x^4 + 4x^3 + x - 1 \\ \mathcal{D}_P &= \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

5) En électricité  $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$



$$\text{Pythagore : } S^2 = P^2 + Q^2$$

$$98 \times 10^{-4} = (-1,6 + 0,8) \cdot 10^{-4} = 2,4 \cdot 10^{-4}$$

Notes

Le système métrique

|          |           |            |            |          |           |            |            |
|----------|-----------|------------|------------|----------|-----------|------------|------------|
| Longueur | kilomètre | hectomètre | décamètre  | mètre    | décimètre | centimètre | millimètre |
|          | <b>km</b> | <b>hm</b>  | <b>dam</b> | <b>m</b> | <b>dm</b> | <b>cm</b>  | <b>mm</b>  |
|          | 0,001     | 0,01       | 0,1        | 1        | 10        | 100        | 1000       |
|          | $10^{-3}$ | $10^{-2}$  | $10^{-1}$  | 1        | 10        | $10^2$     | $10^3$     |

1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm ; 1 mm =  $10^{-3}$  m

|         |                       |                       |                        |                      |                       |                       |                       |
|---------|-----------------------|-----------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Surface | kilomètre carré       | hectomètre carré      | décamètre carré        | mètre carré          | décimètre carré       | centimètre carré      | millimètre carré      |
|         | <b>km<sup>2</sup></b> | <b>hm<sup>2</sup></b> | <b>dam<sup>2</sup></b> | <b>m<sup>2</sup></b> | <b>dm<sup>2</sup></b> | <b>cm<sup>2</sup></b> | <b>mm<sup>2</sup></b> |
|         | 0,000001              | 0,0001                | 0,01                   | 1                    | 100                   | 10000                 | 1000000               |
|         | $10^{-6}$             | $10^{-4}$             | $10^{-2}$              | 1                    | $10^2$                | $10^4$                | $10^6$                |

1 m<sup>2</sup> = 100 dm<sup>2</sup> = 10000 cm<sup>2</sup> = 1000000 mm<sup>2</sup> ; 2 m<sup>2</sup> = 200 dm<sup>2</sup>

|        |                       |                       |                        |                      |                       |                       |                       |
|--------|-----------------------|-----------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Volume | kilomètre cube        | hectomètre cube       | décamètre cube         | mètre cube           | décimètre cube        | centimètre cube       | millimètre cube       |
|        | <b>km<sup>3</sup></b> | <b>hm<sup>3</sup></b> | <b>dam<sup>3</sup></b> | <b>m<sup>3</sup></b> | <b>dm<sup>3</sup></b> | <b>cm<sup>3</sup></b> | <b>mm<sup>3</sup></b> |
|        | $10^{-9}$             | $10^{-6}$             | $10^{-3}$              | 1                    | $10^3$                | $10^6$                | $10^9$                |
|        | $10^{-9}$             | $10^{-6}$             | $10^{-3}$              | 1                    | $10^3$                | $10^6$                | $10^9$                |

1 m<sup>3</sup> = 1000 dm<sup>3</sup> = 1000000 cm<sup>3</sup> = 1000000000 mm<sup>3</sup> ; 5 mm<sup>3</sup> =  $5 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup> ; 1 l = 1 dm<sup>3</sup>

6)

- 3 cm<sup>2</sup> = 0.09 m<sup>2</sup>
- 30 cm = 0,03 m
- 3 cm<sup>2</sup> = 3<sup>4</sup> m<sup>2</sup>
- $1.6 \cdot 10^{-4} + 8 \cdot 10^{-5} = 1.4 \cdot 10^{-4}$
- 0.17 \* 16 = 11.2
- 0,146 ≈ 0,14

7) Pour résoudre le système (S)  $\begin{cases} 3x - 2y = 4 & \textcircled{1} \\ 4y - 5x = 1 & \textcircled{2} \end{cases}$

Certains étudiants écrivent le raisonnement ci-dessous sans aboutir au résultat...

Pouvez-vous les aider à trouver le couple solution ?

$$(S) \begin{cases} x = \frac{4+2y}{3} \\ y = \frac{5x+1}{4} \end{cases}$$

Méth 1 par substitution

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &\Leftrightarrow x = \frac{4+2y}{3} \\ \textcircled{2} &\Leftrightarrow 4y - 5 \frac{4+2y}{3} = 1 \\ &\Leftrightarrow 4y + \frac{-20 - 10y}{3} = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{12y - 20 - 10y}{3} = 1 \Leftrightarrow \frac{2y - 20}{3} = 1 \\ &\Leftrightarrow 2y - 20 = 3 \Leftrightarrow y = \frac{23}{2} \\ &\quad \checkmark x = \frac{4 + 2 \cdot \frac{23}{2}}{3} = \frac{27}{3} = 9 \end{aligned}$$

