MB1 — 27 juin 2019 — CT session 2 : Durée : 2h

- Une feuille A4 recto-verso manuscrite autorisée, tout autre document et calculatrices interdits.
- Les questions faisant apparaître le symbole ☆ peuvent présenter plusieurs bonnes réponses. Les autres questions ont une unique bonne réponse. Des points négatifs seront affectés aux mauvaises réponses.

Si une réponse se répète plusieurs fois, écrire ici le numéro de la question : .....

Q. [instruction] En cas de **non respect des consignes** ci-dessous : **-1pt**.

- Le numéro associé à ce sujet est le 1. **Retranscrire ce numéro sur la feuille d'émargement ET sur la copie double dans l'emplacement "UFR".** (Utilisez la copie double comme feuille de brouillon !) Ne pas écrire votre nom sur le QCM.
- Utiliser un stylo noir ou bleu et bien noircir les cases (ne pas utiliser de crayon !). En cas d'erreur, effacer votre réponse (avec du blanc correcteur/Tipp-Ex/Blanco) et **ne pas redessiner la case**.

Q. [pq1] Si $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=p$, que vaut q ?

☐ $\frac{p}{1-p^2}$ ■ $\frac{p}{p^2-1}$ ☐ $\frac{1-p^2}{p}$ ☐ $\frac{p^2+1}{p}$ ☐ $\frac{p}{p^2+1}$ ☐ Autre réponse

Solution : $\frac{1}{q}=p-\frac{1}{p}=\frac{p^2-1}{p}$ donc $q=\frac{p}{p^2-1}$

Q. [pq2] Si $\frac{1}{p}-\frac{1}{q}=p$, que vaut q ?

■ $\frac{p}{1-p^2}$ ☐ $\frac{p}{p^2-1}$ ☐ $\frac{1-p^2}{p}$ ☐ $\frac{p^2+1}{p}$ ☐ $\frac{p}{p^2+1}$ ☐ Autre réponse

Solution : $\frac{1}{q}=\frac{1}{p}-p=\frac{1-p^2}{p}$ donc $q=-\frac{p}{p^2-1}$

Q. [pq3] Si $\frac{1}{p}-\frac{1}{q}=q$, que vaut p ?

■ $\frac{q}{q^2+1}$ ☐ $\frac{q}{1-q^2}$ ☐ $\frac{q^2+1}{q}$ ☐ $\frac{q}{q^2-1}$ ☐ $-\frac{q^2+1}{q}$ ☐ Autre réponse

Solution : $\frac{1}{p}=q+\frac{1}{q}=\frac{q^2+1}{q}$ donc $p=\frac{q}{q^2+1}$

Q. [pq4] Si $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=q$, que vaut p ?

■ $\frac{q}{q^2-1}$ ☐ $\frac{q}{1-q^2}$ ☐ $\frac{q^2-1}{q}$ ☐ $\frac{q^2+1}{q}$ ☐ $\frac{q}{q^2+1}$ ☐ Autre réponse

Solution : $\frac{1}{p}=q-\frac{1}{q}=\frac{q^2-1}{q}$ donc $p=\frac{q}{q^2-1}$

Q. [pq5] Si $\frac{1}{q}-\frac{1}{p}=p$, que vaut q ?

■ $\frac{p}{p^2+1}$ ☐ $\frac{p}{1-p^2}$ ☐ $\frac{p^2+1}{p}$ ☐ $\frac{p}{p^2-1}$ ☐ $-\frac{p^2+1}{p}$ ☐ Autre réponse

Solution : $\frac{1}{q}=p+\frac{1}{p}=\frac{p^2+1}{p}$ donc $q=\frac{p}{p^2+1}$

Q. [pq6] Si $\frac{1}{q}-\frac{1}{p}=q$, que vaut p ?

☐ $\frac{q}{q^2+1}$ ■ $\frac{q}{1-q^2}$ ☐ $\frac{q^2+1}{q}$ ☐ $\frac{q}{q^2-1}$ ☐ $-\frac{q^2+1}{q}$ ☐ Autre réponse

Solution : $\frac{1}{p}=\frac{1}{q}-q=\frac{1-q^2}{q}$ donc $p=\frac{q}{1-q^2}$

Q. [vin1] Un vigneron veut obtenir un litre de vin rouge à 12°. Il dispose d'un vin léger, V_ℓ, à 5° et d'un vin plus fort, V_f, à 15°. Quel volume de chacun des deux vins doit-il mélanger ?

☐ 20 cL de V_ℓ et 80 cL de V_f ☐ 40 cL de V_ℓ et 60 cL de V_f ☐ 60 cL de V_ℓ et 40 cL de V_f
■ 30 cL de V_ℓ et 70 cL de V_f ☐ 50 cL de V_ℓ et 50 cL de V_f ☐ Autre réponse

Solution : Notons x_1 les litres à mélanger du vin léger et x_2 ceux du vin plus fort. Alors $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ 5x_1+15x_2=12(x_1+x_2), \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ 5x_1+15(1-x_1)=12, \end{cases}$ ainsi $\begin{cases} x_2=1-x_1, \\ -10x_1=-3. \end{cases}$ En conclusion $x_1=\frac{3}{10}$ et $x_2=\frac{7}{10}$.

Q. [vin1bis] Un vigneron veut obtenir un litre de vin rouge à 11°. Il dispose d'un vin léger, V_ℓ, à 5° et d'un vin plus fort, V_f, à 15°. Quel volume de chacun des deux vins doit-il mélanger ?

☐ 20 cL de V_ℓ et 80 cL de V_f ■ 40 cL de V_ℓ et 60 cL de V_f ☐ 60 cL de V_ℓ et 40 cL de V_f
☐ 30 cL de V_ℓ et 70 cL de V_f ☐ 50 cL de V_ℓ et 50 cL de V_f ☐ Autre réponse

Solution : Notons x_1 les litres à mélanger du vin léger et x_2 ceux du vin plus fort. Alors $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ 5x_1+15x_2=11(x_1+x_2), \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ 5x_1+15(1-x_1)=11, \end{cases}$ ainsi $\begin{cases} x_2=1-x_1, \\ -10x_1=-4. \end{cases}$ En conclusion $x_1=\frac{4}{10}$ et $x_2=\frac{6}{10}$.

Q. [vin2] Un vigneron veut obtenir un litre de vin rouge à 12°. Il dispose d'un vin léger, V_ℓ, à 4° et d'un vin plus fort, V_f, à 14°. Quel volume de chacun des deux vins doit-il mélanger ?

- ■ 20 cL de V_ℓ et 80 cL de V_f
- ☐ 40 cL de V_ℓ et 60 cL de V_f
- ☐ 60 cL de V_ℓ et 40 cL de V_f
- ☐ 30 cL de V_ℓ et 70 cL de V_f
- ☐ 50 cL de V_ℓ et 50 cL de V_f
- ☐ Autre réponse

Solution : Notons x_1 les litres à mélanger du vin léger et x_2 ceux du vin plus fort. Alors $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ 4x_1+14x_2=12(x_1+x_2), \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ 4x_1+14(1-x_1)=12, \end{cases}$ ainsi $\begin{cases} x_2=1-x_1, \\ -10x_1=-2. \end{cases}$ En conclusion $x_1=\frac{2}{10}$ et $x_2=\frac{8}{10}$.

