Catalogue de toutes les questions avec solution

MB1 — 9 janvier 2019 — CT : Durée : 2h

- ▷ **Écrire le numéro ① sur la feuille d'émargement ET sur la copie double.**
- ▷ **Une feuille A4 recto-verso manuscrite autorisée, tout autre document et calculatrices interdits.**
- ▷ Les questions faisant apparaître le symbole ☆ peuvent présenter aucune, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres questions ont une unique bonne réponse. **Des points négatifs seront affectés aux mauvaises réponses.**
- ▷ Utiliser un stylo noir ou bleu et bien noircir les cases (ne pas utiliser de crayon !).
- ▷ En cas d'erreur, effacer votre croix (avec du blanc correcteur/Tipp-Ex/Blanco) et **ne pas redessiner la case.**

Q. [brillAccel] À l'instant t, la vitesse est $v(t) = 54 - 36e^{-t}$. Que vaut l'accélération lorsque la vitesse est égale à 11 ?

■ 43 ☐ 54 ☐ 36 ☐ 65 ☐ Autre réponse :

Solution : $a(t) = v'(t) = 36e^{-t}$. Comme $v(t) = 11$ ssi $e^{-t} = \frac{54-11}{36} = \frac{43}{36}$ ssi $t = \ln(36) - \ln(43)$ alors $a(\ln(36) - \ln(43)) = 43$

Q. [vitesseMAX] La vitesse v est fonction du temps $t \in [0; 1]$ selon la loi $v(t) = 3e^{-t}$. Que vaut la vitesse maximale ?

■ 3 ☐ 0 ☐ 1 ☐ $+\infty$ ☐ $3/e$ ☐ Autre réponse

Solution : $(3e^{-t})' = -3e^{-t} < 0$ pour tout t. Le maximum est donc atteint en $t = 0$.

Q. [vitesseMIN] La vitesse v est fonction du temps $t \in [0; 1]$ selon la loi $v(t) = 3e^{-t}$. Que vaut la vitesse minimale ?

☐ 3 ☐ 0 ☐ 1 ☐ $+\infty$ ■ $3/e$ ☐ Autre réponse

Solution : $(3e^{-t})' = -3e^{-t} < 0$ pour tout t. Le maximum est donc atteint en $t = 0$.

Q. [primitivescalc1] ☆ Soit $c \in \mathbb{R}$. Cocher les propositions vraies :

- ■ $\int \cos(x)\,\mathrm{d}x = \sin(x) + c$
- ■ $\int e^{x/7}\,\mathrm{d}x = 7e^{x/7} + c$
- ☐ $\int (e^x + c)\,\mathrm{d}x = e^x$
- ☐ $\int \ln(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{x} + c$
- ☐ $\int \frac{x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = \ln(x^2+1) + c$
- ☐ $\int \frac{1}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = \ln(x^2+1) + c$
- ■ $\int \sin(2x)\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\cos(2x) + c$
- ■ $\int xe^x\,\mathrm{d}x = xe^x - \int e^x\,\mathrm{d}x$
- ☐ $\int x\ln(x)\,\mathrm{d}x = \int te^t\,\mathrm{d}t$
- ■ $\int x\ln(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[x^2\ln(x) - \int x\,\mathrm{d}x\right]$
- ☐ $\int g(f(x))\,\mathrm{d}x = \int g(u)\,\mathrm{d}u$

Q. [primitivescalc2] ☆ Soit $c \in \mathbb{R}$. Cocher les propositions vraies :

- ■ $\displaystyle\int \sin(x)\,\mathrm{d}x = -\cos(x) + c$
- ■ $\displaystyle\int e^{3x}\,\mathrm{d}x = e^{3x}/3 + c$
- □ $\displaystyle\int (e^x + c)\,\mathrm{d}x = e^x$
- □ $\displaystyle\int \ln(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{x} + c$
- □ $\displaystyle\int \frac{x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = \ln(x^2+1) + c$
- □ $\displaystyle\int \frac{1}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = \ln(x^2+1) + c$
- ■ $\displaystyle\int \cos(2x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\sin(2x) + c$
- ■ $\displaystyle\int xe^x\,\mathrm{d}x = xe^x - \int e^x\,\mathrm{d}x$
- □ $\displaystyle\int x\ln(x)\,\mathrm{d}x = \int te^t\,\mathrm{d}t$
- ■ $\displaystyle\int x\ln(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[x^2\ln(x) - \int x\,\mathrm{d}x\right]$
- □ $\displaystyle\int g(f(x))\,\mathrm{d}x = \int g(u)\,\mathrm{d}u$

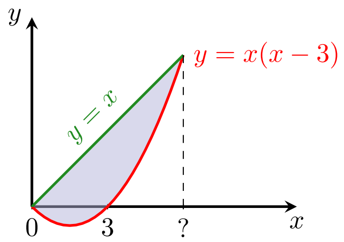
Q. [integralescalc1] ☆ Cocher les propositions vraies :

- □ $\displaystyle\int_{-1}^{1} |x|\,\mathrm{d}x = 0$
- ■ $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \cos(x)\,\mathrm{d}x = 0$
- □ $\displaystyle\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(x)\,\mathrm{d}x = 0$
- ■ $\displaystyle\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin(x)\,\mathrm{d}x = 0$
- ■ $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\,\mathrm{d}x$
- □ $\displaystyle\int_0^{2\pi} \cos(x)\,\mathrm{d}x = \pi$

Q. [integralescalc2] ☆ Cocher les propositions vraies :

- □ $\displaystyle\int_{-2}^{2} |x|\,\mathrm{d}x = 0$
- ■ $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \cos(x)\,\mathrm{d}x = 0$
- □ $\displaystyle\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(x)\,\mathrm{d}x = 0$
- ■ $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sin(x)\,\mathrm{d}x = 0$
- ■ $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x + \int_b^a f(x)\,\mathrm{d}x = 0$
- □ $\displaystyle\int_0^{2\pi} \sin(x)\,\mathrm{d}x = \pi$

Q. [areaParabole1]



Après avoir calculé l'abscisse du point d'intersection des deux courbes, calculer la surface de la région plane coloriée dans la figure ci-contre (attention : graphe non à l'échelle).

■ $\frac{32}{3}$ □ 4 □ $-\frac{32}{3}$ □ $-\frac{17}{2}$ □ 8 □ Autre

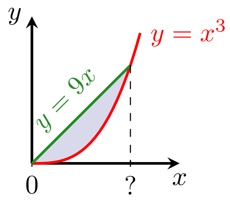
Solution : Cherchons d'abord l'abscisse du point d'intersection :

$$x(x-a) = x \iff x(x-a-1) = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = a+1$$

On peut alors calculer la surface :

$$\int_0^{a+1} x\,\mathrm{d}x - \int_0^a x(x-a)\,\mathrm{d}x = \int_0^{a+1} x(a+1-x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{a+1} (a+1)x - x^2\,\mathrm{d}x = \left[(a+1)\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_0^{a+1} = (a+1)\frac{(a+1)^2}{2} - \frac{(a+1)^3}{3} = (a+1)^3\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{(a+1)^3}{6}$$

Q. [areaCUB1]



Après avoir calculé l'abscisse du point d'intersection des deux courbes, calculer la surface de la région plane coloriée dans la figure ci-contre (attention : graphe non à l'échelle).

■ $\frac{81}{4}$ □ $-\frac{81}{4}$ □ 81 □ 1 □ $\frac{81}{2}$ □ Autre

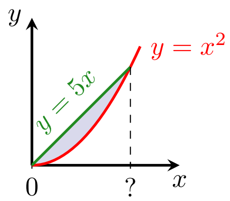
Solution : Cherchons d'abord l'abscisse du point d'intersection entre $y = x^3$ et $y = \beta x$:

$$x^3 = \beta x \iff x(x^2 - \beta) = 0 \iff x(x^2 - \alpha^2) = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = \alpha \text{ ou } x = -\alpha$$

ayant noté α tel que $\alpha^2 = \beta$. On peut alors calculer la surface :

$$\int_0^\alpha \beta x - x^3 \,\mathrm{d}x = \left[\beta\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right]_0^\alpha = \beta\frac{\alpha^2}{2} - \frac{\alpha^4}{4} = \frac{\beta^2}{2} - \frac{\beta^2}{4} = \frac{\beta^2}{4}$$

Q. [areaPAR1]



Après avoir calculé l'abscisse du point d'intersection des deux courbes, calculer la surface de la région plane coloriée dans la figure ci-contre (attention : graphe non à l'échelle).

■ $\frac{125}{6}$ □ $-\frac{25}{4}$ □ 125 □ 1 □ $\frac{125}{2}$ □ Autre

Solution : Cherchons d'abord l'abscisse du point d'intersection entre $y = x^2$ et $y = \gamma x$:

$$x^2 = \gamma x \iff x(x - \gamma) = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = \gamma.$$

On peut alors calculer la surface :

$$\int_0^\gamma \gamma x - x^2 \,\mathrm{d}x = \left[\gamma\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_0^\gamma = \gamma\frac{\gamma^2}{2} - \frac{\gamma^3}{3} = \frac{\gamma^3}{2} - \frac{\gamma^3}{3} = \frac{\gamma^3}{6}$$

Q. [acceleration1] Une particule a une accélération de $a(t) = 2t$. Si, à l'instant $t = 1$, sa vitesse est $v(1) = 8$ et la distance parcourue depuis le point initial est $s(1) = 18$, quelle distance aura-t-elle parcourue à l'instant $t = 2$?

■ $\frac{82}{3}$ □ $\frac{28}{3}$ □ $\frac{58}{3}$ □ $\frac{17}{3}$ □ 36 □ 16 □ Autre réponse

Solution : $a(t) = v'(t) = 2t$ donc $v(t) = t^2 + c_1$.
$v(t) = s'(t)$ donc $s(t) = \frac{t^3}{3} + c_1 t + c_2$.
Puisque $v(1) = A$ alors $c_1 = A - 1$.
Puisque $s(1) = B$ alors $c_2 = B - \frac{1}{3} - (A - 1)$.
Conclusion : $s(2) = \frac{8}{3} + 2\,(A - 1) + B - \frac{1}{3} - (A - 1) = \frac{4}{3} + A + B$.

Q. [acceleration2] Une particule a une accélération de $a(t) = 6t$. Si, à l'instant $t = 1$, sa vitesse est $v(1) = 3$ et la distance parcourue depuis le point initial est $s(1) = 14$, quelle distance aura-t-elle parcourue à l'instant $t = 2$?

