

Exercice 2 Deux résistances sont associées en parallèle, alors, on obtient la relation suivante,

où R_e est la résistance équivalente : $\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.

Montrer que R_e est égale au quotient du produit des deux résistances par leur somme.

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1 \times R_2}{R_1 \times R_2} + \frac{1 \times R_1}{R_2 \times R_1} \longrightarrow \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + cb}{bd}$$

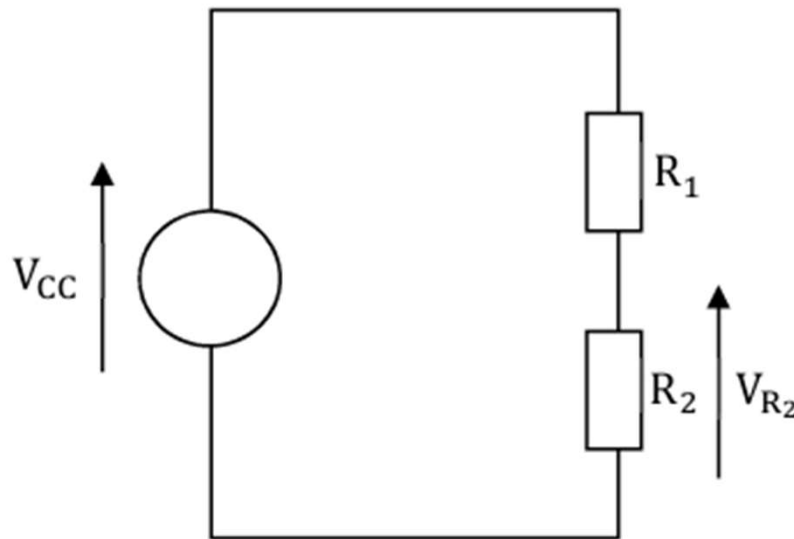
$$\frac{1}{R_e} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2}$$

$$R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 + R_1}$$

Raque $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

Exercice 3 Pont diviseur de tension

Soit V_{CC} , la tension aux bornes du générateur, et V_{R_2} , la tension aux bornes de la résistance R_2 . On obtient alors la relation suivante : $V_{R_2} = V_{CC} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1}$.



- 1) Exprimer V_{CC} en fonction de R_1 , R_2 et V_{R_2} .
- 2) On souhaite obtenir $V_{R_2} = 2$ V. Quelle valeur donner à R_2 , sachant que $R_1 = 1$ k Ω et $V_{CC} = 5$ V ? Etablir d'abord l'expression littérale puis faire l'application numérique.

Exercice 3 Pont diviseur de tension

Soit V_{CC} , la tension aux bornes du générateur, et V_{R_2} , la tension aux bornes de la résistance R_2 . On obtient alors la relation suivante : $V_{R_2} = V_{CC} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1}$.

1) Exprimer V_{CC} en fonction de R_1 , R_2 et V_{R_2} .

$$V_{R_2} = V_{CC} \times \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

$$V_{CC} = \frac{V_{R_2}}{\frac{R_2}{R_2 + R_1}}$$

$$V_{CC} = V_{R_2} \times \frac{R_2 + R_1}{R_2}$$

Exercice 3 Pont diviseur de tension

Soit V_{CC} , la tension aux bornes du générateur, et V_{R_2} , la tension aux bornes de la résistance R_2 . On obtient alors la relation suivante : $V_{R_2} = V_{CC} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1}$.

2) On souhaite obtenir $V_{R_2} = 2$ V. Quelle valeur donner à R_2 , sachant que $R_1 = 1$ k Ω et $V_{CC} = 5$ V ? Etablir d'abord l'expression littérale puis faire l'application numérique.

$$V_{R_2} = V_{CC} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

$$V_{R_2} (R_2 + R_1) = V_{CC} \cdot \frac{\cancel{(R_2 + R_1)} \cdot R_2}{\cancel{R_2 + R_1}} \quad \times (R_2 + R_1)$$

$$\underbrace{V_{R_2} \cdot R_2 + V_{R_2} \cdot R_1}_{\text{}} = \underbrace{V_{CC} \cdot R_2}_{\text{}}$$

$$V_{R_2} \cdot R_1 = V_{CC} \cdot R_2 - V_{R_2} \cdot R_2 \Leftrightarrow V_{R_2} \cdot R_1 = \textcircled{R_2} (V_{CC} - V_{R_2})$$

Exercice 3 Pont diviseur de tension

Soit V_{CC} , la tension aux bornes du générateur, et V_{R_2} , la tension aux bornes de la résistance R_2 . On obtient alors la relation suivante : $V_{R_2} = V_{CC} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1}$.