Q. [vin2bis] Un vigneron veut obtenir un litre de vin rouge à 11°. Il dispose d'un vin léger, V_ℓ, à 4° et d'un vin plus fort, V_f, à 14°. Quel volume de chacun des deux vins doit-il mélanger ?

- ☐ 20 cL de V_ℓ et 80 cL de V_f
- ☐ 40 cL de V_ℓ et 60 cL de V_f
- ☐ 60 cL de V_ℓ et 40 cL de V_f
- ■ 30 cL de V_ℓ et 70 cL de V_f
- ☐ 50 cL de V_ℓ et 50 cL de V_f
- ☐ Autre réponse

Solution : Notons x_1 les litres à mélanger du vin léger et x_2 ceux du vin plus fort. Alors $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ 4x_1+14x_2=11(x_1+x_2), \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ 4x_1+14(1-x_1)=11, \end{cases}$ ainsi $\begin{cases} x_2=1-x_1, \\ -10x_1=-3. \end{cases}$ En conclusion $x_1=\frac{3}{10}$ et $x_2=\frac{7}{10}$.

Q. [vin3] Un vigneron veut obtenir un litre de vin rouge à 12°. Il dispose d'un vin léger, V_ℓ, à 6° et d'un vin plus fort, V_f, à 16°. Quel volume de chacun des deux vins doit-il mélanger ?

- ☐ 20 cL de V_ℓ et 80 cL de V_f
- ■ 40 cL de V_ℓ et 60 cL de V_f
- ☐ 60 cL de V_ℓ et 40 cL de V_f
- ☐ 30 cL de V_ℓ et 70 cL de V_f
- ☐ 50 cL de V_ℓ et 50 cL de V_f
- ☐ Autre réponse

Solution : Notons x_1 les litres à mélanger du vin léger et x_2 ceux du vin plus fort. Alors $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ 6x_1+16x_2=12(x_1+x_2), \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ 6x_1+16(1-x_1)=12, \end{cases}$ ainsi $\begin{cases} x_2=1-x_1, \\ -10x_1=-4. \end{cases}$ En conclusion $x_1=\frac{4}{10}$ et $x_2=\frac{6}{10}$.

Q. [vin4] Un vigneron veut obtenir un litre de vin rouge à 12°. Il dispose d'un vin léger, V_ℓ, à 7° et d'un vin plus fort, V_f, à 17°. Quel volume de chacun des deux vins doit-il mélanger ?

- ☐ 20 cL de V_ℓ et 80 cL de V_f
- ☐ 40 cL de V_ℓ et 60 cL de V_f
- ☐ 60 cL de V_ℓ et 40 cL de V_f
- ☐ 30 cL de V_ℓ et 70 cL de V_f
- ■ 50 cL de V_ℓ et 50 cL de V_f
- ☐ Autre réponse

Solution : Notons x_1 les litres à mélanger du vin léger et x_2 ceux du vin plus fort. Alors $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ 7x_1+17x_2=12(x_1+x_2), \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ 7x_1+17(1-x_1)=12, \end{cases}$ ainsi $\begin{cases} x_2=1-x_1, \\ -10x_1=-5. \end{cases}$ En conclusion $x_1=\frac{5}{10}$ et $x_2=\frac{5}{10}$.

Q. [vin5] Un vigneron veut obtenir un litre de vin rouge à 12°. Il dispose d'un vin léger, V_ℓ, à 8° et d'un vin plus fort, V_f, à 18°. Quel volume de chacun des deux vins doit-il mélanger ?

☐ 20 cL de V_ℓ et 80 cL de V_f ☐ 40 cL de V_ℓ et 60 cL de V_f ■ 60 cL de V_ℓ et 40 cL de V_f
☐ 30 cL de V_ℓ et 70 cL de V_f ☐ 50 cL de V_ℓ et 50 cL de V_f ☐ Autre réponse

Solution : Notons x_1 les litres à mélanger du vin léger et x_2 ceux du vin plus fort. Alors $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ 8x_1+18x_2=12(x_1+x_2), \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ 8x_1+18(1-x_1)=12, \end{cases}$ ainsi $\begin{cases} x_2=1-x_1, \\ -10x_1=-6. \end{cases}$ En conclusion $x_1=\frac{6}{10}$ et $x_2=\frac{4}{10}$.

Q. [pourcentageINV1] Une quantité augmente de 25.0% puis diminue de x%. Que vaut x si la quantité finale est la même qu'au départ ?

■ 20.0 ☐ 25.0 ☐ 125.0 ☐ 45.0 ☐ 10.0 ☐ Autre réponse

Solution : $1=\left(1+\frac{\alpha}{100}\right)\left(1-\frac{x}{100}\right) \iff 1=\frac{100+\alpha}{100}\left(1-\frac{x}{100}\right) \iff \frac{100}{100+\alpha}=1-\frac{x}{100} \iff \frac{x}{100}=\frac{\alpha}{100+\alpha} \iff x=\frac{100\alpha}{100+\alpha}=\frac{1}{\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{100}}=\frac{100}{\frac{100}{\alpha}+1}$. Ici $\alpha=25.0$.

Q. [pourcentageINV2] Une quantité diminue de 50.0% puis augmente de x%. Que vaut x si la quantité finale est la même qu'au départ ?

■ 100.0 ☐ 50.0 ☐ 150.0 ☐ 25.0 ☐ 200.0 ☐ Autre réponse

Solution : $1=\left(1-\frac{\beta}{100}\right)\left(1+\frac{x}{100}\right) \iff 1=\frac{100-\beta}{100}\left(1+\frac{x}{100}\right) \iff \frac{100}{100-\beta}=1+\frac{x}{100} \iff \frac{x}{100}=\frac{\beta}{100-\beta} \iff x=\frac{100\beta}{100-\beta}=\frac{1}{\frac{1}{\beta}-\frac{1}{100}}$. Ici $\beta=50.0$.

Q. [solu] On dispose de 9 volumes d'une solution à 18%. Combien de volumes faut-il remplacer par une solution à 90% pour obtenir une solution à 42% ?

■ 3 ☐ 1 ☐ 5 ☐ 9 ☐ 42 ☐ 60 ☐ Autre réponse

Solution : Notons x les volumes à remplacer :

$$9\frac{18}{100}-x\frac{18}{100}+x\frac{90}{100}=9\frac{42}{100} \implies x\left(\frac{90}{100}-\frac{18}{100}\right)=9\left(\frac{42}{100}-\frac{18}{100}\right) \implies x=9\frac{42-18}{90-18}=9\frac{24}{72}=9\frac{1}{3}=3$$

Q. [soluBIS] On dispose de 10 volumes d'une solution à 22%. Combien de volumes faut-il remplacer par une solution à 82% pour obtenir une solution à 52% ?