Méth 2 par addition / soustraction

$$\begin{aligned} 5 \times \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ -5x + 4y = 1 \end{cases} &\begin{matrix} \times 2 \\ \times 1 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 4y = 8 \\ -5x + 4y = 1 \end{cases} \\ &\quad \quad \quad \updownarrow \\ \textcircled{+} \begin{cases} 15x - 10y = 20 \\ -15x + 12y = 3 \end{cases} &\quad \quad \quad \begin{matrix} x + 0 = 9 \\ x = 9 \end{matrix} \end{aligned}$$

$$0x + 2y = 23 \Leftrightarrow y = \frac{23}{2}$$

$$S = \left\{ \left( 9; \frac{23}{2} \right) \right\}$$

Notes

$$\begin{array}{l} 7 \times \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y = 3 \\ 2x + 7y = 2 \end{array} \right. \times 2 \\ (-2) \times \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y = 3 \\ 2x + 7y = 2 \end{array} \right. \times (-3) \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} \oplus \left\{ \begin{array}{l} 6x + 4y = 6 \\ -6x - 21y = -6 \end{array} \right. \oplus \\ \hline 0 \cdot x - 17y = 0 \Rightarrow y = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \oplus \left\{ \begin{array}{l} 21x + 14y = 21 \\ -4x - 14y = -4 \end{array} \right. \oplus \\ \hline 17x + 0y = 17 \end{array}$$