■ 21 ☐ 7 ☐ 18 ☐ $\frac{21}{3}$ ☐ 28 ☐ 6 ☐ Autre réponse

Solution : $a(t) = v'(t) = 6t$ donc $v(t) = 3t^2 + c_1$.
$v(t) = s'(t)$ donc $s(t) = t^3 + c_1 t + c_2$.
Puisque $v(1) = A$ alors $c_1 = A - 3$.
Puisque $s(1) = B$ alors $c_2 = B - 1 - (A - 3)$.
Conclusion : $s(2) = 8 + 2\,(A - 3) + B - 1 - (A - 3) = 4 + A + B$.

Q. [pq] Si $\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q} = 10$ et $q = 9$, que vaut p ?

■ $\frac{9}{89}$ ☐ $\frac{89}{9}$ ☐ $-\frac{89}{9}$ ☐ $-\frac{1}{9}$ ☐ 9 ☐ -89 ☐ 0

Solution : $\frac{1}{p} = 10 - \frac{1}{q} = \frac{10q-1}{q}$ donc $p = \frac{q}{10q-1}$

Q. [pq4] Si $\dfrac{1}{p} - \dfrac{1}{q} = 10$ et $q = 9$, que vaut p ?

■ $\frac{9}{91}$ ☐ $\frac{91}{9}$ ☐ $-\frac{91}{9}$ ☐ $-\frac{1}{9}$ ☐ 9 ☐ -89 ☐ 0

Solution : $\frac{1}{p} = 10 + \frac{1}{q} = \frac{10q+1}{q}$ donc $p = \frac{q}{10q+1}$

Q. [pq2] Si $\dfrac{1}{p} - \dfrac{1}{q} = p$ et $p = 6$, que vaut q ?

■ $-\frac{6}{35}$ ☐ $\frac{6}{35}$ ☐ $-\frac{35}{6}$ ☐ $\frac{35}{6}$ ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ 6 ☐ 0

Solution : $\frac{1}{q} = \frac{1}{p} - p = \frac{1-p^2}{p}$ donc $q = -\frac{p}{p^2-1}$

Q. [pq3] Si $\dfrac{1}{p} - \dfrac{1}{q} = q$ et $q = 3$, que vaut p ?

■ $\frac{3}{10}$ ☐ $-\frac{10}{3}$ ☐ $\frac{10}{3}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ 3 ☐ 0

Solution : $\frac{1}{p} = q + \frac{1}{q} = \frac{q^2+1}{q}$ donc $p = \frac{q}{q^2+1}$

Q. [produit] Une quantité augmente de 30% puis diminue de 40%. Par combien a-t-elle été multipliée ?

■ 0.78 ☐ 0.9 ☐ 0.98 ☐ 0.42 ☐ 0.88 ☐ Autre réponse

Solution : $\left(1 + \frac{30}{100}\right)\left(1 - \frac{40}{100}\right) = \frac{13}{10} \times \frac{3}{5} = \frac{39}{50} = 0.78$

Q. [produit2] Une quantité diminue de 10% puis augmente de 60%. Par combien a-t-elle été multipliée ?

■ 1.44 ☐ 0.5 ☐ 0.44 ☐ 1.76 ☐ 1.34 ☐ Autre réponse

Solution : $\left(1-\frac{10}{100}\right)\left(1+\frac{60}{100}\right)=\frac{9}{10}\times\frac{8}{5}=\frac{36}{25}=1.44$

Q. [solu] On dispose de 15 volumes d'une solution à 18%. Combien de volumes faut-il remplacer par une solution à 90% pour obtenir une solution à 42% ?

■ 5 ☐ 3 ☐ 7 ☐ 15 ☐ 42 ☐ 60 ☐ Autre réponse

Solution : Notons x les volumes à remplacer :

$$15\frac{18}{100}-x\frac{18}{100}+x\frac{90}{100}=15\frac{42}{100} \implies x\left(\frac{90}{100}-\frac{18}{100}\right)=15\left(\frac{42}{100}-\frac{18}{100}\right) \implies x=15\frac{42-18}{90-18}=15\frac{24}{72}=15\frac{1}{3}=5$$

Q. [soluBIS] On dispose de 16 volumes d'une solution à 22%. Combien de volumes faut-il remplacer par une solution à 82% pour obtenir une solution à 52% ?

■ 8 ☐ 5 ☐ 11 ☐ 16 ☐ 50 ☐ 54 ☐ Autre réponse

Solution : Notons x les volumes à remplacer :

$$16\frac{22}{100}-x\frac{22}{100}+x\frac{82}{100}=16\frac{52}{100} \implies x\left(\frac{82}{100}-\frac{22}{100}\right)=16\left(\frac{52}{100}-\frac{22}{100}\right) \implies x=16\frac{52-22}{82-22}=16\frac{30}{60}=16\frac{1}{2}=8$$

Q. [noteM] Un étudiant a obtenu une moyenne de 9.5 au semestre. Tous les ECUEs ont étés validés (ou compensés) sauf l'ECUE "Math" qui a eu la note $M_1<10$. En deuxième session il passe donc le rattrapage de "Math". Il obtient la note M_2 et la moyenne au semestre est maintenant 10. Que vaut M_2-M_1 si le semestre comporte 30 ECTS et l'ECUE "Math" comporte 3 ECTS ? (Rappel : ECTS=coeff.)

☐ 0.5 ☐ 3 ■ 5 ☐ 10 ☐ 10.5 ☐ 15 ☐ Autre réponse

Solution : Soit A la moyenne des autres notes, alors

$$\begin{cases}\frac{3M_1+(30-3)A}{30}=9.5\\ \frac{3M_2+(30-3)A}{30}=10\end{cases} \implies \frac{3}{30}(M_2-M_1)=\left(10-\frac{27}{30}A\right)-\left(9.5-\frac{27}{30}A\right)=10-9.5=\frac{1}{2}$$

Conclusion : $M_2-M_1=\frac{1}{2}\times\frac{30}{3}=5.$

Q. [`noteMbis`] Un étudiant a obtenu une moyenne de 9.75 au semestre. Tous les ECUEs ont étés validés (ou compensés) sauf l'ECUE "Math" qui a eu la note $M_1 < 10$. En deuxième session il passe donc le rattrapage de "Math". Il obtient la note M_2 et la moyenne au semestre est maintenant 10. Que vaut $M_2 - M_1$ si le semestre comporte 30 ECTS et l'ECUE "Math" comporte 3 ECTS ? (Rappel : ECTS=coeff.)

☐ 0.25 ☐ 1.5 ■ 2.5 ☐ 10 ☐ 10.5 ☐ 15 ☐ Autre réponse

Solution : Soit A la moyenne des autres notes, alors

$$\begin{cases} \frac{3M_1+(30-3)A}{30} = 9.75 \\ \frac{3M_2+(30-3)A}{30} = 10 \end{cases} \implies \frac{3}{30}(M_2 - M_1) = \left(10 - \frac{27}{30}A\right) - \left(9.75 - \frac{27}{30}A\right) = 10 - 9.75 = \frac{1}{4}$$

Conclusion : $M_2 - M_1 = \frac{1}{4} \times \frac{30}{3} = 2.5$.

Q. [`noteB`] Un étudiant a obtenu une moyenne de 9.5 au semestre. Tous les ECUEs ont étés validés (ou compensés) sauf l'ECUE "Biochimie" qui a eu la note $B_1 < 10$. En deuxième session il passe donc le rattrapage de "Biochimie". Il obtient la note B_2 et la moyenne au semestre est maintenant 10. Que vaut $B_2 - B_1$ si le semestre comporte 30 ECTS et l'ECUE "Biochimie" comporte 4 ECTS ? (Rappel : ECTS=coeff.)

☐ 0.5 ☐ 2 ■ 3.75 ☐ 10 ☐ 10.5 ☐ 5 ☐ Autre réponse

Solution : Soit A la moyenne des autres notes, alors

$$\begin{cases} \frac{4B_1+(30-4)A}{30} = 9.5 \\ \frac{4B_2+(30-4)A}{30} = 10 \end{cases} \implies \frac{4}{30}(B_2 - B_1) = \left(10 - \frac{26}{30}A\right) - \left(9.5 - \frac{26}{30}A\right) = 10 - 9.5 = \frac{1}{2}$$

Conclusion : $B_2 - B_1 = \frac{1}{2} \times \frac{30}{4} = 3.75$.

Q. [`noteG`] Un étudiant a obtenu une moyenne de 9.5 au semestre. Tous les ECUEs ont étés validés (ou compensés) sauf l'ECUE "Géosciences" qui a eu la note $G_1 < 10$. En deuxième session il passe donc le rattrapage de "Géosciences". Il obtient la note G_2 et la moyenne au semestre est maintenant 10. Que vaut $G_2 - G_1$ si le semestre comporte 30 ECTS et l'ECUE "Biochimie" comporte 2 ECTS ? (Rappel : ECTS=coeff.)

☐ 0.5 ☐ 5 ■ 7.5 ☐ 10 ☐ 10.5 ☐ 2 ☐ Autre réponse

Solution : Soit A la moyenne des autres notes, alors

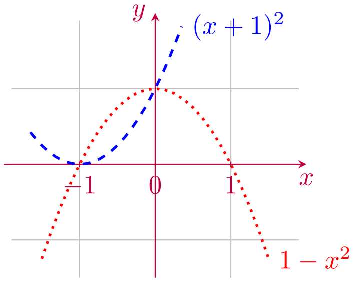
$$\begin{cases} \frac{2G_1+(30-2)A}{30} = 9.5 \\ \frac{2G_2+(30-2)A}{30} = 10 \end{cases} \implies \frac{2}{30}(G_2 - G_1) = \left(10 - \frac{28}{30}A\right) - \left(9.5 - \frac{28}{30}A\right) = 10 - 9.5 = \frac{1}{2}$$

Conclusion : $G_2 - G_1 = \frac{1}{2} \times \frac{30}{2} = 7.5$.