■ 5 ☐ 2 ☐ 8 ☐ 10 ☐ 50 ☐ 54 ☐ Autre réponse

Solution : Notons x les volumes à remplacer :

$$10\frac{22}{100}-x\frac{22}{100}+x\frac{82}{100}=10\frac{52}{100} \implies x\left(\frac{82}{100}-\frac{22}{100}\right)=10\left(\frac{52}{100}-\frac{22}{100}\right) \implies x=10\frac{52-22}{82-22}=10\frac{30}{60}=10\frac{1}{2}=5$$

Q. [noteM] Un étudiant a obtenu une moyenne de 9.5 au semestre. Tous les ECUEs ont étés validés (ou compensés) sauf l'ECUE "Math" qui a eu la note $M_1 < 10$. En deuxième session il passe donc le rattrapage de "Math". Il obtient la note M_2 et la moyenne au semestre est maintenant 10. Que vaut $M_2 - M_1$ si le semestre comporte 30 ECTS et l'ECUE "Math" comporte 3 ECTS ? (Rappel : ECTS=coeff.)

☐ 0.5 ☐ 3 ■ 5 ☐ 10 ☐ 10.5 ☐ 15 ☐ Autre réponse

Solution : Soit A la moyenne des autres notes, alors

$$\begin{cases} \frac{3M_1+(30-3)A}{30} = 9.5 \\ \frac{3M_2+(30-3)A}{30} = 10 \end{cases} \implies \frac{3}{30}(M_2 - M_1) = \left(10 - \frac{27}{30}A\right) - \left(9.5 - \frac{27}{30}A\right) = 10 - 9.5 = \frac{1}{2}$$

Conclusion : $M_2 - M_1 = \frac{1}{2} \times \frac{30}{3} = 5$.

Q. [noteMbis] Un étudiant a obtenu une moyenne de 9.75 au semestre. Tous les ECUEs ont étés validés (ou compensés) sauf l'ECUE "Math" qui a eu la note $M_1 < 10$. En deuxième session il passe donc le rattrapage de "Math". Il obtient la note M_2 et la moyenne au semestre est maintenant 10. Que vaut $M_2 - M_1$ si le semestre comporte 30 ECTS et l'ECUE "Math" comporte 3 ECTS ? (Rappel : ECTS=coeff.)

☐ 0.25 ☐ 1.5 ■ 2.5 ☐ 10 ☐ 10.5 ☐ 15 ☐ Autre réponse

Solution : Soit A la moyenne des autres notes, alors

$$\begin{cases} \frac{3M_1+(30-3)A}{30} = 9.75 \\ \frac{3M_2+(30-3)A}{30} = 10 \end{cases} \implies \frac{3}{30}(M_2 - M_1) = \left(10 - \frac{27}{30}A\right) - \left(9.75 - \frac{27}{30}A\right) = 10 - 9.75 = \frac{1}{4}$$

Conclusion : $M_2 - M_1 = \frac{1}{4} \times \frac{30}{3} = 2.5$.

Q. [noteMter] Un étudiant a obtenu une moyenne de 9.25 au semestre. Tous les ECUEs ont étés validés (ou compensés) sauf l'ECUE "Math" qui a eu la note $M_1 < 10$. En deuxième session il passe donc le rattrapage de "Math". Il obtient la note M_2 et la moyenne au semestre est maintenant 10. Que vaut $M_2 - M_1$ si le semestre comporte 30 ECTS et l'ECUE "Math" comporte 3 ECTS ? (Rappel : ECTS=coeff.)

☐ 3 ☐ 0.75 ■ 7.5 ☐ 10 ☐ 10.75 ☐ 2.5 ☐ Autre réponse

Solution : Soit A la moyenne des autres notes, alors

$$\begin{cases} \frac{3M_1+(30-3)A}{30} = 9.25 \\ \frac{3M_2+(30-3)A}{30} = 10 \end{cases} \implies \frac{3}{30}(M_2 - M_1) = \left(10 - \frac{27}{30}A\right) - \left(9.75 - \frac{27}{30}A\right) = 10 - 9.25 = \frac{3}{4}$$

Conclusion : $M_2 - M_1 = \frac{3}{4} \times \frac{30}{3} = 7.5$.

Q. [noteB] Un étudiant a obtenu une moyenne de 9.5 au semestre. Tous les ECUEs ont étés validés (ou compensés) sauf l'ECUE "Biochimie" qui a eu la note $B_1 < 10$. En deuxième session il passe donc le rattrapage de "Biochimie". Il obtient la note B_2 et la moyenne au semestre est maintenant 10. Que vaut $B_2 - B_1$ si le semestre comporte 30 ECTS et l'ECUE "Biochimie" comporte 4 ECTS ? (Rappel : ECTS=coeff.)

☐ 0.5 ☐ 2 ■ 3.75 ☐ 10 ☐ 10.5 ☐ 5 ☐ Autre réponse

Solution : Soit A la moyenne des autres notes, alors

$$\begin{cases} \frac{4B_1+(30-4)A}{30} = 9.5 \\ \frac{4B_2+(30-4)A}{30} = 10 \end{cases} \implies \frac{4}{30}(B_2 - B_1) = \left(10 - \frac{26}{30}A\right) - \left(9.5 - \frac{26}{30}A\right) = 10 - 9.5 = \frac{1}{2}$$

Conclusion : $B_2 - B_1 = \frac{1}{2} \times \frac{30}{4} = 3.75$.

Q. [noteBbis] Un étudiant a obtenu une moyenne de 9 au semestre. Tous les ECUEs ont étés validés (ou compensés) sauf l'ECUE "Biochimie" qui a eu la note $B_1 < 10$. En deuxième session il passe donc le rattrapage de "Biochimie". Il obtient la note B_2 et la moyenne au semestre est maintenant 10. Que vaut $B_2 - B_1$ si le semestre comporte 30 ECTS et l'ECUE "Biochimie" comporte 4 ECTS ? (Rappel : ECTS=coeff.)

☐ 2 ☐ 1 ■ 7.5 ☐ 10 ☐ 11 ☐ 4 ☐ Autre réponse

Solution : Soit A la moyenne des autres notes, alors

$$\begin{cases} \frac{4B_1+(30-4)A}{30} = 9 \\ \frac{4B_2+(30-4)A}{30} = 10 \end{cases} \implies \frac{4}{30}(B_2 - B_1) = \left(10 - \frac{26}{30}A\right) - \left(9.5 - \frac{26}{30}A\right) = 10 - 9 = 1$$

Conclusion : $B_2 - B_1 = 1 \times \frac{30}{4} = 7.5$.

Q. [noteG] Un étudiant a obtenu une moyenne de 9.5 au semestre. Tous les ECUEs ont étés validés (ou compensés) sauf l'ECUE "Géosciences" qui a eu la note $G_1 < 10$. En deuxième session il passe donc le rattrapage de "Géosciences". Il obtient la note G_2 et la moyenne au semestre est maintenant 10. Que vaut $G_2 - G_1$ si le semestre comporte 30 ECTS et l'ECUE "Géosciences" comporte 2 ECTS ? (Rappel : ECTS=coeff.)