$$x = 1$$

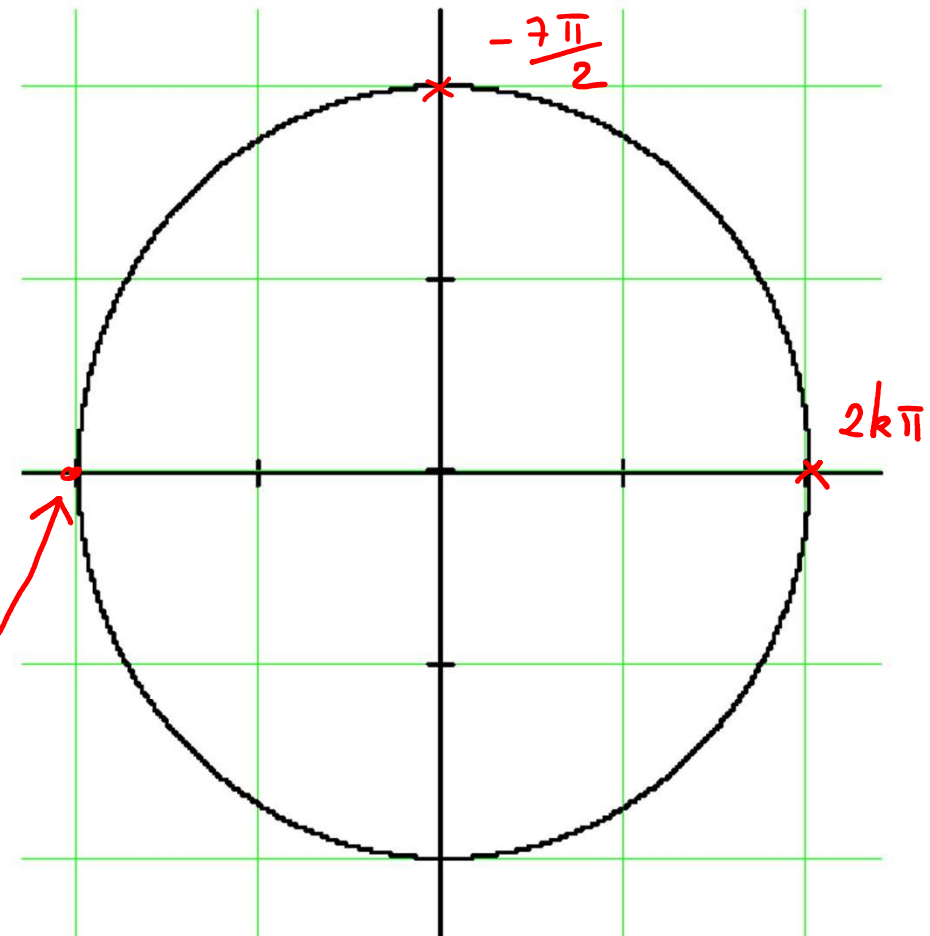
# Corrigé DM2

$$S = \{(1; 0)\}$$



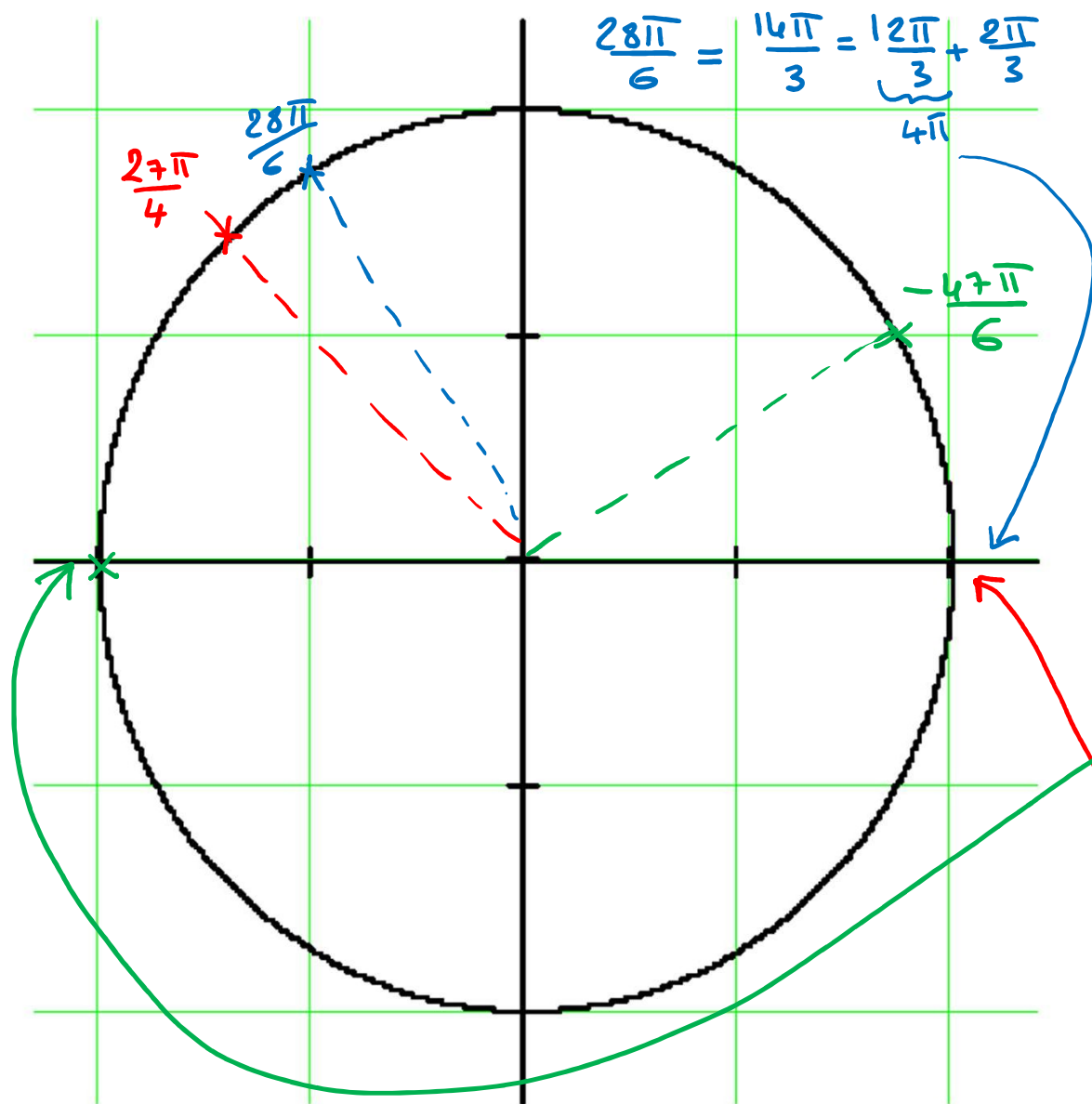
**Exercice 1** Compléter le tableau suivant : ( $k$  est un entier relatif :  $k \in \mathbb{Z}$ )

| $\theta$      | $-2\pi ;$<br>$8\pi ;$<br>$2k\pi$ | $\pi ; -\pi ;$<br>$7\pi ; -5\pi$<br>$(2k+1)\pi$ | $\frac{7\pi}{6}$      | $-\frac{\pi}{3}$      | $-\frac{7\pi}{2}$ |
|---------------|----------------------------------|-------------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------|
| $\sin \theta$ | 0                                | 0                                               | $-\frac{1}{2}$        | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1                 |
| $\cos \theta$ | 1                                | -1                                              | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$         | 0                 |
| $\tan \theta$ | 0                                | 0                                               | $\frac{\sqrt{3}}{3}$  | $-\sqrt{3}$           | imp-<br>ossible   |



$$-\frac{7\pi}{2} = -\frac{6\pi}{2} - \frac{\pi}{2}$$

$\underbrace{\quad\quad}_{-3\pi}$



entier relatif :  $k \in \mathbb{Z}$ )

| $\frac{27\pi}{4}$     | $-\frac{47\pi}{6}$   | $\frac{15\pi}{3}$ | $\frac{28\pi}{6}$    | $k\pi$   |
|-----------------------|----------------------|-------------------|----------------------|----------|
| $\frac{\sqrt{2}}{2}$  | $\frac{1}{2}$        | 0                 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 0        |
| $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | -1                | $-1/2$               | $(-1)^k$ |
| -1                    | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0                 | $-\sqrt{3}$          | 0        |

$$\frac{27\pi}{4} = \underbrace{\frac{24\pi}{4}}_{6\pi} + \frac{3\pi}{4} \quad \left| \quad -\frac{47\pi}{6} = \underbrace{-\frac{42\pi}{6}}_{-7\pi} - \frac{5\pi}{6}$$

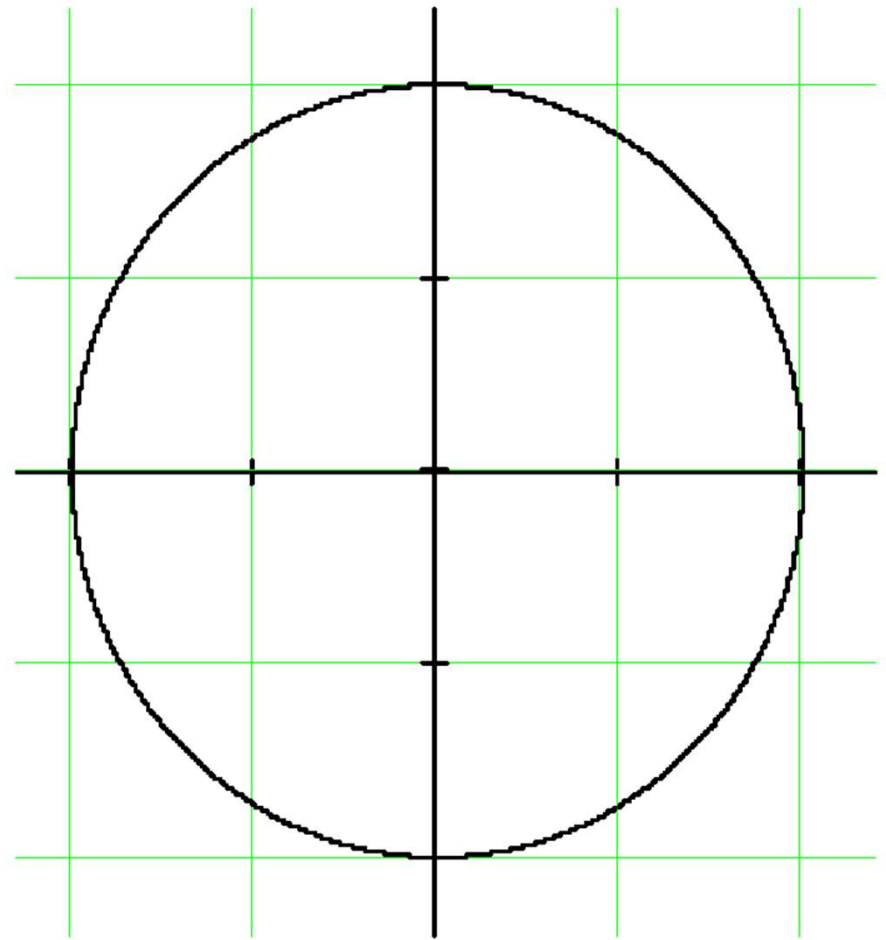
On dit que " $\frac{27\pi}{4}$  est égal à  $\frac{3\pi}{4}$  à  $2k\pi$  près."