Q. [deb1] x est solution de $1 - x^2 > (x+1)^2$ si et seulement si

☐ $x < -1$ ■ $-1 < x < 0$ ☐ $0 < x < 1$ ☐ $x > 1$ ☐ Autre réponse

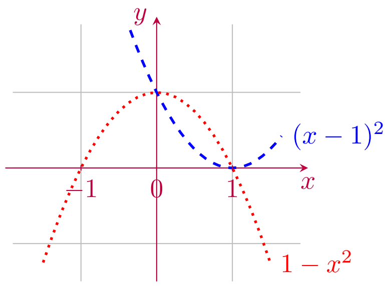
Solution : Soit on calcule directement $(x+1)^2 - 1 + x^2 = (x^2 + 2x + 1) - 1 + x^2 = 2x^2 + 2x = 2x(x+1) < 0$ donc $-1 < x < 0$ soit on compare les graphes des deux paraboles : le graphe de $y = 1 - x^2$ est supérieure au graphe de $y = (x+1)^2$ pour $-1 < x < 0$:



Q. [deb2] x est solution de $1 - x^2 > (x-1)^2$ si et seulement si

☐ $x < -1$ ☐ $-1 < x < 0$ ■ $0 < x < 1$ ☐ $x > 1$ ☐ Autre réponse

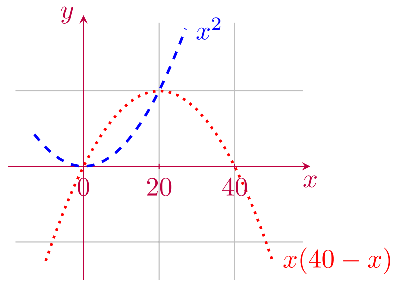
Solution : Soit on calcule directement $(x-1)^2 - 1 + x^2 = (x^2 - 2x + 1) - 1 + x^2 = 2x^2 - 2x = 2x(x-1) < 0$ donc $0 < x < 1$ soit on compare les graphes des deux paraboles : le graphe de $y = 1 - x^2$ est supérieure au graphe de $y = (x-1)^2$ pour $0 < x < 1$:



Q. [deb3] x est solution de $x(40-x) > x^2$ si et seulement si

- [ ] $x < 0$
- [x] $0 < x < 20$
- [ ] $20 < x < 40$
- [ ] $x > 40$
- [ ] Autre réponse

Solution : Soit on calcule directement $x^2 - 40x + x^2 = 2x^2 - 40x = 2x(x-20) < 0$ donc $0 < x < 20$ soit on compare les graphes des deux paraboles : le graphe de $y = x(40-x)$ est supérieure au graphe de $y = x^2$ pour $0 < x < 20$:



Q. [temp1] La mesure d'une même température peut s'exprimer dans plusieurs unités. Une température de 0 °C (Celsius) correspond à 0 °R (Réaumur) tandis que 100 °C correspondent à 80 °R. La formule permettant la conversion d'une valeur numérique de la température en (°C) vers l'unité (°R) est affine. Si on augmente la température d'un degré Réaumur, comment évolue la température exprimée en degrés Celsius ?

- [x] Augmente de $\frac{5}{4}$°C
- [ ] Diminue de $\frac{4}{5}$°C
- [ ] Augmente de $\frac{5}{9}$°C
- [ ] Diminue de $\frac{2}{3}$°C
- [ ] Diminue de $\frac{5}{4}$°C
- [ ] Augmente de $\frac{9}{5}$°C
- [ ] Diminue de $\frac{5}{9}$°C
- [ ] Augmente de $\frac{3}{2}$°C
- [ ] Augmente de $\frac{4}{5}$°C
- [ ] Diminue de $\frac{9}{5}$°C
- [ ] Augmente de $\frac{2}{3}$°C
- [ ] Diminue de $\frac{3}{2}$°C

Solution : Soit y la température en °C et x la température en °R. On a $y = \frac{100-0}{80-0}(x-0)+0 = \frac{5}{4}x$ donc, si $y_1 = \frac{5}{4}x_1$ et $y_2 = \frac{5}{4}(x_1+1)$ alors $y_2 - y_1 = \frac{5}{4}$: si on augmente d'un degré Réaumur alors la température en Celsius augmente de $\frac{5}{4}$.

Q. [temp2] La mesure d'une même température peut s'exprimer dans plusieurs unités. Une température de 0 °C (Celsius) correspond à 0 °R (Réaumur) tandis que 100 °C correspondent à 80 °R. La formule permettant la conversion d'une valeur numérique de la température en (°C) vers l'unité (°R) est affine. Si on augmente la température d'un degré Celsius, comment évolue la température exprimée en degrés Réaumur ?

- [ ] Augmente de $\frac{5}{4}$°R
- [ ] Diminue de $\frac{4}{5}$°R
- [ ] Augmente de $\frac{5}{9}$°R
- [ ] Diminue de $\frac{2}{3}$°R
- [ ] Diminue de $\frac{5}{4}$°R
- [ ] Augmente de $\frac{9}{5}$°R
- [ ] Diminue de $\frac{5}{9}$°R
- [ ] Augmente de $\frac{3}{2}$°R
- [x] Augmente de $\frac{4}{5}$°R
- [ ] Diminue de $\frac{9}{5}$°R
- [ ] Augmente de $\frac{2}{3}$°R
- [ ] Diminue de $\frac{3}{2}$°R

Solution : Soit y la température en °R et x la température en °C. On a $y = \frac{80-0}{100-0}(x-0)+0 = \frac{4}{5}x$ donc, si $y_1 = \frac{4}{5}x_1$ et $y_2 = \frac{4}{5}(x_1+1)$ alors $y_2 - y_1 = \frac{4}{5}$: si on augmente d'une degré Celsius alors la température en Réaumur augmente de $\frac{4}{5}$.

Q. [suono] En acoustique, on mesure l'intensité d'un son β en décibels (dB) : $\beta(I) = 10\,(\log_{10}(I) - \log_{10}(I_0))$ où I est la puissance acoustique du son (en $\mathrm{W \cdot m^{-1}}$) et $I_0 = 10^{-12}\,\mathrm{W \cdot m^{-1}}$ est la plus faible puissance audible par un humain à une fréquence de $1\,\mathrm{kHz}$. Calculer l'intensité β d'un son de puissance $I = 10^{-3}\ \mathrm{W \cdot m^{-1}}$.

■ 90 □ 30 □ 10^9 □ 10^3 □ Autre réponse
□ -90 □ -30 □ 10^{-9} □ 10^{-3}

Solution : $\beta(I) = 10\log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10\,(\log_{10}(I) - \log_{10}(I_0)) = 10\,(\log_{10}(10^n) + 12) = 10 \times (n + 12)$. Ici $n = -3$ ainsi $\beta = 10 \times (-3 + 12) = 10 \times 9$.

Q. [suonoBIS] En acoustique, on mesure l'intensité d'un son β en décibels (dB) : $\beta(I) = 10\,(\log_{10}(I) - \log_{10}(I_0))$ où I est la puissance acoustique du son (en $\mathrm{W \cdot m^{-1}}$) et $I_0 = 10^{-12}\,\mathrm{W \cdot m^{-1}}$ est la plus faible puissance audible par un humain à une fréquence de $1\,\mathrm{kHz}$. Calculer l'intensité β d'un son de puissance $I = 10^{2}\ \mathrm{W \cdot m^{-1}}$.

■ 140 □ 20 □ 10^{14} □ 10^2 □ Autre réponse
□ -140 □ -20 □ 10^{-14} □ 10^{-2}

Solution : $\beta(I) = 10\log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10\,(\log_{10}(I) - \log_{10}(I_0)) = 10\,(\log_{10}(10^n) + 12) = 10 \times (n + 12)$. Ici $n = -2$ ainsi $\beta = 10 \times (2 + 12) = 10 \times 14$.

Q. [courslimitesMI-1] ☆ Cocher les limites correctes.

■ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$ □ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x} = 0$ □ $\lim\limits_{x\to-\infty} \tan(x) = 0$
■ $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{x-1} = 0$ □ $\lim\limits_{x\to-\infty} \sin(x) = 0$ □ $\lim\limits_{x\to-\infty} 1 - \dfrac{1}{x} = 0$

Q. [courslimitesMI-2] ☆ Cocher les limites correctes.

■ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$ □ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x} = 0$ □ $\lim\limits_{x\to-\infty} \tan(x) = 0$
■ $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{1-x} = 0$ □ $\lim\limits_{x\to-\infty} \cos(x) = 0$ □ $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{x} - 1 = 0$

Q. [courslimitesUP-1] ☆ Cocher les limites correctes.

■ $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^{14}+8x-9}{x-1} = 22$ □ $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^2-1}{x+1} = +\infty$ ■ $\lim\limits_{x\to0} \sin(x)\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) = 0$
□ $\lim\limits_{x\to1} \sin\left(\dfrac{1}{x-1}\right) = +\infty$ ■ $\lim\limits_{x\to0} (1-x^2)e^{-x} = 1$
■ $\lim\limits_{x\to1} \left(\dfrac{x}{x-1}\right)^4 = +\infty$ ■ $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{6x+\tan(x)}{\sin(x)} = 7$
□ $\lim\limits_{x\to1} \ln(|x-1|) = +\infty$
□ $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^2-1}{x-1} = +\infty$ □ $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{1}{1-e^x} = +\infty$ ■ $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{37x}-1}{\sin(x)} = 37$

Q. [courslimitesUP-2] ☆ Cocher les limites correctes.

- ■ $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^{16}+8x-9}{x-1} = 24$
- ■ $\lim_{x\to 1} \left(\dfrac{x}{1-x}\right)^4 = +\infty$
- □ $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{x-1} = +\infty$
- □ $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{x+1} = +\infty$
- □ $\lim_{x\to 1} \cos\left(\dfrac{1}{1-x}\right) = +\infty$
- □ $\lim_{x\to 1} \ln(|1-x|) = +\infty$
- □ $\lim_{x\to 1} \dfrac{1}{1-e^x} = +\infty$
- ■ $\lim_{x\to 0} \sin(x)\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) = 0$
- ■ $\lim_{x\to 0} (x^2-1)e^{-x} = 1$
- ■ $\lim_{x\to 0} \dfrac{8x+\tan(x)}{\sin(x)} = 9$
- ■ $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^{26x}-1}{\sin(x)} = 26$

Q. [courslimitesPI-1] ☆ Cocher les limites correctes.

- □ $\lim_{x\to+\infty} x+\dfrac{1}{x} = 1$
- □ $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{1}{(x-1)^2} = 1$
- ■ $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x+\sin(x)}{x} = 1$
- ■ $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{1}{1+e^{-x}} = 1$
- ■ $\lim_{x\to+\infty} \sin(x)\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) = 0$
- □ $\lim_{x\to+\infty} \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = 1$
- □ $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(1+x)}{x} = 1$
- ■ $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{e^{-x}}{x^{-13}} = 0$

Q. [courslimitesPI-2] ☆ Cocher les limites correctes.

- □ $\lim_{x\to+\infty} x-\dfrac{1}{x} = 1$
- □ $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{1}{(x+1)^2} = 1$
- ■ $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x+\sin(x)}{x} = 1$
- ■ $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{1}{1+e^{-x}} = 1$
- ■ $\lim_{x\to+\infty} \sin(x)\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) = 0$
- □ $\lim_{x\to+\infty} \left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x = 1$
- □ $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x}{\ln(1+x)} = 1$
- ■ $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{e^{-x}}{x^{-17}} = 0$

Q. [nombreM3456] Trouver un nombre de 4 chiffres sachant que

▷ la somme de ses chiffres est égale à 18
▷ la somme du chiffre des milliers, du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 12
▷ la somme du chiffre des milliers et du chiffre des centaines est égale à 7
▷ la somme du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 9

Que vaut le **chiffre des milliers** ?