☐ 0.5 ☐ 5 ■ 7.5 ☐ 10 ☐ 10.5 ☐ 2 ☐ Autre réponse

Solution : Soit A la moyenne des autres notes, alors

$$\begin{cases} \frac{2G_1+(30-2)A}{30} = 9.5 \\ \frac{2G_2+(30-2)A}{30} = 10 \end{cases} \implies \frac{2}{30}(G_2 - G_1) = \left(10 - \frac{28}{30}A\right) - \left(9.5 - \frac{28}{30}A\right) = 10 - 9.5 = \frac{1}{2}$$

Conclusion : $G_2 - G_1 = \frac{1}{2} \times \frac{30}{2} = 7.5$.

Q. [noteCB] Un étudiant a obtenu une moyenne de 9.5 au semestre. Tous les ECUEs ont étés validés (ou compensés) sauf l'ECUE "CB1 (De l'atome à la molécule)" qui a eu la note $C_1 < 10$. En deuxième session il passe donc le rattrapage de "CB1". Il obtient la note C_2 et la moyenne au semestre est maintenant 10. Que vaut $C_2 - C_1$ si le semestre comporte 30 ECTS et l'ECUE "CB1" comporte 5 ECTS ? (Rappel : ECTS=coeff.)

☐ 0.5 ☐ 1.5 ■ 3 ☐ 10 ☐ 10.5 ☐ 6 ☐ Autre réponse

Solution : Soit A la moyenne des autres notes, alors

$$\begin{cases} \frac{5C_1+(30-5)A}{30} = 9.5 \\ \frac{5C_2+(30-5)A}{30} = 10 \end{cases} \implies \frac{5}{30}(C_2 - C_1) = \left(10 - \frac{25}{30}A\right) - \left(9.5 - \frac{25}{30}A\right) = 10 - 9.5 = \frac{1}{2}$$

Conclusion : $C_2 - C_1 = \frac{1}{2} \times \frac{30}{5} = 3$.

Q. [noteCBbis] Un étudiant a obtenu une moyenne de 9.75 au semestre. Tous les ECUEs ont étés validés (ou compensés) sauf l'ECUE "CB1 (De l'atome à la molécule)" qui a eu la note $C_1 < 10$. En deuxième session il passe donc le rattrapage de "CB1". Il obtient la note C_2 et la moyenne au semestre est maintenant 10. Que vaut $C_2 - C_1$ si le semestre comporte 30 ECTS et l'ECUE "CB1" comporte 5 ECTS ? (Rappel : ECTS=coeff.)

☐ 0.5 ☐ 3 ■ 1.5 ☐ 10 ☐ 10.5 ☐ 2 ☐ Autre réponse

Solution : Soit A la moyenne des autres notes, alors

$$\begin{cases} \frac{5C_1+(30-5)A}{30} = 9.75 \\ \frac{5C_2+(30-5)A}{30} = 10 \end{cases} \implies \frac{5}{30}(C_2 - C_1) = \left(10 - \frac{25}{30}A\right) - \left(9.5 - \frac{25}{30}A\right) = 10 - 9.75 = \frac{1}{4}$$

Conclusion : $C_2 - C_1 = \frac{1}{4} \times \frac{30}{5} = 1.5$.

Q. [noteUES] Un étudiant a obtenu une moyenne de 8 au semestre. Tous les UEs ont étés validées sauf l'UE "Socle commun en sciences" qui a eu la note $S_1 < 10$. En deuxième session il passe donc les rattrapages de l'UE "Socle commun en sciences". Il obtient la note S_2 et la moyenne au semestre est maintenant 10. Que vaut $S_2 - S_1$ si le semestre comporte 30 ECTS et l'UE "Socle commun en sciences" comporte 12 ECTS ? (Rappel : ECTS=coeff.)

☐ 6 ☐ 2 ■ 5 ☐ 10 ☐ 10.5 ☐ 4 ☐ Autre réponse

Solution : Soit A la moyenne des autres notes, alors

$$\begin{cases} \frac{12S_1+(30-12)A}{30} = 8 \\ \frac{12S_2+(30-12)A}{30} = 10 \end{cases} \implies \frac{12}{30}(S_2 - S_1) = \left(10 - \frac{18}{30}A\right) - \left(8 - \frac{18}{30}A\right) = 10 - 8 = 2$$

Conclusion : $S_2 - S_1 = 2 \times \frac{30}{12} = 5$.

Q. [noteUESbis] Un étudiant a obtenu une moyenne de 9 au semestre. Tous les UEs ont étés validées sauf l'UE "Socle commun en sciences" qui a eu la note $S_1 < 10$. En deuxième session il passe donc les rattrapages de l'UE "Socle commun en sciences". Il obtient la note S_2 et la moyenne au semestre est maintenant 10. Que vaut $S_2 - S_1$ si le semestre comporte 30 ECTS et l'UE "Socle commun en sciences" comporte 12 ECTS ? (Rappel : ECTS=coeff.)

☐ 3.5 ☐ 1 ■ 2.5 ☐ 10 ☐ 5 ☐ 2 ☐ Autre réponse

Solution : Soit A la moyenne des autres notes, alors

$$\begin{cases} \frac{12S_1+(30-12)A}{30} = 9 \\ \frac{12S_2+(30-12)A}{30} = 10 \end{cases} \implies \frac{12}{30}(S_2 - S_1) = \left(10 - \frac{18}{30}A\right) - \left(9 - \frac{18}{30}A\right) = 10 - 9 = 1$$

Conclusion : $S_2 - S_1 = 1 \times \frac{30}{12} = 2.5$.

Q. [noteMagma] Un étudiant a obtenu une moyenne de 9.5 dans un UE. Tous les ECUEs ont étés validés sauf l'ECUE "Magmatisme" qui a eu la note $M_1 < 10$. En deuxième session il passe donc les rattrapages de l'ECUE "Magmatisme". Il obtient la note M_2 et la moyenne de l'UE est maintenant 10. Que vaut $M_2 - M_1$ si l'UE comporte 12 ECTS et l'ECUE "Magmatisme" comporte 4 ECTS ? (Rappel : ECTS=coeff.)

☐ 0.5 ☐ 0.75 ■ 1.5 ☐ 10 ☐ 10.5 ☐ 3 ☐ Autre réponse

Solution : Soit A la moyenne des autres notes, alors

$$\begin{cases} \frac{4M_1+(12-4)A}{12} = 9.5 \\ \frac{4M_2+(12-4)A}{12} = 10 \end{cases} \implies \frac{4}{12}(M_2 - M_1) = \left(10 - \frac{8}{12}A\right) - \left(9.5 - \frac{8}{12}A\right) = 10 - 9.5 = \frac{1}{2}$$

Conclusion : $M_2 - M_1 = \frac{1}{2} \times \frac{12}{4} = 1.5$.

Q. [noteMagmaBIS] Un étudiant a obtenu une moyenne de 9 dans un UE. Tous les ECUEs ont étés validés sauf l'ECUE "Magmatisme" qui a eu la note $M_1 < 10$. En deuxième session il passe donc les rattrapages de l'ECUE "Magmatisme". Il obtient la note M_2 et la moyenne de l'UE est maintenant 10. Que vaut $M_2 - M_1$ si l'UE comporte 12 ECTS et l'ECUE "Magmatisme" comporte 4 ECTS ? (Rappel : ECTS=coeff.)