exercice 2:

1)  $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ( $\cos(x)$  est défini  $\forall x \in \mathbb{R}$ )

on sait que  $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  donc  $x = \frac{\pi}{6}$   
et  $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  donc  $x = -\frac{\pi}{6}$  ou  $\frac{\pi}{6}$

de plus  $\cos$  est  $2\pi$  périodique donc  
$$S = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$





$$2) \cos(2t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\cos(2t) \text{ est défini } \forall t \in \mathbb{R})$$

on sait que  $\cos\left(\frac{-\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  et  $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{-\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$  d'après la question 1)

mais ici  $x = 2t$

$$\text{donc } 2t = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \quad 2t = \frac{-\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\frac{\pi}{6} + 2k\pi}{2} \quad \Leftrightarrow t = \frac{\frac{-\pi}{6} + 2k\pi}{2}$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\pi}{12} + k\pi \quad \Leftrightarrow t = \frac{-\pi}{12} + k\pi$$

$$\text{ainsi } S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi; \frac{-\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$3) \sin\left(3\theta + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \quad (\sin\left(3\theta + \frac{\pi}{3}\right) \text{ est défini } \forall \theta \in \mathbb{R})$$

on sait que  $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$  donc  $x = -\frac{\pi}{6}$   
 et  $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$  donc  $x = -\frac{\pi}{6}$  ou  $\frac{7\pi}{6}$   
 mais ici  $x = 3\theta + \frac{\pi}{3}$

de plus  $\sin$  est  $2\pi$  périodique donc  $-\frac{5\pi}{6}$

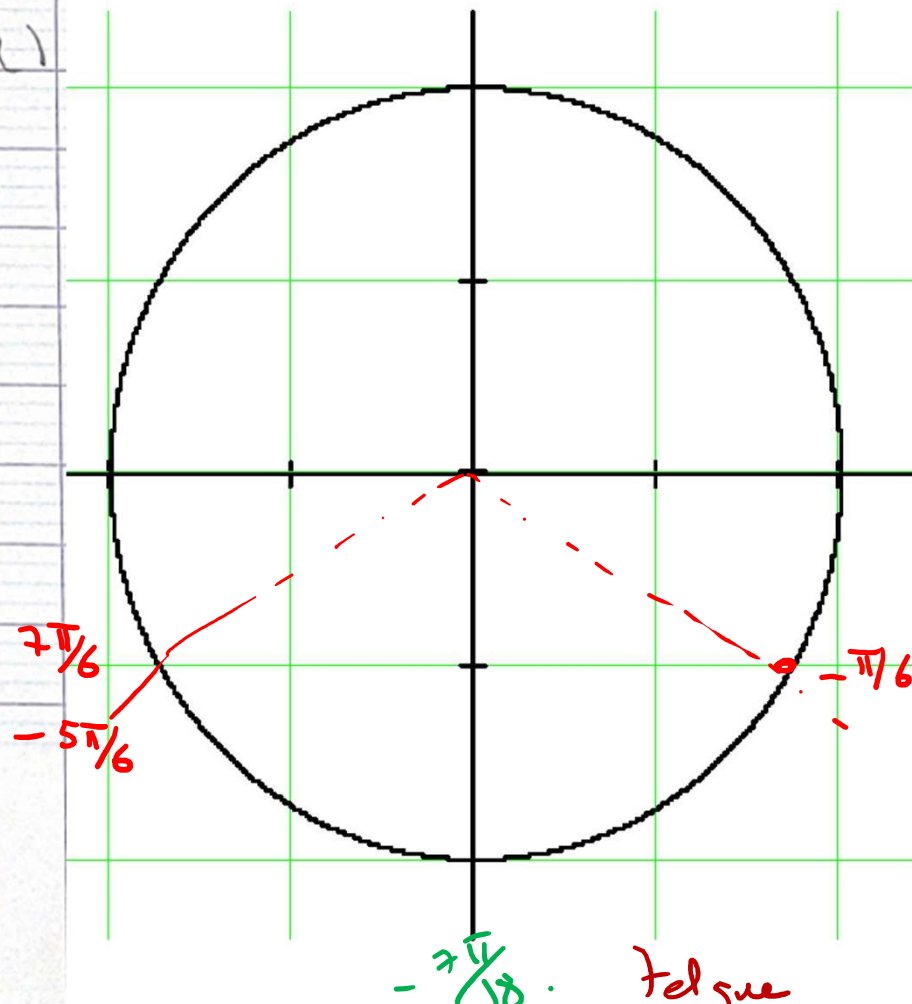
$$3\theta + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad ; \quad 3\theta + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\Leftrightarrow 3\theta = -\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \Leftrightarrow 3\theta = \frac{7\pi}{6} - \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$\Leftrightarrow 3\theta = -\frac{3\pi}{6} + 2k\pi \quad \Leftrightarrow 3\theta = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\Leftrightarrow \theta = \frac{-\pi}{2} + 2k\pi \quad \Leftrightarrow \theta = \frac{5\pi}{18} + 2k\pi$$

$$\Leftrightarrow \theta = \frac{-\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3} \quad \Leftrightarrow \theta = \frac{5\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}$$