2) On souhaite obtenir $V_{R_2} = 2$ V. Quelle valeur donner à R_2 , sachant que $R_1 = 1$ k Ω et $V_{CC} = 5$ V ? Etablir d'abord l'expression littérale puis faire l'application numérique.

$$\begin{aligned} V_{R_2} &= V_{CC} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1} \\ \left. \begin{aligned} &V_{R_2} \cdot (R_2 + R_1) = V_{CC} \cdot R_2 \\ &V_{R_2} \cdot R_2 + V_{R_2} \cdot R_1 = V_{CC} \cdot R_2 \\ &V_{R_2} \cdot R_2 - V_{CC} \cdot R_2 = -V_{R_2} \cdot R_1 \\ &R_2 (V_{R_2} - V_{CC}) = -V_{R_2} \cdot R_1 \end{aligned} \right\} \times (R_2 + R_1) \\ &\Leftrightarrow R_2 = \frac{-V_{R_2} \cdot R_1}{V_{R_2} - V_{CC}} = \frac{-V_{R_2} \cdot R_1}{-(V_{CC} - V_{R_2})} = \frac{V_{R_2} \cdot R_1}{V_{CC} - V_{R_2}} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} 5 &= 3 \cdot \frac{x}{x+1} \\ \Leftrightarrow (x+1) \cdot 5 &= 3x \\ \Leftrightarrow 5x + 5 &= 3x \\ \Leftrightarrow -2x &= -5 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{5}{2} \\ R_2 &= \frac{V_{R_2} \cdot R_1}{V_{CC} - V_{R_2}} = \frac{2 \cdot 1}{5 - 2} = \frac{2}{3} \text{ k}\Omega \\ R_2 &\approx 0,667 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

AN:

$$R_2 = \frac{2 \times 1}{5 - 2} = \frac{2}{3}$$
$$R_2 \approx 0,667 \text{ k}\Omega$$

Exercice 6 Résistances équivalentes

1) Résoudre les équations : $x^2 - 8x + 15 = 0$ et $2x^2 + 5x - 3 = 0$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -8 \quad c = 15.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 15 = 64 - 60 = 4 > 0$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 - \sqrt{4}}{2} = \frac{8 - 2}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 + 2}{2} = 5.$$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$a = 2 \quad b = 5 \quad c = -3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4(2)(-3) = 25 + 24 = 49 > 0$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 - 7}{4} = \frac{-12}{4} = -3 \quad ; \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 + 7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Correction DM1

Notes

Exercice 16

$$1) (1200 + 5) \times 2 = 2410$$

$$2) 1200 + 5 \times 2 = 1210$$

$$3) 13 + 7 \times 2 - 5 = 22$$

$$4) (13 + 7) \times (2 - 5) = -60$$

$$5) 8 \times 4 + 3 \times 2 = 38$$

$$6) 8 \times (4 + 3) \times 2 = 112$$

$$7) (5x + 6)(3x + 2) = 15x^2 + 28x + 12$$

$$8) 5x + 6(3x + 2) = 23x + 12$$

Correction DM1

Notes

$$\textcircled{9} \quad 2 - (2R + S) = 2 - 2R - S = -2R - 3$$

$$\textcircled{10} \quad 3y + x(y^2 - 2y) = 3y + xy^2 - 2xy = y(3 + xy - 2x)$$

$$\textcircled{11} \quad 3y + xy^2 - 2y = y(3 + xy - 2) = y(xy + 1)$$

$$\textcircled{12} \quad \text{Factoriser par } R : 3R^2 - 2R + 1 = \cancel{r(3r - 2) + 1}$$