☐ 1 ☐ 1.5 ■ 3 ☐ 10 ☐ 11 ☐ 6 ☐ Autre réponse

Solution : Soit A la moyenne des autres notes, alors

$$\begin{cases} \frac{4M_1+(12-4)A}{12} = 9 \\ \frac{4M_2+(12-4)A}{12} = 10 \end{cases} \implies \frac{4}{12}(M_2 - M_1) = \left(10 - \frac{8}{12}A\right) - \left(9 - \frac{8}{12}A\right) = 10 - 9 = 1$$

Conclusion : $M_2 - M_1 = 1 \times \frac{12}{4} = 3$.

Q. [quora1] **Combien** de solutions réelles a l'équation $x + x + x = x \times x \times x$?

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ■ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7

Solution : $3x = x^3$ ssi $x(3 - x^2) = 0$ ssi $x = 0$ ou $x = \pm\sqrt{3}$

Q. [quora1bis] **Combien** de solutions réelles a l'équation $x+x+x=3\times x\times x\times x$?

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ■ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7

Solution : $3x=3x^3$ ssi $3x(1-x^2)=0$ ssi $x=0$ ou $x=\pm\sqrt{1}$

Q. [quora2] **Combien** de solutions réelles a l'équation $x+x+x+x=x\times x\times x\times x$?

☐ 0 ☐ 1 ■ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7

Solution : $4x=x^4$ ssi $x(4-x^3)=0$ ssi $x=0$ ou $x=\sqrt[3]{4}$

Q. [quorabis2] **Combien** de solutions réelles a l'équation $x+x+x+x=4\times x\times x\times x\times x$?

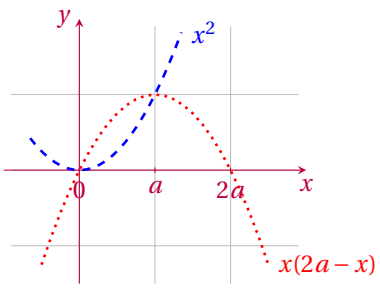
☐ 0 ☐ 1 ■ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7

Solution : $4x=4x^4$ ssi $4x(1-x^3)=0$ ssi $x=0$ ou $x=1$

Q. [deb3] x est solution de $x(18-x)>x^2$ si et seulement si

☐ $x<0$ ■ $0<x<9$ ☐ $9<x<18$ ☐ $x>18$ ☐ Autre réponse

Solution : Posons $a=9$. On cherche x solution de $x(2a-x)>x^2$. Soit on calcule directement $x^2-2ax+x^2=2x^2-2ax=2x(x-a)<0$ donc $0<x<a$ soit on compare les graphes des deux paraboles : le graphe de $y=x(2a-x)$ est supérieure au graphe de $y=x^2$ pour $0<x<a$:



Q. [temp1] La mesure d'une même température peut s'exprimer dans plusieurs unités. Une température de 0 °C (Celsius) correspond à 0 °N (Newton) tandis que 100 °C correspondent à 33 °N. La formule permettant la conversion d'une valeur numérique de la température en (°C) vers l'unité (°N) est affine. Convertir 40 °C en °N.

■ $\frac{66}{5}$ °N ☐ $\frac{5}{66}$ °N ☐ $\frac{5}{2}$ °N ☐ $\frac{2}{5}$ °N ☐ Autre réponse

Solution : Soit x la température en °C et y la température en °N. On a $y=\frac{33-0}{100-0}(x-0)+0=\frac{33}{100}x$.

Q. [champs] Si $a = 10^3$ et $b = 10^{17}$, que vaut $R = 10\log_{10}\left(\frac{b^2}{a^2}\right)$?

■ 280 ☐ 140 ☐ 42 ☐ 14 ☐ 196 ☐ Autre réponse

Solution : $R = 10\log_{10}\left(\frac{b}{a}\right)^2 = 20\log_{10}\left(\frac{b}{a}\right) = 20\big(\log_{10}(b) - \log_{10}(a)\big) = 20\big(\log_{10}(10^\beta) - \log_{10}(10^\alpha)\big) = 20\big(\beta - \alpha\big)$.

Q. [logprop1] ★ Pour tous nombres réels $x > y > 0$ et $a \in \mathbb{R}$ on a

■ $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$ ☐ $\ln(xy) = \ln(x)\ln(y)$ ■ $\ln(x^a) = a\ln(x)$
☐ $\ln(x+y) = \ln(x) + \ln(y)$ ☐ $\ln(x+y) = \ln(x)\ln(y)$ ☐ $\ln^a(x) = a\ln(x)$

Solution : $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$ et $\ln(x^n) = n\ln(x)$

Q. [logprop2] ★ Pour tous nombres réels $x > y > 0$ et $a \in \mathbb{R}$ on a

■ $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$ ☐ $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{\ln(x)}{\ln(y)}$ ■ $\ln(x^a) = a\ln(x)$
☐ $\ln(x-y) = \ln(x) - \ln(y)$ ☐ $\ln(x-y) = \frac{\ln(x)}{\ln(y)}$ ☐ $\ln^a(x) = a\ln(x)$

Solution : $\ln(x/y) = \ln(x) - \ln(y)$ et $\ln(x^n) = n\ln(x)$

Q. [exo7-337-1] ★ Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = \ln(x^2-1) - \ln(x-1) - \ln(2)$. Alors

☐ $\mathscr{D}_f =]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ ■ $\mathscr{D}_f =]1;+\infty[$ ■ $f(x) \neq 0$ pour tout $x \in \mathscr{D}_f$ ☐ $f(x) = 0$ ssi $x = 1$

Solution : $\mathscr{D}_f = \big\{x \in \mathbb{R} \,\big|\, x^2 - 1 > 0 \text{ et } x - 1 > 0\big\} = \{x \in \mathbb{R} \mid (x-1)(x+1) > 0 \text{ et } x - 1 > 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x + 1 > 0 \text{ et } x - 1 > 0\}$
Sur $\mathscr{D}_f$ on a $f(x) = \ln(x+1) - \ln(2) = \ln\left(\frac{x+1}{2}\right)$. $\ln(t) = 0$ ssi $t = 1$ et $\frac{x+1}{2} = 1$ ssi $x = 1 \notin \mathscr{D}_f$.

Q. [exo7-337-5] ★ Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = \ln(x^2-1) - \ln(x+1) - \ln(2)$. Alors

☐ $\mathscr{D}_f =]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ ☐ $f(x) \neq 0$ pour tout $x \in \mathscr{D}_f$ ■ $f(x) = 0$ ssi $x = 3$ ■ $\mathscr{D}_f =]1;+\infty[$

Solution : $\mathscr{D}_f = \big\{x \in \mathbb{R} \,\big|\, x^2 - 1 > 0 \text{ et } x + 1 > 0\big\} = \{x \in \mathbb{R} \mid (x-1)(x+1) > 0 \text{ et } x + 1 > 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x - 1 > 0 \text{ et } x + 1 > 0\}$
Sur $\mathscr{D}_f$ on a $f(x) = \ln(x-1) - \ln(2) = \ln\left(\frac{x-1}{2}\right)$. $\ln(t) = 0$ ssi $t = 1$ et $\frac{x-1}{2} = 1$ ssi $x = 3 \in \mathscr{D}_f$.