$-\frac{7\pi}{18}$  tel que

$$S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3} ; \frac{5\pi}{18} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z} \right\}$$



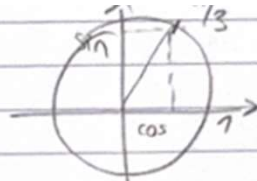
$$4) \tan(\alpha) = \sqrt{3}$$

$$\text{On sait que } \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$$

$$\text{donc } \alpha = \frac{\pi}{3}$$

Période de  $\tan$  est  $\pi$   
Donc modulo  $\pi$ !

$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$



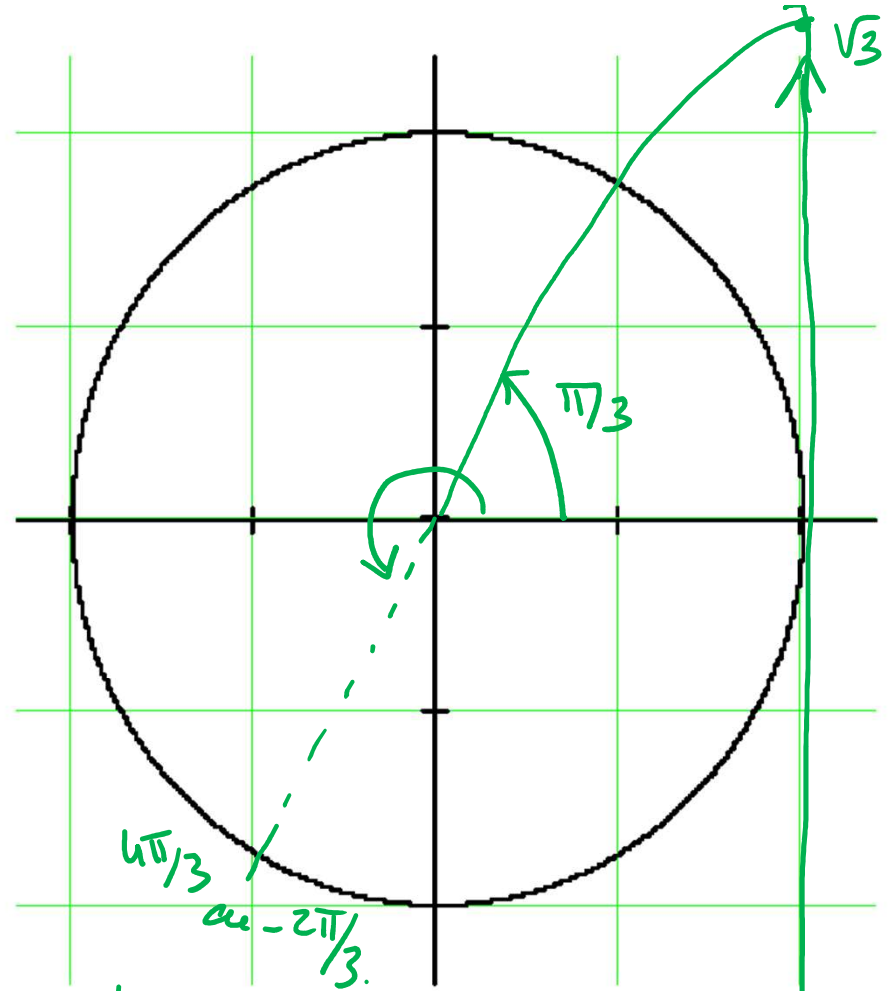
$$\tan \frac{\pi}{3} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1}$$

$$\tan \frac{\pi}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

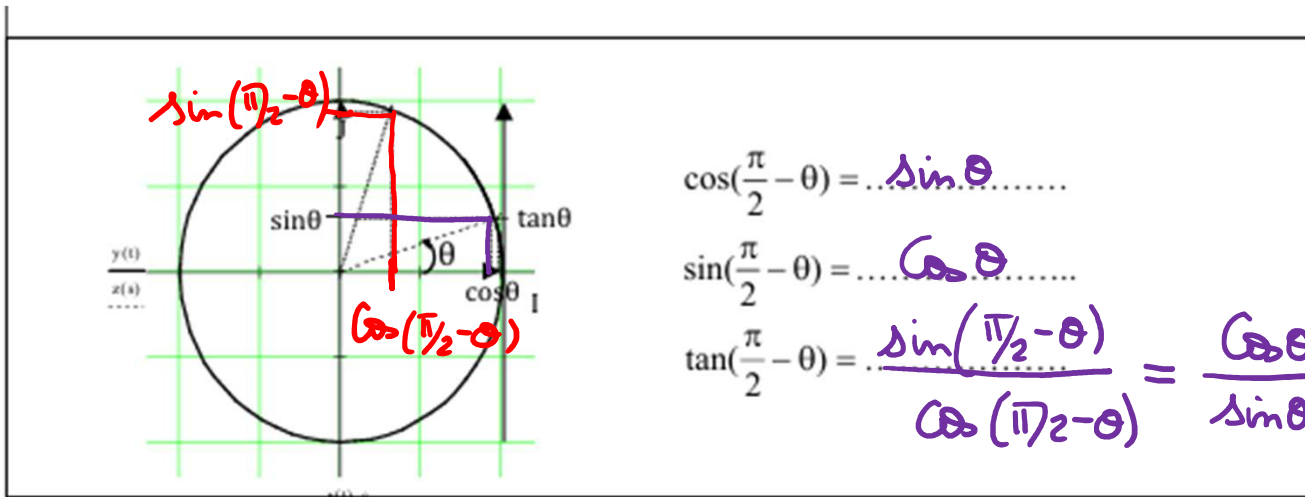
les solutions de l'équation  $\tan(\alpha) = \sqrt{3}$  sont:

$$\alpha = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}$$



$$S = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$$



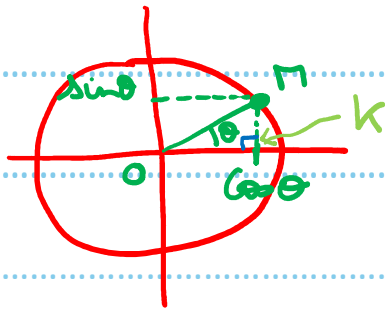
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{\tan \theta} = \cot \theta$$

IUT de Toulon – Département GEII – Première année

(p. 31)



$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

23

$$\cos^2 \theta = (\cos \theta)^2$$

th. Pythagore dans  $\triangle OK$  rectangle en  $K$ :

$$OK^2 = OK^2 + KO^2$$

$$1^2 = (\cos \theta)^2 + (\sin \theta)^2$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \quad \forall \theta \in \mathbb{R}$$

"pour tout"

**Exercice 4** Compléter sans utiliser de formulaire de trigonométrie :

Page 28 Chapitre 1

Notes

1)  $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = \dots 1 \dots \forall \theta \in \mathbb{R}$

Justification : ... page 31.

2) Définition de  $\tan(\theta) = \dots \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \dots \forall \theta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ .

Alors :  $1 + \tan^2(\theta) = \dots 1 + \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$

et :  $1 + \tan^2(\theta) = \dots \frac{1}{\cos^2 \theta} \dots \text{voir p. 31.} \dots \forall \theta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

Page 31 Chapitre 1

\* Dérivée de  $\tan \theta$  :  $\theta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ .

$$\begin{aligned} (\tan \theta)' &= \left( \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right)' \\ &= \frac{\cos \theta \cdot \cos \theta - \sin \theta (-\sin \theta)}{\cos^2 \theta} \\ &= \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \end{aligned}$$

$$\left( \frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} ; (u \cdot v)' = u'v + uv'$$

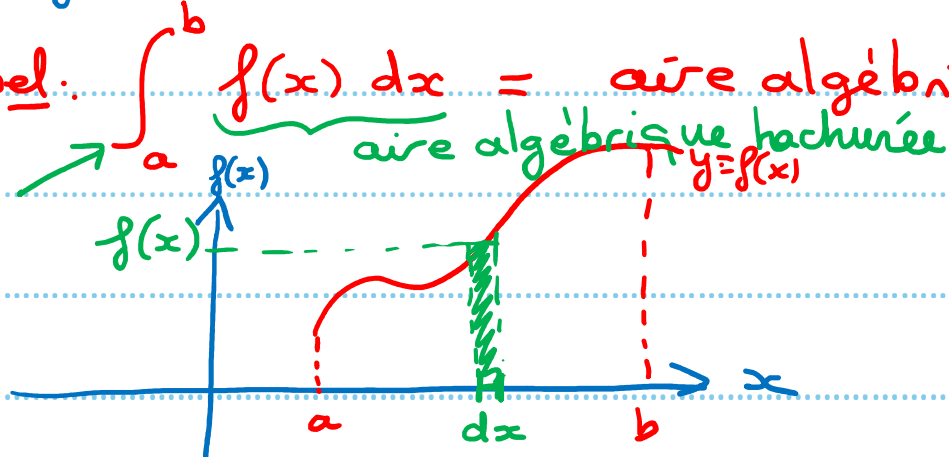
$$\begin{aligned} (\sin \theta)' &= + \cos \theta \quad \text{Sympa} \\ (\cos \theta)' &= - \sin \theta \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\cos^2 \theta} = \frac{1 + \tan^2 \theta}{1/\cos^2 \theta}$$

Notes page 31 & 32

Rappel:  $\int_a^b f(x) dx =$  aire algébrique du domaine compris entre:

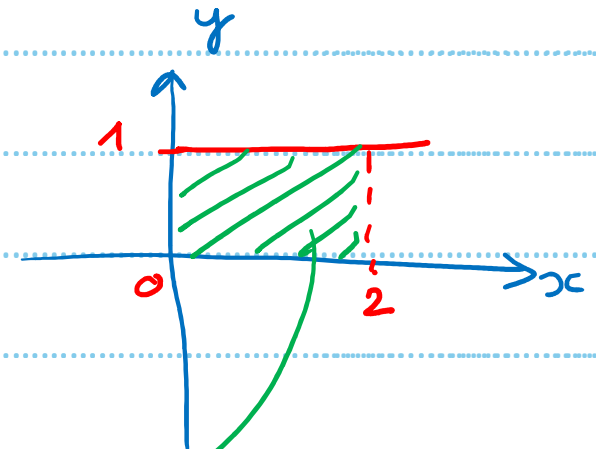
Somme  
continue



$C_f$ , l'axe des abscisses et la droite d'équation  $x=a$  et  $x=b$ .