$$R \left(3R - 2 + \frac{1}{R} \right) ; R \neq 0$$

Correction DM1

Notes

$$43) 9R^2 - 3R = 3R(3R - 1)$$

$$\Leftrightarrow 3R(3R - 1) = 0$$

$$R_1 : 3R = 0 \Rightarrow R = \frac{0}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \text{ou } R_2 : 3R - 1 = 0 \Leftrightarrow 3R = 1 \Leftrightarrow R = \frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ 0; \frac{1}{3} \right\}$$

$$xIII. 9R^2 - 3R = 3R(3R - 1)!$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 9 \times 0 = 9.$$

$$\alpha = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{9}}{2 \times 9}$$

$$\alpha_1 = 0 \quad \alpha_2 = \frac{\cancel{9} \times 6}{18} = \frac{1}{3}$$

$$13/9R^2 - 3R = R(9R - 3)$$

$$\text{résolvons } 9R - 3 = 0 / R = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Ainsi lorsque R a pour valeur $\frac{1}{3}$, $9R^2 - 3R = 0$

2) Soit r , une résistance (strictement positive) telle que : $r = 10\Omega$.

a) Déterminer la résistance positive x telle que : $r + \frac{rx}{r+x} = x$

Ex 6 - page 16

$$2a) \quad r + \frac{rx}{r+x} = x \quad x > 0, \quad r > 0$$

$$\times (r+x) \quad \left\{ \begin{array}{l} r(r+x) + \frac{rx}{r+x} (r+x) \\ r(r+x) + rx = x(r+x) \end{array} \right.$$

$$r(r+x) + \frac{rx}{r+x} (r+x)$$

$$r(r+x) + rx = x(r+x)$$

$$r^2 + rx + \cancel{rx} = \cancel{rx} + x^2$$

$$-x^2 + rx + r^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - rx - r^2 = 0$$

$$a = -1 \quad b = r \quad c = r^2$$

$$a = 1 \quad b = -r \quad c = -r^2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = r^2 - 4(-1)r^2 = r^2 + 4r^2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-r)^2 - 4(1)(-r^2)$$

$$\Delta = 5r^2 > 0$$

$$= r^2 + 4r^2 = 5r^2 > 0$$

2) Soit r , une résistance (strictement positive) telle que : $r = 10\Omega$.

a) Déterminer la résistance positive x telle que : $r + \frac{rx}{r+x} = x$

$$\begin{aligned} x^2 - rx - r^2 &= 0 & \Delta &= 5r^2 > 0 \\ \left\{ \begin{aligned} x_1 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{r + \sqrt{5r^2}}{2} = \frac{r + \sqrt{5} \cdot \sqrt{r^2}}{2} = \frac{r + \sqrt{5} \cdot r}{2} \\ x_2 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{r(1 - \sqrt{5})}{2} < 0 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

ici $\sqrt{r^2} = r$ car $r > 0$

$\Delta = 5r^2$
 $\sqrt{r^2} = |r| = \begin{cases} r \text{ si } r > 0 \\ -r \text{ si } r < 0 \end{cases}$
↑
valeur absolue

$x_1 = \frac{r(1 + \sqrt{5})}{2} > 0$ exple : $\sqrt{(-3)^2} = 3$ et non -3 !

la résistance cherchée est donc $x = \frac{r(1 + \sqrt{5})}{2} = \frac{10(1 + \sqrt{5})}{2} = 5(1 + \sqrt{5}) \approx 16,18 \Omega$

b) Déterminer la résistance positive x telle que : $r + \frac{rx}{r+x} \geq x$.

$$r + \frac{rx}{r+x} \geq x$$

$x(r+x) > 0$

$$r(r+x) + rx \geq x(r+x)$$

$$r^2 + 2rx \geq rx + x^2$$

$$0 \geq rx + x^2 - r^2 - 2rx$$

$$0 \geq x^2 - rx - r^2$$

On cherche

$$x > 0 \text{ tel que } x^2 - rx - r^2 \leq 0$$

x	$5(1-\sqrt{5})$	0	$5(1+\sqrt{5})$
$x^2 - rx - r^2$	+	0	+

$$x_2 = \frac{r(1+\sqrt{5})}{2} > x_1 = \frac{r(1-\sqrt{5})}{2} = 5(1-\sqrt{5})$$

$$S_{\text{Rth}} = [5(1-\sqrt{5}); 5(1+\sqrt{5})]$$

$$x > 0 \rightarrow S_{\text{GII}} =]0; 5(1+\sqrt{5})]$$

$$a < b \quad \left\{ \begin{array}{ll} k > 0 & \swarrow \\ k < 0 & \searrow \end{array} \right. \begin{array}{ll} a+c < b+c & \\ ka < kb & \text{blue} \\ ka > kb & \text{blue} \end{array}$$