Q. [courslimitesMI-1] ☆ Cocher les limites correctes.

- ■ $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$
- ☐ $\lim_{x\to-\infty} e^{-x} = 0$
- ☐ $\lim_{x\to-\infty} \tan(x) = 0$
- ■ $\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x-1} = 0$
- ☐ $\lim_{x\to-\infty} \sin(x) = 0$
- ☐ $\lim_{x\to-\infty} 1-\frac{1}{x} = 0$

Solution :

$$\lim_{x\to-\infty} e^x = 0,$$
$$\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x-1} = 0,$$
$$\lim_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty,$$
$$\lim_{x\to-\infty} \sin(x) \text{ n'existe pas},$$
$$\lim_{x\to-\infty} \tan(x) \text{ n'existe pas},$$
$$\lim_{x\to-\infty} 1-\frac{1}{x} = 1$$

Q. [courslimitesMI-2] ☆ Cocher les limites correctes.

- ■ $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$
- ☐ $\lim_{x\to-\infty} e^{-x} = 0$
- ☐ $\lim_{x\to-\infty} \tan(x) = 0$
- ■ $\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{1-x} = 0$
- ☐ $\lim_{x\to-\infty} \cos(x) = 0$
- ☐ $\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x}-1 = 0$

Solution :

$$\lim_{x\to-\infty} e^x = 0,$$
$$\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{1-x} = 0,$$
$$\lim_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty,$$
$$\lim_{x\to-\infty} \cos(x) \text{ n'existe pas},$$
$$\lim_{x\to-\infty} \tan(x) \text{ n'existe pas},$$
$$\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x}-1 = -1$$

Q. [courslimitesUP-1] ☆ Cocher les limites correctes.

- ■ $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sin(x)}{x} = \sin(1)$
- ■ $\lim_{x\to 1} \dfrac{\cos(x)}{x} = \cos(1)$
- ■ $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^{14}+8x-9}{x-1} = 22$
- □ $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{x-1} = +\infty$
- □ $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{x+1} = +\infty$
- □ $\lim_{x\to 1} \sin\left(\dfrac{1}{x-1}\right) = +\infty$
- ■ $\lim_{x\to 1} \ln(|1-x|) = -\infty$
- □ $\lim_{x\to 1} \dfrac{1}{1-e^x} = +\infty$
- ■ $\lim_{x\to 0} \sin(x)\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) = 0$
- ■ $\lim_{x\to 0} (1-x^2)e^{-x} = 1$
- ■ $\lim_{x\to 0} \dfrac{6x+\tan(x)}{\sin(x)} = 7$
- ■ $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^{37x}-1}{\sin(x)} = 37$

Solution :

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sin(x)}{x} = \sin(1),$$
$$\lim_{x\to 1} \frac{\cos(x)}{x} = \cos(1),$$
$$\lim_{x\to 1} \frac{x^{14}+8x-9}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{14x^{13}+8}{1} = 22,$$
$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x\to 1} (x+1) = 2,$$
$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x+1} = \lim_{x\to 1} (x-1) = 0,$$
$$\lim_{x\to 1} \sin\left(\frac{1}{x-1}\right) \text{ n'existe pas},$$
$$\lim_{x\to 1} \ln(|1-x|) = -\infty,$$
$$\lim_{x\to 1} \frac{1}{1-e^x} = \frac{1}{1-e},$$
$$\lim_{x\to 0} \sin(x)\sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \text{ (gendarmes)},$$
$$\lim_{x\to 0} (1-x^2)e^{-x} = 1,$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{6x+\tan(x)}{\sin(x)} = \lim_{x\to 0} 6\frac{x}{\sin(x)} + \frac{1}{\cos(x)} = 7,$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{37x}-1}{\sin(x)} = \lim_{x\to 0} \frac{e^{37x}-1}{x}\frac{x}{\sin(x)} = 37$$

Q. [courslimitesUP-2] ☆ Cocher les limites correctes.

- ■ $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sin(x)}{x} = \sin(1)$
- ■ $\lim_{x\to 1} \dfrac{\cos(x)}{x} = \cos(1)$
- ■ $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^{16}+8x-9}{x-1} = 24$
- □ $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{x-1} = +\infty$
- □ $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{x+1} = +\infty$
- □ $\lim_{x\to 1} \cos\left(\dfrac{1}{1-x}\right) = +\infty$
- ■ $\lim_{x\to 1} \ln(|1-x|) = -\infty$
- □ $\lim_{x\to 1} \dfrac{1}{1-e^x} = +\infty$
- ■ $\lim_{x\to 0} \sin(x)\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) = 0$
- ■ $\lim_{x\to 0} (x^2-1)e^{-x} = -1$
- ■ $\lim_{x\to 0} \dfrac{8x+\tan(x)}{\sin(x)} = 9$
- ■ $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^{26x}-1}{\sin(x)} = 26$

Solution :

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sin(x)}{x} = \sin(1),$$
$$\lim_{x\to 1} \frac{\cos(x)}{x} = \cos(1),$$
$$\lim_{x\to 1} \frac{x^{16}+8x-9}{x-1} \overset{[H]}{=} \lim_{x\to 1} \frac{16x^{15}+8}{1} = 24,$$
$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x\to 1}(x+1) = 2,$$
$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x+1} = \lim_{x\to 1}(x-1) = 0,$$
$$\lim_{x\to 1} \cos\left(\frac{1}{x-1}\right) \text{ n'existe pas},$$
$$\lim_{x\to 1} \ln(|1-x|) = -\infty,$$
$$\lim_{x\to 1} \frac{1}{1-e^x} = \frac{1}{1-e},$$
$$\lim_{x\to 0} \sin(x)\sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \text{ (gendarmes)},$$
$$\lim_{x\to 0} (x^2-1)e^{-x} = -1,$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{8x+\tan(x)}{\sin(x)} = \lim_{x\to 0} 8\frac{x}{\sin(x)} + \frac{1}{\cos(x)} = 9,$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{26x}-1}{\sin(x)} = \lim_{x\to 0} \frac{e^{26x}-1}{x}\frac{x}{\sin(x)} = 26$$

Q. [courslimitesPI-1] ☆ Cocher les limites correctes.

- ☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{(x-1)^2} = 1$
- ■ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+\sin(x)}{x} = 1$
- ■ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{1+e^{-x}} = 1$
- ■ $\lim\limits_{x\to+\infty} \sin(x)\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) = 0$
- ■ $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e$
- ■ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(1+x)}{x} = 0$
- ■ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{-x}}{x^{-13}} = 0$

Solution :

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{(x-1)^2} = 0,$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x+\sin(x)}{x} = 1 + \lim_{x\to+\infty} \frac{\sin(x)}{x} = 1 \text{ car } -\frac{1}{x} \le \frac{\sin(x)}{x} \le \frac{1}{x} \text{ et } \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{1+e^{-x}} = \frac{1}{1+0},$$

$$-\sin\left(\frac{1}{x}\right) \le \sin(x)\sin\left(\frac{1}{x}\right) \le \sin\left(\frac{1}{x}\right) \text{ et } \lim_{x\to+\infty} \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e,$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(1+x)}{x} \overset{[H]}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{1+x} = 0,$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{-x}}{x^{-13}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^{13}}{e^x} \overset{[H]}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{13x^{12}}{e^x} \overset{[H]}{=} \cdots = \lim_{x\to+\infty} \frac{13!}{e^x} = 0$$