Somme  
discrète

$$\rightarrow \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{10}$$



Calcul:  $\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$   
"primitive de f":  $F'(x) = f(x)$

exple  $\int_0^2 1 \cdot dx = [x]_0^2 = 2 - 0 = 2$   
car  $(x)' = 1$



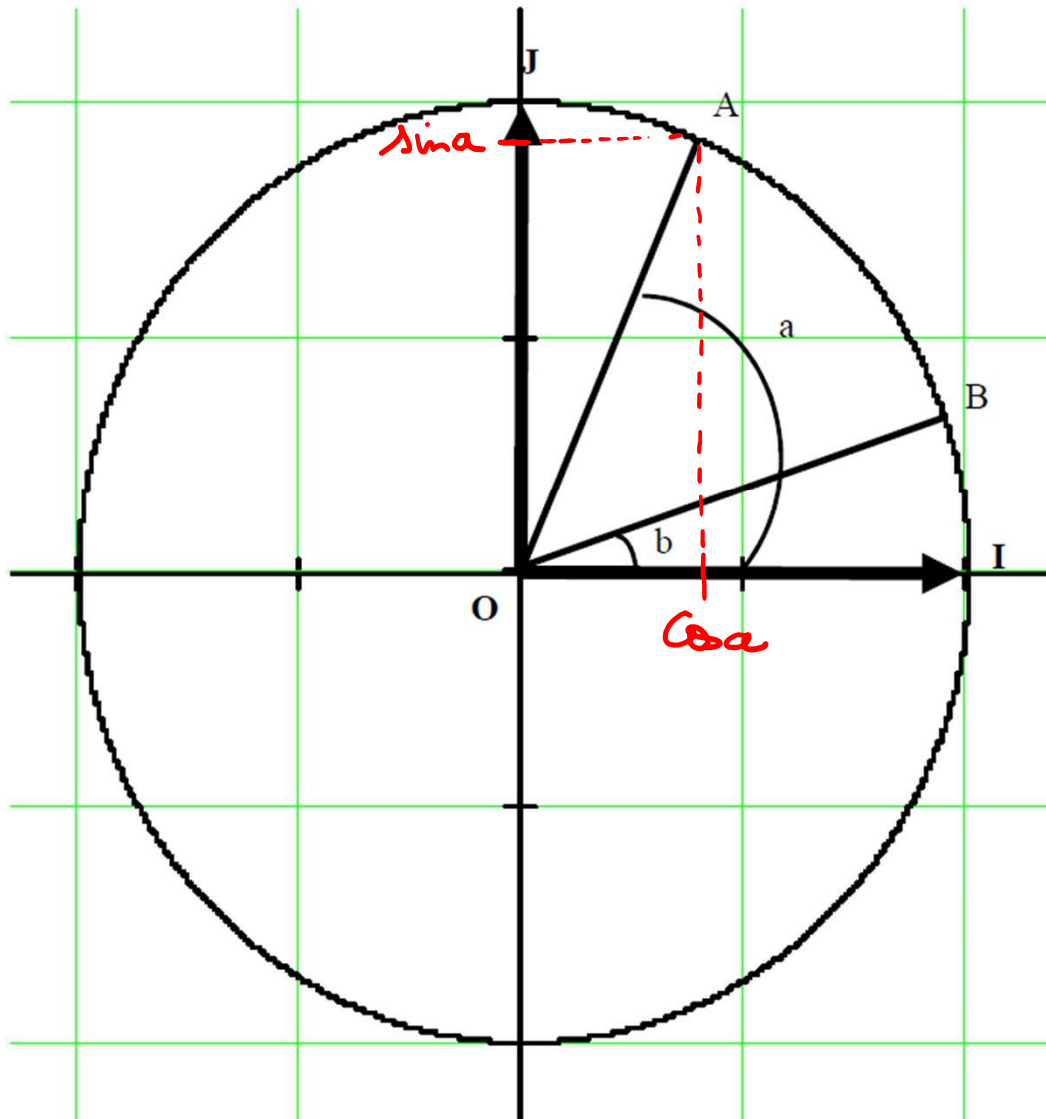
Notes page 31

$$\int_0^{\pi/3} \frac{1}{\cos^2 \theta} = \left[ \overbrace{\tan \theta}^{F(\theta)} \right]_0^{\pi/3} = F\left(\frac{\pi}{3}\right) - F(0) = \tan \frac{\pi}{3} - \tan 0 = \sqrt{3}$$

$\uparrow$   
 $\cos(\tan \theta) = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

$$\int_0^{\pi/3} (1 + \tan^2 \theta) d\theta = \left[ \tan \theta \right]_0^{\pi/3} = \sqrt{3}.$$

4bis) Lire la formule  $\cos(a-b)$



Page 4 Supplément Chapitre 1

$\cos(a-b)$  ?