$\forall c \in \mathbb{R}$
"pour tout"

Rappel : $ax^2 + bx + c$

x	x_1	x_2
$ax^2 + bx + c$	Signe de a	Signe de $-a$

Exercice 8 Corriger les copies ci-dessous en précisant, si possible, la(les) formule(s) mathématique(s) mise(s) en cause :

1)

$$J = 2\pi + \frac{2}{3} = \frac{4\pi}{3} \text{ OH!} = \frac{6\pi}{3} + \frac{2}{3} = \frac{6\pi + 2}{3}$$

2)

$$f(x) = \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2(x-2)(x+3)} = \frac{x-1}{(x-2)(x+3)(x+1)}$$

$\mathcal{D}_f = \{x \in \mathbb{R} / f(x) \text{ existe}\}$
 $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-3; -1; 2\}$

3)

Calcul de base: fractions

$$\frac{2}{1} = \frac{2}{2\sqrt{x-2}} = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$$

Opérations interdites: $\frac{1}{0}$ $\sqrt{\leq 0}$ $\ln(\leq 0)$ 7)

$$g(x) = \frac{2}{\frac{1}{2\sqrt{x-2}}} = 2 \times 2\sqrt{x-2} = 4\sqrt{x-2}$$

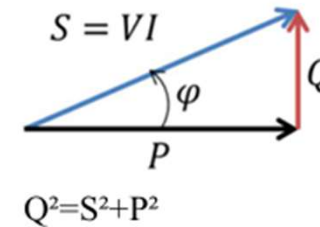
$\mathcal{D}_g =]2; +\infty[$
 $x-2 > 0$

$$\frac{a}{\frac{c}{b}} = a \times \frac{b}{c}$$

4)

$$\begin{aligned} & (2x^3-1)^2 \times (x-1) \\ &= (2x^6 - 2 \times 2x^3 + 1)(x-1) \\ &= (2x^6 - 4x^3 + 1)(x-1) \\ &= 2x^7 - 4x^3 + x - 2x^6 - 4x^3 - 1 \\ &= 2x^7 - 2x^6 - 8x^3 - 1 \end{aligned}$$

5) En électricité



7) Pour résoudre le système (S) $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 4y - 5x = 1 \end{cases}$

Certains étudiants écrivent le raisonnement ci-dessous sans aboutir au résultat...

Pouvez-vous les aider à trouver le couple solution ?

Méthode 1 par
substitution

$$(S) \begin{cases} x = \frac{4+2y}{3} \\ y = \frac{5x+1}{4} \end{cases}$$

$$4y - 5 \times \frac{4+2y}{3} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{12y - 20 - 10y}{3} = 1$$

$$\Leftrightarrow 2y - 20 = 3 \quad (\Leftrightarrow) \quad 2y = 23 \quad (\Leftrightarrow) \quad y = \frac{23}{2}$$

$$x = \frac{4 + 2 \times \frac{23}{2}}{3} = \frac{4 + 23}{3} = \frac{27}{3} = 9$$

$$S = \left\{ \left(9; \frac{23}{2} \right) \right\}$$

Notes

Méthode 2 Par addition / soustraction

$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 & \times 5 \\ -5x + 4y = 1 & \times 3 \end{cases}$$

enlevons x

$$\begin{array}{r} \textcircled{+} \begin{cases} -15x - 10y = 20 \\ -15x + 12y = 3 \end{cases} \textcircled{+} \\ \hline 2y = 23 \\ y = \frac{23}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{+} \begin{cases} 6x - 4y = 8 \\ -5x + 4y = 1 \end{cases} \textcircled{+} \\ \hline x = 9 \end{array}$$

$$\begin{cases} 3x - 4y = 5 \\ 2x + 7y = 8 \end{cases} \text{ avec la méthode 2}$$