□ 0 □ 1 □ 2 ■ 3 □ 4 □ 5 □ 6 □ 7 □ 8 □ 9

Solution : Soit x, y, z et w respectivement le chiffre des milliers, centaines, dizaines et unités, alors le nombre qu'on cherche est égale à $1000x + 100y + 10z + w$.

$$\begin{cases} x+y+z+w = 18\\ x+y+z = 12\\ x+y = 7\\ y+z = 9 \end{cases} \xrightarrow[L_3\leftarrow L_3-L_1]{L_2\leftarrow L_2-L_1} \begin{cases} x+y+z+w = 18\\ -w = -6\\ -z-w = -11\\ y+z = 9 \end{cases} \xrightarrow{L_2\leftrightarrow L_4} \begin{cases} x+y+z+w = 18\\ y+z = 9\\ -z-w = -11\\ -w = -6 \end{cases} \implies \begin{cases} w = 6\\ z = 11-w = 5\\ y = 9-z = 4\\ x = 18-y-z-w = 3 \end{cases}$$

Q. [`nombreC3456`] Trouver un nombre de 4 chiffres sachant que

- ▷ la somme de ses chiffres est égale à 18
- ▷ la somme du chiffre des milliers, du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 12
- ▷ la somme du chiffre des milliers et du chiffre des centaines est égale à 7
- ▷ la somme du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 9

Que vaut le **chiffre des centaines** ?

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ■ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9

Solution : Soit x, y, z et w respectivement le chiffre des milliers, centaines, dizaines et unités, alors le nombre qu'on cherche est égale à $1000x + 100y + 10z + w$.

$$\begin{cases} x+y+z+w = 18 \\ x+y+z = 12 \\ x+y = 7 \\ y+z = 9 \end{cases} \xrightarrow[L_3 \leftarrow L_3 - L_1]{L_2 \leftarrow L_2 - L_1} \begin{cases} x+y+z+w = 18 \\ -w = -6 \\ -z-w = -11 \\ y+z = 9 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_4} \begin{cases} x+y+z+w = 18 \\ y+z = 9 \\ -z-w = -11 \\ -w = -6 \end{cases} \implies \begin{cases} w = 6 \\ z = 11 - w = 5 \\ y = 9 - z = 4 \\ x = 18 - y - z - w = 3 \end{cases}$$

Q. [`nombreD3456`] Trouver un nombre de 4 chiffres sachant que

- ▷ la somme de ses chiffres est égale à 18
- ▷ la somme du chiffre des milliers, du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 12
- ▷ la somme du chiffre des milliers et du chiffre des centaines est égale à 7
- ▷ la somme du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 9

Que vaut le **chiffre des dizaines** ?

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ■ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9

Solution : Soit x, y, z et w respectivement le chiffre des milliers, centaines, dizaines et unités, alors le nombre qu'on cherche est égale à $1000x + 100y + 10z + w$.

$$\begin{cases} x+y+z+w = 18 \\ x+y+z = 12 \\ x+y = 7 \\ y+z = 9 \end{cases} \xrightarrow[L_3 \leftarrow L_3 - L_1]{L_2 \leftarrow L_2 - L_1} \begin{cases} x+y+z+w = 18 \\ -w = -6 \\ -z-w = -11 \\ y+z = 9 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_4} \begin{cases} x+y+z+w = 18 \\ y+z = 9 \\ -z-w = -11 \\ -w = -6 \end{cases} \implies \begin{cases} w = 6 \\ z = 11 - w = 5 \\ y = 9 - z = 4 \\ x = 18 - y - z - w = 3 \end{cases}$$

Q. [nombreU3456] Trouver un nombre de 4 chiffres sachant que
- ▷ la somme de ses chiffres est égale à 18
- ▷ la somme du chiffre des milliers, du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 12
- ▷ la somme du chiffre des milliers et du chiffre des centaines est égale à 7
- ▷ la somme du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 9

Que vaut le **chiffre des unités** ?

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ■ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9

Solution : Soit x, y, z et w respectivement le chiffre des milliers, centaines, dizaines et unités, alors le nombre qu'on cherche est égale à $1000x + 100y + 10z + w$.

$$\begin{cases} x+y+z+w = 18 \\ x+y+z = 12 \\ x+y = 7 \\ y+z = 9 \end{cases} \xrightarrow[L_3 \leftarrow L_3 - L_1]{L_2 \leftarrow L_2 - L_1} \begin{cases} x+y+z+w = 18 \\ -w = -6 \\ -z-w = -11 \\ y+z = 9 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_4} \begin{cases} x+y+z+w = 18 \\ y+z = 9 \\ -z-w = -11 \\ -w = -6 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} w = 6 \\ z = 11 - w = 5 \\ y = 9 - z = 4 \\ x = 18 - y - z - w = 3 \end{cases}$$

Q. [nombreM2019] Trouver un nombre de 4 chiffres sachant que
- ▷ la somme de ses chiffres est égale à 12
- ▷ la somme du chiffre des milliers, du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 3
- ▷ la somme du chiffre des milliers et du chiffre des centaines est égale à 2
- ▷ la somme du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 1

Que vaut le **chiffre des milliers** ?

☐ 0 ☐ 1 ■ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9

Solution : Soit x, y, z et w respectivement le chiffre des milliers, centaines, dizaines et unités, alors le nombre qu'on cherche est égale à $1000x + 100y + 10z + w$.

$$\begin{cases} x+y+z+w = 12 \\ x+y+z = 3 \\ x+y = 2 \\ y+z = 1 \end{cases} \xrightarrow[L_3 \leftarrow L_3 - L_1]{L_2 \leftarrow L_2 - L_1} \begin{cases} x+y+z+w = 12 \\ -w = -9 \\ -z-w = -10 \\ y+z = 1 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_4} \begin{cases} x+y+z+w = 12 \\ y+z = 1 \\ -z-w = -10 \\ -w = -9 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} w = 9 \\ z = 10 - w = 1 \\ y = 1 - z = 0 \\ x = 12 - y - z - w = 2 \end{cases}$$

Q. [`nombreC2019`**]** Trouver un nombre de 4 chiffres sachant que

- ▷ la somme de ses chiffres est égale à 12
- ▷ la somme du chiffre des milliers, du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 3
- ▷ la somme du chiffre des milliers et du chiffre des centaines est égale à 2
- ▷ la somme du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 1

Que vaut le **chiffre des centaines** ?

■ 0 □ 1 □ 2 □ 3 □ 4 □ 5 □ 6 □ 7 □ 8 □ 9

Solution : Soit x, y, z et w respectivement le chiffre des milliers, centaines, dizaines et unités, alors le nombre qu'on cherche est égale à $1000x + 100y + 10z + w$.

$$\begin{cases} x+y+z+w = 12 \\ x+y+z = 3 \\ x+y = 2 \\ y+z = 1 \end{cases} \xrightarrow[L_3 \leftarrow L_3 - L_1]{L_2 \leftarrow L_2 - L_1} \begin{cases} x+y+z+w = 12 \\ -w = -9 \\ -z-w = -10 \\ y+z = 1 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_4} \begin{cases} x+y+z+w = 12 \\ y+z = 1 \\ -z-w = -10 \\ -w = -9 \end{cases} \implies \begin{cases} w = 9 \\ z = 10 - w = 1 \\ y = 1 - z = 0 \\ x = 12 - y - z - w = 2 \end{cases}$$

Q. [`nombreD2019`**]** Trouver un nombre de 4 chiffres sachant que

- ▷ la somme de ses chiffres est égale à 12
- ▷ la somme du chiffre des milliers, du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 3
- ▷ la somme du chiffre des milliers et du chiffre des centaines est égale à 2
- ▷ la somme du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 1

Que vaut le **chiffre des dizaines** ?

□ 0 ■ 1 □ 2 □ 3 □ 4 □ 5 □ 6 □ 7 □ 8 □ 9

Solution : Soit x, y, z et w respectivement le chiffre des milliers, centaines, dizaines et unités, alors le nombre qu'on cherche est égale à $1000x + 100y + 10z + w$.

$$\begin{cases} x+y+z+w = 12 \\ x+y+z = 3 \\ x+y = 2 \\ y+z = 1 \end{cases} \xrightarrow[L_3 \leftarrow L_3 - L_1]{L_2 \leftarrow L_2 - L_1} \begin{cases} x+y+z+w = 12 \\ -w = -9 \\ -z-w = -10 \\ y+z = 1 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_4} \begin{cases} x+y+z+w = 12 \\ y+z = 1 \\ -z-w = -10 \\ -w = -9 \end{cases} \implies \begin{cases} w = 9 \\ z = 10 - w = 1 \\ y = 1 - z = 0 \\ x = 12 - y - z - w = 2 \end{cases}$$

Q. [`nombreU2019`] Trouver un nombre de 4 chiffres sachant que

- ▷ la somme de ses chiffres est égale à 12
- ▷ la somme du chiffre des milliers, du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 3
- ▷ la somme du chiffre des milliers et du chiffre des centaines est égale à 2
- ▷ la somme du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 1

Que vaut le **chiffre des unités** ?

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ■ 9

Solution : Soit x, y, z et w respectivement le chiffre des milliers, centaines, dizaines et unités, alors le nombre qu'on cherche est égale à $1000x + 100y + 10z + w$.

$$\begin{cases} x+y+z+w = 12 \\ x+y+z = 3 \\ x+y = 2 \\ y+z = 1 \end{cases} \xrightarrow[L_3 \leftarrow L_3 - L_1]{L_2 \leftarrow L_2 - L_1} \begin{cases} x+y+z+w = 12 \\ -w = -9 \\ -z-w = -10 \\ y+z = 1 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_4} \begin{cases} x+y+z+w = 12 \\ y+z = 1 \\ -z-w = -10 \\ -w = -9 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} w = 9 \\ z = 10 - w = 1 \\ y = 1 - z = 0 \\ x = 12 - y - z - w = 2 \end{cases}$$

Q. [`nombreM1978`] Trouver un nombre de 4 chiffres sachant que

- ▷ la somme de ses chiffres est égale à 25
- ▷ la somme du chiffre des milliers, du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 17
- ▷ la somme du chiffre des milliers et du chiffre des centaines est égale à 10
- ▷ la somme du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 16

Que vaut le **chiffre des milliers** ?