Q. [courslimitesPI-2] ☆ Cocher les limites correctes.

- ☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{(x+1)^2} = 1$
- ■ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+\sin(x)}{x} = 1$
- ■ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{1+e^{-x}} = 1$
- ■ $\lim\limits_{x\to+\infty} \sin(x)\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) = 0$
- ■ $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x = \dfrac{1}{e}$
- ■ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{\ln(1+x)} = +\infty$
- ■ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{-x}}{x^{-17}} = 0$

Solution :

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{(x+1)^2} = 0,$$
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x+\sin(x)}{x} = 1 + \lim_{x\to+\infty} \frac{\sin(x)}{x} = 1 \text{ car } -\frac{1}{x} \le \frac{\sin(x)}{x} \le \frac{1}{x} \text{ et } \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$$
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{1+e^{-x}} = \frac{1}{1+0},$$
$$-\sin\left(\frac{1}{x}\right) \le \sin(x)\sin\left(\frac{1}{x}\right) \le \sin\left(\frac{1}{x}\right) \text{ et } \lim_{x\to+\infty} \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$
$$\lim_{x\to+\infty} \left(1-\frac{1}{x}\right)^x = \lim_{y\to-\infty} \left(\left(1+\frac{1}{y}\right)^y\right)^{-1} = \frac{1}{e},$$
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{\ln(1+x)} \overset{[H]}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{1+x}{1} = +\infty,$$
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{-x}}{x^{-17}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^{17}}{e^x} \overset{[H]}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{17x^{16}}{e^x} \overset{[H]}{=} \cdots = \lim_{x\to+\infty} \frac{17!}{e^x} = 0$$

Q. [syslinparab1] On cherche une parabole d'équation $y = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2$ qui passe par les points $(-1;3)$, $(3;7)$ et $(4,-2)$. Que vaut α_1 ?

■ 5 ☐ 10 ☐ -2 ☐ 2 ☐ 6 ☐ -3 ☐ Autre réponse

Solution : Dans l'équation de la parabole on remplace x et y par les valeurs données pour chaque point :

$$\begin{cases} \alpha_0 - \alpha_1 + \alpha_2 = 3 \\ \alpha_0 + 3\alpha_1 + 9\alpha_2 = 7 \\ \alpha_0 + 4\alpha_1 + 16\alpha_2 = -2 \end{cases} \xrightarrow[L_3 \leftarrow L_3 - L_1]{L_2 \leftarrow L_2 - L_1} \begin{cases} \alpha_0 - \alpha_1 + \alpha_2 = 3 \\ 4\alpha_1 + 8\alpha_2 = 4 \\ 5\alpha_1 + 15\alpha_2 = -5 \end{cases} \xrightarrow[L_3 \leftarrow L_3/5]{L_2 \leftarrow L_2/4} \begin{cases} \alpha_0 - \alpha_1 + \alpha_2 = 3 \\ \alpha_1 + 2\alpha_2 = 1 \\ \alpha_1 + 3\alpha_2 = -1 \end{cases} \xrightarrow{L_3 \leftarrow L_3 - L_2} \begin{cases} \alpha_0 - \alpha_1 + \alpha_2 = 3 \\ \alpha_1 + 2\alpha_2 = 1 \\ \alpha_2 = -2 \end{cases}$$

Ainsi $\alpha_2 = -2$, $\alpha_1 = 1 - 2\alpha_2 = 5$ et $\alpha_0 = 3 - \alpha_2 + \alpha_1 = 3 - (-2) + 5 = 10$.

Q. [syslinparab2] On cherche une parabole d'équation $y = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2$ qui passe par les points $(1;5)$, $(2,-2)$ et $(-1;1)$. Que vaut α_1 ?

■ 2 ☐ 6 ☐ -3 ☐ 5 ☐ 10 ☐ -2 ☐ Autre réponse

Solution : Dans l'équation de la parabole on remplace x et y par les valeurs données pour chaque point :

$$\begin{cases} \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 = 5 \\ \alpha_0 + 2\alpha_1 + 4\alpha_2 = -2 \\ \alpha_0 - \alpha_1 + \alpha_2 = 1 \end{cases} \xrightarrow[L_3 \leftarrow L_3 - L_1]{L_2 \leftarrow L_2 - L_1} \begin{cases} \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 = 5 \\ \alpha_1 + 3\alpha_2 = -7 \\ -2\alpha_1 = -4 \end{cases} \xrightarrow{L_3 \leftarrow L_3/(-2)} \begin{cases} \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 = 5 \\ \alpha_1 + 3\alpha_2 = -7 \\ \alpha_1 = 2 \end{cases}$$

Ainsi $\alpha_1 = 2$, $\alpha_2 = \frac{-7-\alpha_1}{3} = -3$ et $\alpha_0 = 5 - \alpha_2 - \alpha_1 = 5 - (-3) - 2 = 6$.

Q. [deriveescalc1] ☆ Cocher les propositions vraies :

- ■ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(e^x+1)=e^x$
- □ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(e^{x^2-2x}\right)=(x^2-2x)e^{x^2-2x}$
- ■ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left((2x+1)^2\right)=4(2x+1)$
- □ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^2\right)=\frac{x^3}{3}$
- □ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\cos(x))=\sin(x)$
- □ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln(x^2)\right)=\frac{1}{x^2}$
- □ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln(e^{7x}+8)\right)=\frac{e^{7x}}{e^{7x}+8}$
- □ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{1}{x}\right)=\ln(x)$
- ■ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\sin^2(x)\right)=2\cos(x)\sin(x)$

Solution :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(e^x+1\right)=e^x$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(e^{x^2-2x}\right)=(2x-2)e^{x^2-2x}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left((2x+1)^2\right)=4(2x+1)$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^2\right)=2x$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\cos(x))=-\sin(x)$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln(x^2)\right)=\frac{2}{x}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln(e^{7x}+8)\right)=\frac{7e^{7x}}{e^{7x}+8}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{1}{x}\right)=-\frac{1}{x^2}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\sin^2(x)\right)=2\cos(x)\sin(x)$$

Q. [deriveescalc2] ☆ Cocher les propositions vraies :

- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(e^x+1) = e^x + x$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(e^{x^2-2x}\right) = (x-2)e^{x^2-2x}$
- ■ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left((2x+1)^2\right) = 4(2x+1)$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^2\right) = \frac{x^3}{3}$
- ■ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\cos(x)) = -\sin(x)$
- ■ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln(x^2)\right) = \frac{2}{x}$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln(e^{7x}+8)\right) = \frac{e^{7x}}{e^{7x}+8}$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{1}{x}\right) = \ln(x)$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\sin^2(x)\right) = 2\sin(x)$