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = OA \times OB \times \cos(\widehat{\vec{OA}; \vec{OB}})$$

$$\textcircled{1} \vec{OA} \cdot \vec{OB} = OA \times OB \times \cos(a-b)$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = x_A \times x_B + y_A \times y_B$$

$$\textcircled{2} \vec{OA} \cdot \vec{OB} = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

$$\textcircled{1} = \textcircled{2} \Leftrightarrow \cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\cos(a+b) =$$

3) Rappeler les formules trigonométriques suivantes :



$$\left\{ \begin{array}{l} \cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b \\ \sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a \end{array} \right.$$

*Con*  
*Sympa*

En déduire les formules suivantes :

$$\cos(a-b) = \cos(a+(-b)) = \cos a \cdot \underbrace{\cos(-b)}_{\cos b} - \sin a \cdot \underbrace{\sin(-b)}_{-\sin b}$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a-b) = \sin(a+(-b)) = \sin a \cdot \underbrace{\cos(-b)}_{\cos b} + \underbrace{\sin(-b)}_{-\sin b} \cdot \cos a$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$$

$$\sin(2a) = \sin(a+a) = \sin a \cdot \cos a + \sin a \cdot \cos a$$

$$\sin(2a) = 2 \cdot \sin a \cos a$$

$$\cos(2a) = \cos(a+a) = \cos a \cdot \cos a - \sin a \cdot \sin a$$

$$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a \rightarrow \sin^2 a = \cos^2 a - \cos(2a)$$

Exprimer  $\cos(2a)$  en fonction de  $\cos^2(a)$  :

$$\begin{aligned} \cos(2a) &= \cos^2 a - \sin^2 a \\ \text{On sait que } \cos^2 a + \sin^2 a &= 1 \text{ donc } \sin^2 a = 1 - \cos^2 a \\ \hookrightarrow \cos(2a) &= \cos^2 a - (1 - \cos^2 a) = \cos^2 a - 1 + \cos^2 a \\ \cos(2a) &= 2\cos^2 a - 1 \quad (1) \end{aligned}$$

Exprimer  $\cos(2a)$  en fonction de  $\sin^2(a)$  :

$$\begin{aligned} \cos(2a) &= \underbrace{\cos^2 a}_{1 - \sin^2 a} - \sin^2 a \\ \cos(2a) &= 1 - \sin^2 a - \sin^2 a \\ \cos(2a) &= 1 - 2\sin^2 a \quad (2) \end{aligned}$$

En déduire les formules de linéarisation de  $\cos^2(a)$  et de  $\sin^2(a)$  (traduction : transformer le produit  $\cos^2(a)$  en somme, et faire de même avec  $\sin^2(a)$ )

Page 28 Chapitre 1

$$\textcircled{1} \cos(2a) = 2\cos^2 a - 1 \Leftrightarrow 1 + \cos(2a) = 2\cos^2 a \Leftrightarrow$$

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos(2a)}{2} \quad \text{Linéarisation de } \cos^2 a$$

$$\textcircled{2} \cos(2a) = 1 - 2\sin^2 a \Leftrightarrow \cos(2a) - 1 = -2\sin^2 a \Leftrightarrow \frac{(\cos(2a) - 1) \times (-1)}{(-2) \times (-1)} = \sin^2 a$$

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos(2a)}{2} \quad \text{Linéarisation de } \sin^2 a$$

Voir page 32.

Page 31&32 Chapitre 1



Calculer:  $I = \int_0^{\pi/3} \cos t \, dt = [\sin t]_0^{\pi/3} = \sin \frac{\pi}{3} - \sin 0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Page 38 Chapitre 1  
32

$J = \int_0^{\pi/6} \cos(2t) \, dt \stackrel{\text{p.25}}{=} \left[ \frac{\sin(2t)}{2} \right]_0^{\pi/6} = \frac{\sin(\pi/3)}{2} - \frac{\sin 0}{2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$   
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$

$K = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos t \, dt = \frac{1}{2\pi} [\sin t]_0^{2\pi} = \frac{1}{2\pi} (\sin 2\pi - \sin 0) = 0$   
 et la valeur moyenne du cosinus, notée  $V_{\text{moy}}$

$L = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 t \, dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos(2t)}{2} \, dt = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} (1 + \cos(2t)) \, dt$

Rappel:  $\alpha, \beta \in \mathbb{R} \quad \int_a^b (\alpha f(t) + \beta g(t)) \, dt = \alpha \int_a^b f(t) \, dt + \beta \int_a^b g(t) \, dt$

$L = \frac{1}{4\pi} \left[ t + \frac{\sin(2t)}{2} \right]_0^{2\pi} = \frac{1}{4\pi} \left( 2\pi + \frac{\sin(4\pi)}{2} - \left( 0 + \frac{\sin 0}{2} \right) \right) = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$

**Exercice 5** Résoudre les équations suivantes : (cela signifie qu'il faut trouver toutes les solutions de chacune de ces équations)

- 1)  $\cos^2(x) - \sin^2(x) = -1$
- 2)  $4 \cdot \cos^2(x) + (2 - 2\sqrt{3}) \cdot \cos(x) - \sqrt{3} = 0$
- 3)  $\cos(2x) - 4\sin(x) + 3 = 0$

**Exercice 6** Application de linéarisation (transformation d'un produit en somme)

- 1) Déterminer la valeur moyenne et la valeur efficace  $U_{\text{eff}}$  d'une tension sinusoïdale  $u$  définie par  $u(t) = 3 \cdot \cos(2t + \frac{\pi}{5})$  (Voir définitions bas de la page 27).  $\rightarrow T = \frac{2\pi}{2} = \pi$
- 2) Quelle est la valeur moyenne de la fonction  $f$ , définie par :  $f(t) = 10 + 5 \sin(3t + \frac{\pi}{3})$   $\rightarrow T = \frac{2\pi}{3}$
- 3) Linéariser  $\cos(x) \cdot \cos(2x)$ , puis en déduire la valeur de :  $J = \int_0^\pi \cos(x) \cdot \cos(2x) dx$

Valeur efficace de Cosinus:

$$V_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 t dt} = \sqrt{L} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Période de  $A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$  :  $\boxed{\omega = 2\pi f} \Leftrightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \Leftrightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{\omega}{2\pi}} = \frac{2\pi}{\omega}$