☐ 0 ■ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9

Solution : Soit x, y, z et w respectivement le chiffre des milliers, centaines, dizaines et unités, alors le nombre qu'on cherche est égale à $1000x + 100y + 10z + w$.

$$\begin{cases} x+y+z+w = 25 \\ x+y+z = 17 \\ x+y = 10 \\ y+z = 16 \end{cases} \xrightarrow[L_3 \leftarrow L_3 - L_1]{L_2 \leftarrow L_2 - L_1} \begin{cases} x+y+z+w = 25 \\ -w = -8 \\ -z-w = -15 \\ y+z = 16 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_4} \begin{cases} x+y+z+w = 25 \\ y+z = 16 \\ -z-w = -15 \\ -w = -8 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} w = 8 \\ z = 15 - w = 7 \\ y = 16 - z = 9 \\ x = 25 - y - z - w = 1 \end{cases}$$

Q. [nombreC1978] Trouver un nombre de 4 chiffres sachant que
- ▷ la somme de ses chiffres est égale à 25
- ▷ la somme du chiffre des milliers, du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 17
- ▷ la somme du chiffre des milliers et du chiffre des centaines est égale à 10
- ▷ la somme du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 16

Que vaut le **chiffre des centaines** ?

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ■ 9

Solution : Soit x, y, z et w respectivement le chiffre des milliers, centaines, dizaines et unités, alors le nombre qu'on cherche est égale à $1000x + 100y + 10z + w$.

$$\begin{cases} x+y+z+w = 25 \\ x+y+z = 17 \\ x+y = 10 \\ y+z = 16 \end{cases} \xrightarrow[L_3 \leftarrow L_3 - L_1]{L_2 \leftarrow L_2 - L_1} \begin{cases} x+y+z+w = 25 \\ -w = -8 \\ -z-w = -15 \\ y+z = 16 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_4} \begin{cases} x+y+z+w = 25 \\ y+z = 16 \\ -z-w = -15 \\ -w = -8 \end{cases} \implies \begin{cases} w = 8 \\ z = 15 - w = 7 \\ y = 16 - z = 9 \\ x = 25 - y - z - w = 1 \end{cases}$$

Q. [nombreD1978] Trouver un nombre de 4 chiffres sachant que
- ▷ la somme de ses chiffres est égale à 25
- ▷ la somme du chiffre des milliers, du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 17
- ▷ la somme du chiffre des milliers et du chiffre des centaines est égale à 10
- ▷ la somme du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 16

Que vaut le **chiffre des dizaines** ?

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ■ 7 ☐ 8 ☐ 9

Solution : Soit x, y, z et w respectivement le chiffre des milliers, centaines, dizaines et unités, alors le nombre qu'on cherche est égale à $1000x + 100y + 10z + w$.

$$\begin{cases} x+y+z+w = 25 \\ x+y+z = 17 \\ x+y = 10 \\ y+z = 16 \end{cases} \xrightarrow[L_3 \leftarrow L_3 - L_1]{L_2 \leftarrow L_2 - L_1} \begin{cases} x+y+z+w = 25 \\ -w = -8 \\ -z-w = -15 \\ y+z = 16 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_4} \begin{cases} x+y+z+w = 25 \\ y+z = 16 \\ -z-w = -15 \\ -w = -8 \end{cases} \implies \begin{cases} w = 8 \\ z = 15 - w = 7 \\ y = 16 - z = 9 \\ x = 25 - y - z - w = 1 \end{cases}$$

Q. [nombreU1978] Trouver un nombre de 4 chiffres sachant que
- ▷ la somme de ses chiffres est égale à 25
- ▷ la somme du chiffre des milliers, du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 17
- ▷ la somme du chiffre des milliers et du chiffre des centaines est égale à 10
- ▷ la somme du chiffre des centaines et du chiffre des dizaines est égale à 16

Que vaut le **chiffre des unités** ?

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ■ 8 ☐ 9

Solution : Soit x, y, z et w respectivement le chiffre des milliers, centaines, dizaines et unités, alors le nombre qu'on cherche est égale à $1000x + 100y + 10z + w$.

$$\begin{cases} x+y+z+w = 25 \\ x+y+z = 17 \\ x+y = 10 \\ y+z = 16 \end{cases} \xrightarrow[L_3 \leftarrow L_3 - L_1]{L_2 \leftarrow L_2 - L_1} \begin{cases} x+y+z+w = 25 \\ -w = -8 \\ -z-w = -15 \\ y+z = 16 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_4} \begin{cases} x+y+z+w = 25 \\ y+z = 16 \\ -z-w = -15 \\ -w = -8 \end{cases} \implies \begin{cases} w = 8 \\ z = 15 - w = 7 \\ y = 16 - z = 9 \\ x = 25 - y - z - w = 1 \end{cases}$$

Q. [deriveescalc1] ☆ Cocher les propositions vraies :

■ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(e^x + 1) = e^x$

☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(x^2) = \frac{x^3}{3}$

☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\ln(e^{7x} + 8)) = \frac{e^{7x}}{e^{7x} + 8}$

■ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(e^{x^2-2x}\right) = 2(x-1)e^{x^2-2x}$

☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\cos(x)) = \sin(x)$

☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{1}{x}\right) = \ln(x)$

☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left((2x+1)^2\right) = 2(2x+1)$

☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln(x^2)\right) = \frac{1}{x^2}$

■ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\sin^2(x)\right) = 2\cos(x)\sin(x)$

Q. [deriveescalc2] ☆ Cocher les propositions vraies :

☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(e^x + 1) = e^x + x$

☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(x^2) = \frac{x^3}{3}$

☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\ln(e^{7x} + 8)) = \frac{e^{7x}}{e^{7x} + 8}$

■ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(e^{x^2-2x}\right) = 2(x-1)e^{x^2-2x}$

■ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\cos(x)) = -\sin(x)$

☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{1}{x}\right) = \ln(x)$

☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left((2x+1)^2\right) = 2(2x+1)$

■ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln(x^2)\right) = \frac{2}{x}$

☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\sin^2(x)\right) = 2\sin(x)$

Q. [derivee2] On considère la fonction $f(x) = \frac{x^2 - 5}{x + 3}$. Sur l'intervalle $]-2, 0[$, la fonction f est

☐ croissante puis décroissante ☐ décroissante ☐ croissante ■ décroissante puis croissante

Solution : $f(x) = \frac{x^2 - A}{x + B}$ donc $f'(x) = \frac{2x(x+B) - (x^2 - A)}{(x+B)^2} = \frac{x^2 + 2Bx + A}{(x+B)^2}$. Le signe de f' coïncide avec le signe du numérateur : $x^2 + 2Bx + A = (x - x_0)(x - x_1) > 0$ ssi $x < x_0$ ou $x > x_1$ avec $x_0 x_1 = A$ et $x_0 + x_1 = -2B$. Ici $x_0 = -5$ et $x_1 = -1$, donc sur l'intervalle donné f' est d'abord négative puis positive ainsi f est d'abord décroissante puis croissante.

Q. [brilliant] Si $f(x) = \dfrac{ax+b}{x^2+1}$ a un maximum locale en $x = 1$ et ce maximum vaut 25, que vaut $a + b$?

■ 50 ☐ 25 ☐ 24 ☐ 1 ☐ 0 ☐ 2 ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x) = \frac{-ax^2-2bx+a}{(x^2+1)^2}$ donc $0 = f'(1) = \frac{-2b}{2^2}$ ainsi $b = 0$. $11 = f(1) = \dfrac{a}{1^2+1}$ donc $a = 22$

Q. [tgLN] Soit $y = t(x)$ l'équation de la droite tangente au graphe de $f(x) = \ln(x)$ en $x = 1$. Que vaut $t(0)$?

■ -1 ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ N'est pas définie ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x) = \frac{1}{x}$ donc $t(x) = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0) = \frac{1}{1}(x-1) + 0 = x - 1$ et $t(0) = -1$

Q. [tgLN2] Soit $y = t(x)$ l'équation de la droite tangente au graphe de $f(x) = \ln(x)$ en $x = 1$. Que vaut $t(-1)$?

■ -2 ☐ 0 ☐ 1 ☐ -1 ☐ N'est pas définie ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x) = \frac{1}{x}$ donc $t(x) = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0) = \frac{1}{1}(x-1) + 0 = x - 1$ et $t(-1) = -2$

Q. [tgEXP] Soit $y = t(x)$ l'équation de la droite tangente au graphe de $f(x) = e^x$ en $x = 0$. Que vaut $t(1)$?

☐ 1 ☐ 0 ☐ -1 ■ 2 ☐ N'est pas définie ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x) = e^x$ donc $t(x) = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0) = e^0(x-0) + e^0 = x + 1$ et $t(1) = 2$

Q. [tgEXP2] Soit $y = t(x)$ l'équation de la droite tangente au graphe de $f(x) = e^x$ en $x = 0$. Que vaut $t(-1)$?

☐ -1 ■ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ N'est pas définie ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x) = e^x$ donc $t(x) = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0) = e^0(x-0) + e^0 = x + 1$ et $t(-1) = 0$

Q. [tgSIN] Soit $y = t(x)$ l'équation de la droite tangente au graphe de $f(x) = \sin(x)$ en $x = \pi$. Que vaut $t(2\pi)$?

■ $-\pi$ ☐ 0 ☐ π ☐ 2π ☐ N'est pas définie ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x) = \cos(x)$ donc $t(x) = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0) = -(x-\pi) + 0 = -x + \pi$ et $t(2\pi) = -\pi$

Q. [tgSINbis] Soit $y = t(x)$ l'équation de la droite tangente au graphe de $f(x) = \sin(x)$ en $x = \pi$. Que vaut $t(-\pi)$?

■ 2π ☐ 0 ☐ π ☐ $-\pi$ ☐ N'est pas définie ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x) = \cos(x)$ donc $t(x) = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0) = -(x-\pi) + 0 = -x + \pi$ et $t(-\pi) = 2\pi$

Q. [tgINV1] Soit la fonction $f(x) = (x-1)^2$. En quel point x_0 la droite tangente au graphe de $f(x)$ en x_0 est parallèle à la droite d'équation $y = 40x$?

☐ $\dfrac{1}{2}$ ☐ $\dfrac{21}{2}$ ☐ 20 ☐ 42 ■ 21 ☐ 40 ☐ Autre réponse :

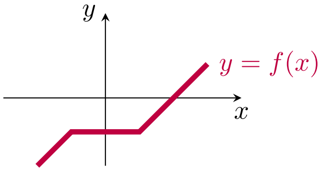
Solution : $f'(x) = 2(x-1)$ et $f'(x_0) = m$ ssi $x_0 = \frac{m+2}{2}$. Ici $m = 40$

Q. [tgINV2] Soit la fonction $f(x) = (x+1)^2$. En quel point x_0 la droite tangente au graphe de $f(x)$ en x_0 est parallèle à la droite d'équation $y = 10x$?

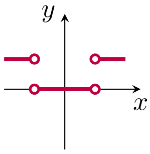
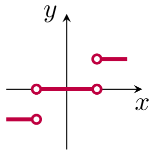
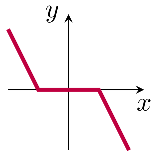
☐ $-\frac{1}{2}$ ☐ 2 ☐ 5 ☐ 8 ■ 4 ☐ 10 ☐ Autre réponse :

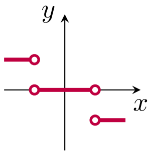
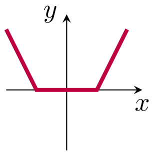
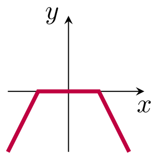
Solution : $f'(x) = 2(x+1)$ et $f'(x_0) = m$ ssi $x_0 = \frac{m-2}{2}$. Ici $m = 10$

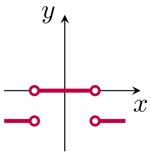
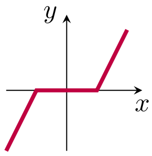
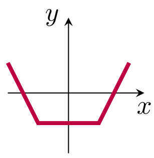
Q. [deriveedessin1]
Dans la figure ci-dessous on a tracé le graphe d'une fonction f affine par morceaux.



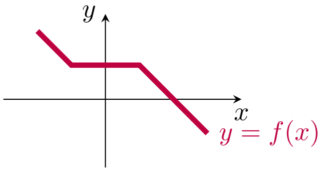
Parmi les graphes ci-contre, lequel pourrait être celui de sa dérivée ?

■  ☐  ☐ 

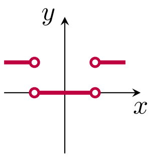
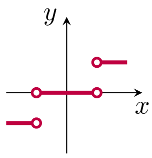
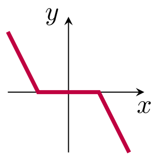
☐  ☐  ☐ 

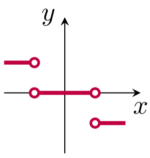
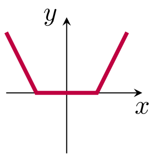
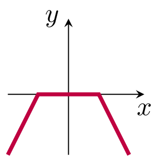
☐  ☐  ☐ 

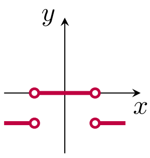
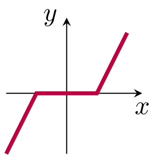
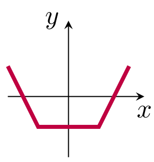
Q. [deriveedessin2]
Dans la figure ci-dessous on a tracé le graphe d'une fonction f affine par morceaux.



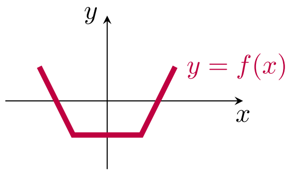
Parmi les graphes ci-contre, lequel pourrait être celui de sa dérivée ?

☐  ☐  ☐ 

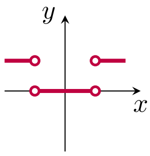
☐  ☐  ☐ 

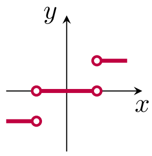
■  ☐  ☐ 

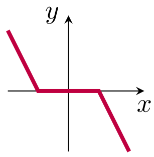
Q. [deriveedessin3]
Dans la figure ci-dessous on a tracé le graphe d'une fonction f affine par morceaux.

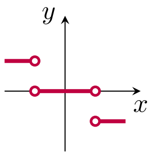


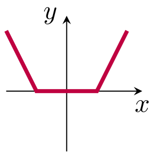
Parmi les graphes ci-contre, lequel pourrait être celui de sa dérivée ?

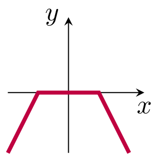
☐ 

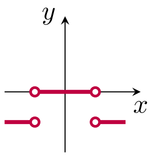
■ 

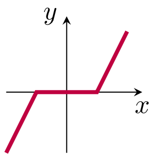
☐ 

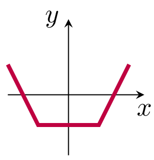
☐ 

☐ 

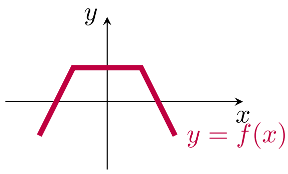
☐ 

☐ 

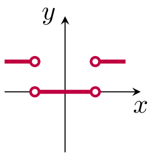
☐ 

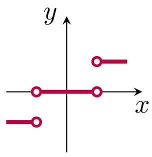
☐ 

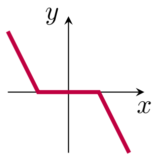
Q. [deriveedessin4]
Dans la figure ci-dessous on a tracé le graphe d'une fonction f affine par morceaux.

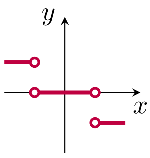


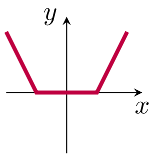
Parmi les graphes ci-contre, lequel pourrait être celui de sa dérivée ?

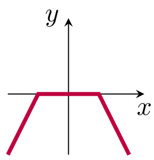
☐ 

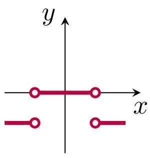
☐ 

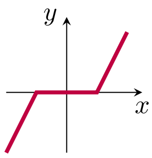
☐ 

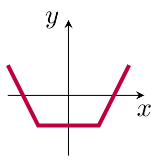
■ 

☐ 

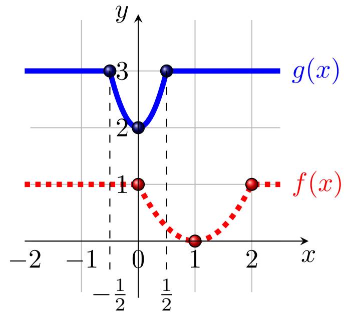
☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

Q. **[fct-1]** ☆ En pointillé le graphe de $x \mapsto f(x)$ et en ligne pleine le graphe de $x \mapsto g(x) = A + Bf(Cx + D)$. Cocher les valeurs de A, B, C et D.



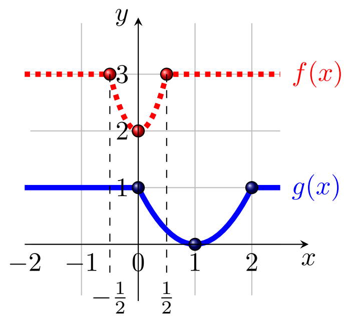
☐ $A=-2$	☐ $B=-2$	☐ $C=-2$	☐ $D=-2$
☐ $A=-1$	☐ $B=-1$	☐ $C=-1$	☐ $D=-1$
☐ $A=0$	☐ $B=0$	☐ $C=0$	☐ $D=0$
☐ $A=1$	■ $B=1$	☐ $C=1$	■ $D=1$
■ $A=2$	☐ $B=2$	■ $C=2$	☐ $D=2$
☐ $A=3$	☐ $B=3$	☐ $C=3$	☐ $D=3$
☐ $A=4$	☐ $B=4$	☐ $C=4$	☐ $D=4$

Solution : Pour tracer le graphe de $g(x) = A + Bf(Cx + D)$ à partir du graphe de $y = f(x)$ on va déplacer un point de coordonnée (x_0, y_0) comme suit :

$$(x_0, y_0) \xrightarrow{f(x+D)} (x_0 - D, y_0) \xrightarrow{f(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, y_0\right) \xrightarrow{Bf(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, By_0\right) \xrightarrow{A+Bf(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, By_0 + A\right)$$

Si le point $(x_{\text{old}}, y_{\text{old}})$ du graphe de f est déplacé en le point $(x_{\text{new}}, y_{\text{new}})$ du graphe de f, on a les deux équations linéaires $x_{\text{new}}C + D = x_{\text{old}}$ et $A + y_{\text{old}} = y_{\text{new}}B$ en les inconnues A, B, C et D.
Le point $(1, 0)$ est envoyé en $(0, 2)$ donc $0 = \frac{1-D}{C}$ et $2 = B \times 0 + A$ ainsi $D = 1$ et $A = 2$.
Le point $(0, 1)$ est envoyé en $(-\frac{1}{2}, 3)$ donc $-\frac{1}{2} = \frac{0-D}{C}$ et $3 = B \times 1 + A$ ainsi $C = 2$ et $B = 1$.

Q. **[fct-1bis]** ☆ En pointillé le graphe de $x \mapsto f(x)$ et en ligne pleine le graphe de $x \mapsto g(x) = A + Bf(Cx + D)$. Cocher les valeurs de A, B, C et D.



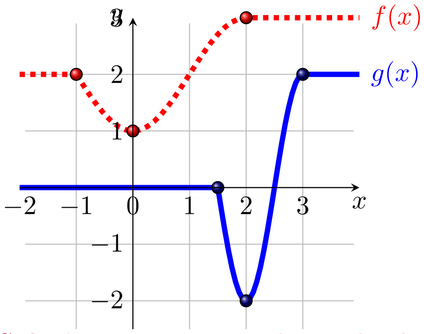
■ $A=-2$	☐ $B=-2$	☐ $C=-1$	☐ $D=-1$
☐ $A=-1$	☐ $B=-1$	☐ $C=-0.5$	■ $D=-0.5$
☐ $A=0$	☐ $B=0$	☐ $C=0$	☐ $D=0$
☐ $A=1$	■ $B=1$	■ $C=0.5$	☐ $D=0.5$
☐ $A=2$	☐ $B=2$	☐ $C=1$	☐ $D=1$
☐ $A=3$	☐ $B=3$	☐ $C=1.2$	☐ $D=1.5$
☐ $A=4$	☐ $B=4$	☐ $C=2$	☐ $D=2$

Solution : Pour tracer le graphe de $g(x) = A + Bf(Cx + D)$ à partir du graphe de $y = f(x)$ on va déplacer un point de coordonnée (x_0, y_0) comme suit :

$$(x_0, y_0) \xrightarrow{f(x+D)} (x_0 - D, y_0) \xrightarrow{f(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, y_0\right) \xrightarrow{Bf(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, By_0\right) \xrightarrow{A+Bf(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, By_0 + A\right)$$

Si le point $(x_{\text{old}}, y_{\text{old}})$ du graphe de f est déplacé en le point $(x_{\text{new}}, y_{\text{new}})$ du graphe de f, on a les deux équations linéaires $x_{\text{new}}C + D = x_{\text{old}}$ et $A + y_{\text{old}} = y_{\text{new}}B$ en les inconnues A, B, C et D.
Le point $(-\frac{1}{2}, 3)$ est envoyé en $(0, 1)$ donc $0 = \frac{-\frac{1}{2}-D}{C}$ et $1 = 3B + A$ ainsi $D = -\frac{1}{2}$ et $A = 1 - 3B$.
Le point $(0, 2)$ est envoyé en $(1, 0)$ donc $1 = \frac{0-D}{C}$ et $0 = 2B + A$ ainsi $C = -D = \frac{1}{2}$ et $A = -2B = 1 - 3B$ donc $B = 1$ et $A = -2$.

Q. [`fct-2bis`] En pointillé le graphe de $x \mapsto f(x)$ et en ligne pleine le graphe de $x \mapsto g(x) = A + Bf(Cx + D)$. Cocher les valeurs de A, B, C et D.



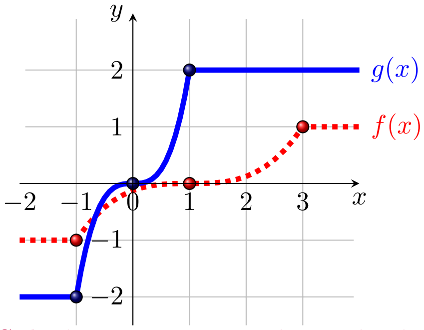
■ $A = -4$	☐ $B = -4$	☐ $C = -4$	■ $D = -4$
☐ $A = -3$	☐ $B = -3$	☐ $C = -3$	☐ $D = -3$
☐ $A = -2$	☐ $B = -2$	☐ $C = -2$	☐ $D = -2$
☐ $A = -1$	☐ $B = -1$	☐ $C = -1$	☐ $D = -1$
☐ $A = 0$	☐ $B = 0$	☐ $C = 0$	☐ $D = 0$
☐ $A = 1$	☐ $B = 1$	☐ $C = 1$	☐ $D = 1$
☐ $A = 2$	■ $B = 2$	■ $C = 2$	☐ $D = 2$

Solution : Pour tracer le graphe de $g(x) = A + Bf(Cx + D)$ à partir du graphe de $y = f(x)$ on va déplacer un point de coordonnée (x_0, y_0) comme suit :

$$(x_0, y_0) \xrightarrow{f(x+D)} (x_0 - D, y_0) \xrightarrow{f(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, y_0\right) \xrightarrow{Bf(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, By_0\right) \xrightarrow{A+Bf(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, By_0 + A\right)$$

Si le point $(x_{\text{old}}, y_{\text{old}})$ du graphe de f est déplacé en le point $(x_{\text{new}}, y_{\text{new}})$ du graphe de f, on a les deux équations linéaires $x_{\text{new}}C + D = x_{\text{old}}$ et $A + y_{\text{old}} = y_{\text{new}}B$ en les inconnues A, B, C et D.
Le point $(-1, 2)$ est envoyé en $(1.5, 0)$ donc $\frac{3}{2} = \frac{-1-D}{C}$ et $0 = B \times 2 + A$ ainsi $A = -2B$ et $\frac{3}{2}C + D = 1$.
Le point $(0, 1)$ est envoyé en $(2, -2)$ donc $2 = \frac{0-D}{C}$ et $-2 = B + A$ ainsi $D = -2C = -4$, $C = 2$, $B = 2$ et $A = -4$.

Q. [`fct-2`] En pointillé le graphe de $x \mapsto f(x)$ et en ligne pleine le graphe de $x \mapsto g(x) = A + Bf(Cx + D)$. Cocher les valeurs de A, B, C et D.



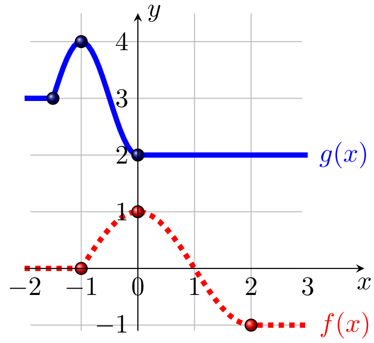
☐ $A = -2$	☐ $B = -2$	☐ $C = -2$	☐ $D = -2$
☐ $A = -1$	☐ $B = -1$	☐ $C = -1$	☐ $D = -1$
■ $A = 0$	☐ $B = 0$	☐ $C = 0$	☐ $D = 0$
☐ $A = 1$	☐ $B = 1$	☐ $C = 1$	■ $D = 1$
☐ $A = 2$	■ $B = 2$	■ $C = 2$	☐ $D = 2$
☐ $A = 3$	☐ $B = 3$	☐ $C = 3$	☐ $D = 3$
☐ $A = 4$	☐ $B = 4$	☐ $C = 4$	☐ $D = 4$

Solution : Pour tracer le graphe de $g(x) = A + Bf(Cx + D)$ à partir du graphe de $y = f(x)$ on va déplacer un point de coordonnée (x_0, y_0) comme suit :

$$(x_0, y_0) \xrightarrow{f(x+D)} (x_0 - D, y_0) \xrightarrow{f(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, y_0\right) \xrightarrow{Bf(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, By_0\right) \xrightarrow{A+Bf(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, By_0 + A\right)$$

Si le point $(x_{\text{old}}, y_{\text{old}})$ du graphe de f est déplacé en le point $(x_{\text{new}}, y_{\text{new}})$ du graphe de f, on a les deux équations linéaires $x_{\text{new}}C + D = x_{\text{old}}$ et $A + y_{\text{old}} = y_{\text{new}}B$ en les inconnues A, B, C et D.
Le point $(1, 0)$ est envoyé en $(0, 0)$ donc $0 = \frac{1-D}{C}$ et $0 = B \times 0 + A$ ainsi $A = 0$ et $D = 1$.
Le point $(3, 1)$ est envoyé en $(1, 2)$ donc $1 = \frac{3-D}{C}$ et $2 = B \times 1 + A$ ainsi $C = 2$ et $B = 2$.

Q. [fct-3] En pointillé le graphe de $x \mapsto f(x)$ et en ligne pleine le graphe de $x \mapsto g(x) = A + Bf(Cx + D)$. Cocher les valeurs de A, B, C et D.



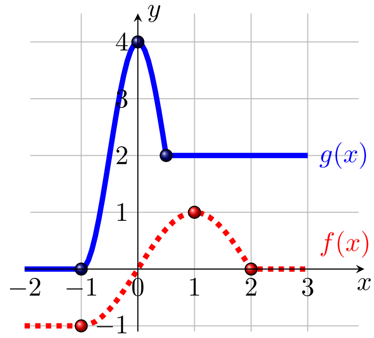
☐ $A = -2$	☐ $B = -2$	☐ $C = -2$	☐ $D = -2$
☐ $A = -1$	☐ $B = -1$	☐ $C = -1$	☐ $D = -1$
☐ $A = 0$	☐ $B = 0$	☐ $C = 0$	☐ $D = 0$
☐ $A = 1$	■ $B = 1$	☐ $C = 1$	☐ $D = 1$
☐ $A = 2$	☐ $B = 2$	■ $C = 2$	■ $D = 2$
■ $A = 3$	☐ $B = 3$	☐ $C = 3$	☐ $D = 3$
☐ $A = 4$	☐ $B = 4$	☐ $C = 4$	☐ $D = 4$

Solution : Pour tracer le graphe de $g(x) = A + Bf(Cx + D)$ à partir du graphe de $y = f(x)$ on va déplacer un point de coordonnée (x_0, y_0) comme suit :

$$(x_0, y_0) \xrightarrow{f(x+D)} (x_0 - D, y_0) \overset{f(Cx+D)}{\rightsquigarrow} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, y_0\right) \overset{Bf(Cx+D)}{\rightsquigarrow} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, By_0\right) \xrightarrow{A+Bf(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, By_0 + A\right)$$

Si le point $(x_{\text{old}}, y_{\text{old}})$ du graphe de f est déplacé en le point $(x_{\text{new}}, y_{\text{new}})$ du graphe de f, on a les deux équations linéaires $x_{\text{new}}C + D = x_{\text{old}}$ et $A + y_{\text{old}} = y_{\text{new}}B$ en les inconnues A, B, C et D.
Le point $(2, -1)$ est envoyé en $(0, 2)$ donc $0 = \frac{2-D}{C}$ et $2 = -B + A$ ainsi $A = B + 2$ et $D = 2$.
Le point $(0, 1)$ est envoyé en $(-1, 4)$ donc $-1 = \frac{0-D}{C}$ et $4 = B \times 1 + A$ ainsi $C = 2$ et $A = 4 - B = 3$ et $B = 1$.

Q. [fct-4] En pointillé le graphe de $x \mapsto f(x)$ et en ligne pleine le graphe de $x \mapsto g(x) = A + Bf(Cx + D)$. Cocher les valeurs de A, B, C et D.



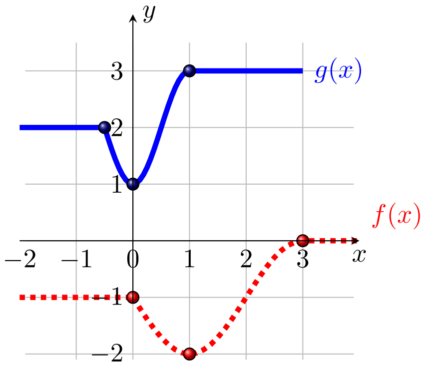
☐ $A = -2$	☐ $B = -2$	☐ $C = -2$	☐ $D = -2$
☐ $A = -1$	☐ $B = -1$	☐ $C = -1$	☐ $D = -1$
☐ $A = 0$	☐ $B = 0$	☐ $C = 0$	☐ $D = 0$
☐ $A = 1$	☐ $B = 1$	☐ $C = 1$	■ $D = 1$
■ $A = 2$	■ $B = 2$	■ $C = 2$	☐ $D = 2$
☐ $A = 3$	☐ $B = 3$	☐ $C = 3$	☐ $D = 3$
☐ $A = 4$	☐ $B = 4$	☐ $C = 4$	☐ $D = 4$

Solution : Pour tracer le graphe de $g(x) = A + Bf(Cx + D)$ à partir du graphe de $y = f(x)$ on va déplacer un point de coordonnée (x_0, y_0) comme suit :

$$(x_0, y_0) \xrightarrow{f(x+D)} (x_0 - D, y_0) \overset{f(Cx+D)}{\rightsquigarrow} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, y_0\right) \overset{Bf(Cx+D)}{\rightsquigarrow} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, By_0\right) \xrightarrow{A+Bf(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, By_0 + A\right)$$

Si le point $(x_{\text{old}}, y_{\text{old}})$ du graphe de f est déplacé en le point $(x_{\text{new}}, y_{\text{new}})$ du graphe de f, on a les deux équations linéaires $x_{\text{new}}C + D = x_{\text{old}}$ et $A + y_{\text{old}} = y_{\text{new}}B$ en les inconnues A, B, C et D.
Le point $(-1, -1)$ est envoyé en $(-1, 0)$ donc $-1 = \frac{-1-D}{C}$ et $0 = -B + A$ ainsi $A = B$ et $C = D + 1$.
Le point $(1, 1)$ est envoyé en $(0, 4)$ donc $0 = \frac{1-D}{C}$ et $4 = B \times 1 + A$ ainsi $D = 1$, $C = 2$ et $A = B = 2$.

Q. [fct-5] En pointillé le graphe de $x \mapsto f(x)$ et en ligne pleine le graphe de $x \mapsto g(x) = A + Bf(Cx + D)$. Cocher les valeurs de A, B, C et D.



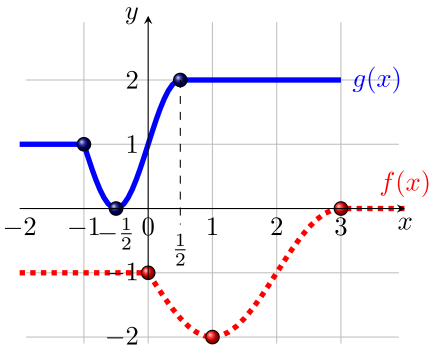
☐ $A = -2$	☐ $B = -2$	☐ $C = -2$	☐ $D = -2$
☐ $A = -1$	☐ $B = -1$	☐ $C = -1$	☐ $D = -1$
☐ $A = 0$	☐ $B = 0$	☐ $C = 0$	☐ $D = 0$
☐ $A = 1$	■ $B = 1$	☐ $C = 1$	■ $D = 1$
☐ $A = 2$	☐ $B = 2$	■ $C = 2$	☐ $D = 2$
■ $A = 3$	☐ $B = 3$	☐ $C = 3$	☐ $D = 3$
☐ $A = 4$	☐ $B = 4$	☐ $C = 4$	☐ $D = 4$

Solution : Pour tracer le graphe de $g(x) = A + Bf(Cx + D)$ à partir du graphe de $y = f(x)$ on va déplacer un point de coordonnée (x_0, y_0) comme suit :

$$(x_0, y_0) \xrightarrow{f(x+D)} (x_0 - D, y_0) \xrightarrow{f(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, y_0\right) \xrightarrow{Bf(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, By_0\right) \xrightarrow{A+Bf(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, By_0 + A\right)$$

Si le point $(x_{\text{old}}, y_{\text{old}})$ du graphe de f est déplacé en le point $(x_{\text{new}}, y_{\text{new}})$ du graphe de f, on a les deux équations linéaires $x_{\text{new}}C + D = x_{\text{old}}$ et $A + y_{\text{old}} = y_{\text{new}}B$ en les inconnues A, B, C et D.
Le point $(1, -2)$ est envoyé en $(0, 1)$ donc $0 = \frac{1-D}{C}$ et $1 = -2B + A$ ainsi $A = 1 + 2B$ et $D = 1$.
Le point $(3, 0)$ est envoyé en $(1, 3)$ donc $1 = \frac{3-D}{C}$ et $3 = B \times 0 + A$ ainsi $C = 2$, $A = 3$ et $B = 1$.

Q. [fct-6] En pointillé le graphe de $x \mapsto f(x)$ et en ligne pleine le graphe de $x \mapsto g(x) = A + Bf(Cx + D)$. Cocher les valeurs de A, B, C et D.



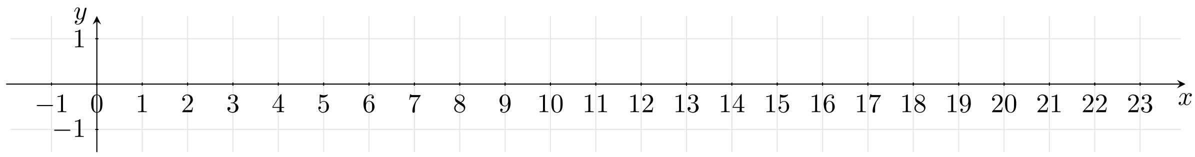
☐ $A = -2$	☐ $B = -2$	☐ $C = -2$	☐ $D = -2$
☐ $A = -1$	☐ $B = -1$	☐ $C = -1$	☐ $D = -1$
☐ $A = 0$	☐ $B = 0$	☐ $C = 0$	☐ $D = 0$
☐ $A = 1$	■ $B = 1$	☐ $C = 1$	☐ $D = 1$
■ $A = 2$	☐ $B = 2$	■ $C = 2$	■ $D = 2$
☐ $A = 3$	☐ $B = 3$	☐ $C = 3$	☐ $D = 3$
☐ $A = 4$	☐ $B = 4$	☐ $C = 4$	☐ $D = 4$

Solution : Pour tracer le graphe de $g(x) = A + Bf(Cx + D)$ à partir du graphe de $y = f(x)$ on va déplacer un point de coordonnée (x_0, y_0) comme suit :

$$(x_0, y_0) \xrightarrow{f(x+D)} (x_0 - D, y_0) \xrightarrow{f(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, y_0\right) \xrightarrow{Bf(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, By_0\right) \xrightarrow{A+Bf(Cx+D)} \left(\tfrac{x_0-D}{C}, By_0 + A\right)$$

Si le point $(x_{\text{old}}, y_{\text{old}})$ du graphe de f est déplacé en le point $(x_{\text{new}}, y_{\text{new}})$ du graphe de f, on a les deux équations linéaires $x_{\text{new}}C + D = x_{\text{old}}$ et $A + y_{\text{old}} = y_{\text{new}}B$ en les inconnues A, B, C et D.
Le point $(0, -1)$ est envoyé en $(-1, 1)$ donc $-1 = \frac{0-D}{C}$ et $1 = -B + A$ ainsi $D = C$, $A = B + 1$.
Le point $(3, 0)$ est envoyé en $(\frac{1}{2}, 2)$ donc $\frac{1}{2} = \frac{3-D}{C}$ et $2 = B \times 0 + A$ ainsi $A = 2$ (et $B = 1$) et $D = C = 2$.

Q. **[**`Open`**]** Tracer le graphe de la fonction $f(x) = (x-11)(13-x)$. On prendra soin de placer avec précision les intersections avec l'axe des abscisses ainsi que le sommet. **Ne pas cocher de case dans la partie grisée.**



E NR R1 R2 Sx Sy Cases réservées au correcteur

Solution : Parabole concave. Racines : $x_0 = 11$, $x_1 = 13$; sommet $(12, 1)$

Q. **[**`integrale2019V1`**]** Soit $p(x) = 11x^{10} - 4x^3 - 3x^2 - 2x - \frac{1}{2}$. Calculer $\int p(x)\,\mathrm{d}x$ puis $\int_0^2 p(x)\,\mathrm{d}x$.

E NR P I Cases réservées au correcteur

$$\begin{aligned}\int_0^2 11x^{10} - 4x^3 - 3x^2 - 2x - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}x &= \left[x^{11} - x^4 - x^3 - x^2 - \frac{1}{2}x\right]_0^2 \\ &= 2^{11} - 2^4 - 2^3 - 2^2 - 1 \\ &= 2048 - 16 - 8 - 4 - 1 = 2019\end{aligned}$$

Q. **[**`integrale2019V2`**]** Soit $p(x) = 11x^{10} - 5x^4 + 3x^2 - 2x - \frac{1}{2}$. Calculer $\int p(x)\,\mathrm{d}x$ puis $\int_0^2 p(x)\,\mathrm{d}x$.

E NR P I Cases réservées au correcteur

$$\begin{aligned}\int_0^2 11x^{10} - 5x^4 + 3x^2 - 2x - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}x &= \left[x^{11} - x^5 + x^3 - x^2 - \frac{1}{2}x\right]_0^2 \\ &= 2^{11} - 2^5 + 2^3 - 2^2 - 1 \\ &= 2048 - 32 + 8 - 4 - 1 = 2019\end{aligned}$$

Q. [`integrale2019V3`] Soit $p(x) = 11x^{10} - 5x^4 + 4x^3 - 4x - \frac{5}{2}$. Calculer $\int p(x)\,\mathrm{d}x$ puis $\int_0^2 p(x)\,\mathrm{d}x$.

■ E ■ NR ■ P ■ I Cases réservées au correcteur

$$\begin{aligned}\int_0^2 11x^{10} - 5x^4 + 4x^3 - 4x - \frac{5}{2}\,\mathrm{d}x &= \left[x^{11} - x^5 + x^4 - 2x^2 - \frac{5}{2}x\right]_0^2 \\ &= 2^{11} - 2^5 + 2^4 - 2 \times 2^2 - 5 \\ &= 2048 - 32 + 16 - 8 - 5 = 2019\end{aligned}$$

Q. [`integrale2019V4`] Soit $p(x) = 11x^{10} - 5x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 2x - \frac{1}{2}$. Calculer $\int p(x)\,\mathrm{d}x$ puis $\int_0^2 p(x)\,\mathrm{d}x$.

■ E ■ NR ■ P ■ I Cases réservées au correcteur

$$\begin{aligned}\int_0^2 11x^{10} - 5x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 2x - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}x &= \left[x^{11} - x^5 + x^4 - x^3 - x^2 - \frac{1}{2}x\right]_0^2 \\ &= 2^{11} - 2^5 + 2^4 - 2^3 - 2^2 - 1 \\ &= 2048 - 32 + 16 - 8 - 4 - 1 = 2019\end{aligned}$$