Solution :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(e^x+1\right) = e^x$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(e^{x^2-2x}\right) = (2x-2)e^{x^2-2x}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left((2x+1)^2\right) = 4(2x+1)$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^2\right) = 2x$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\cos(x)) = -\sin(x)$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln(x^2)\right) = \frac{2}{x}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln(e^{7x}+8)\right) = \frac{7e^{7x}}{e^{7x}+8}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\sin^2(x)\right) = 2\cos(x)\sin(x)$$

Q. [deriveescalc3] ★ Cocher les propositions vraies :

- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(e^x+1) = e^x+1$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(e^{x^2-2x}\right) = (x-2)e^{x^2-2x}$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left((2x+1)^2\right) = 2(2x+1)$
- ■ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^2\right) = 2x$
- ■ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\cos(x)) = -\sin(x)$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln(x^2)\right) = \frac{1}{x^2}$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln(e^{7x}+8)\right) = \frac{e^{7x}}{e^{7x}+8}$
- ☐ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{1}{x}\right) = \ln(x)$
- ■ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\sin^2(x)\right) = 2\sin(x)\cos(x)$

Solution :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(e^x+1\right) = e^x$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(e^{x^2-2x}\right) = (2x-2)e^{x^2-2x}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left((2x+1)^2\right) = 4(2x+1)$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^2\right) = 2x$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\cos(x)) = -\sin(x)$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln(x^2)\right) = \frac{2}{x}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln(e^{7x}+8)\right) = \frac{7e^{7x}}{e^{7x}+8}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\sin^2(x)\right) = 2\cos(x)\sin(x)$$

Q. [deriveeSigne1] On considère la fonction $f(x) = x(x-38)(x+38)$. Sur l'intervalle $]0,38[$, la fonction f est

☐ croissante puis décroissante ☐ décroissante ☐ croissante ■ décroissante puis croissante

Solution : $f(x) = x(x-A)(x+A) = x(x^2-A^2) = x^3 - A^2x$ avec $A = 38$ donc $f'(x) = 3x^2 - A^2 = (\sqrt{3}x - A)(\sqrt{3}x + A) > 0$ ssi $x < -A/\sqrt{3}$ ou $x > A/\sqrt{3}$. Sur l'intervalle $]0;A[$ la dérivée f' est d'abord négative puis positive ainsi f est d'abord décroissante puis croissante.

Q. [deriveeSigne2] On considère la fonction $f(x) = x(x-10)(x+10)$. Sur l'intervalle $]-10,0[$, la fonction f est

■ croissante puis décroissante ☐ décroissante ☐ croissante ☐ décroissante puis croissante

Solution : $f(x) = x(x-A)(x+A) = x(x^2-A^2) = x^3 - A^2x$ avec $A = 10$ donc $f'(x) = 3x^2 - A^2 = (\sqrt{3}x - A)(\sqrt{3}x + A) > 0$ ssi $x < -A/\sqrt{3}$ ou $x > A/\sqrt{3}$. Sur l'intervalle $]-A;0[$ la dérivée f' est d'abord positive puis négative ainsi f est d'abord croissante puis décroissante.

Q. [brilliantBIS] Si $f(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+13}$ est tel que $f(1)=35$ et la tangente en $x=1$ est horizontale, que vaut $b-a$?

■ 350 ☐ 175 ☐ 10 ☐ 13 ☐ 6 ☐ Autre réponse

Solution : Si $f(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+c}$ avec $c=2k+1$ et $f(1)=D$ alors $f'(x)=\dfrac{a(c-x^2)-2bx}{(x^2+c)^2}$ donc $0=f'(1)=\dfrac{a(c-1)-2b}{(1+c)^2}$ ainsi $b=\dfrac{a(c-1)}{2}=\dfrac{a(2k+1-1)}{2}=ka$. $D=f(1)=\dfrac{a+b}{1^2+c}=\dfrac{a(k+1)}{2(k+1)}=\dfrac{a}{2}$ donc $a=2D$ et $b-a=ka-a=a(k-1)=2D(k-1)$

Q. [tgRAC] Soit $y=t(x)$ l'équation de la droite tangente au graphe de $f(x)=\sqrt[3]{x}$ en $x_0=3$. Que vaut x si $t(x)=0$?

■ -6 ☐ 6 ☐ -3 ☐ 3 ☐ 0 ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x)=\frac{1}{3}x^{-2/3}$ donc $t(x)=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)=\frac{x_0^{-2/3}}{3}(x-x0)+x_0^{1/3}$ et $t(x)=0$ ssi $x=x_0+\frac{x_0^{1/3}}{\frac{x_0^{-2/3}}{3}}=x_0-3x_0=-2x_0$

Q. [tgLN] Soit $y=t(x)$ l'équation de la droite tangente au graphe de $f(x)=\ln(x)$ en $x=1$. Que vaut $t(0)$?

■ -1 ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ N'est pas définie ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x)=\frac{1}{x}$ donc $t(x)=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)=\frac{1}{1}(x-1)+0=x-1$ et $t(0)=-1$

Q. [tgLN2] Soit $y=t(x)$ l'équation de la droite tangente au graphe de $f(x)=\ln(x)$ en $x=1$. Que vaut $t(-1)$?

■ -2 ☐ 0 ☐ 1 ☐ -1 ☐ N'est pas définie ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x)=\frac{1}{x}$ donc $t(x)=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)=\frac{1}{1}(x-1)+0=x-1$ et $t(-1)=-2$

Q. [tgEXP] Soit $y=t(x)$ l'équation de la droite tangente au graphe de $f(x)=e^x$ en $x=0$. Que vaut $t(1)$?

☐ 1 ☐ 0 ☐ -1 ■ 2 ☐ N'est pas définie ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x)=e^x$ donc $t(x)=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)=e^0(x-0)+e^0=x+1$ et $t(1)=2$

Q. [tgEXP2] Soit $y=t(x)$ l'équation de la droite tangente au graphe de $f(x)=e^x$ en $x=0$. Que vaut $t(-1)$?

☐ -1 ■ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ N'est pas définie ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x)=e^x$ donc $t(x)=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)=e^0(x-0)+e^0=x+1$ et $t(-1)=0$

Q. [tgSIN] Soit $y=t(x)$ l'équation de la droite tangente au graphe de $f(x)=\sin(x)$ en $x=\pi$. Que vaut $t(2\pi)$?

■ $-\pi$ ☐ 0 ☐ π ☐ 2π ☐ N'est pas définie ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x)=\cos(x)$ donc $t(x)=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)=-(x-\pi)+0=-x+\pi$ et $t(2\pi)=-\pi$

Q. [tgSINbis] Soit $y = t(x)$ l'équation de la droite tangente au graphe de $f(x) = \sin(x)$ en $x = \pi$. Que vaut $t(-\pi)$?

■ 2π ☐ 0 ☐ π ☐ $-\pi$ ☐ N'est pas définie ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x) = \cos(x)$ donc $t(x) = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) = -(x - \pi) + 0 = -x + \pi$ et $t(-\pi) = 2\pi$

Q. [tgCOS] Soit $y = t(x)$ l'équation de la droite tangente au graphe de $f(x) = \cos(x)$ en $x = \dfrac{\pi}{2}$. Que vaut $t(\pi)$?

■ $-\frac{\pi}{2}$ ☐ 0 ☐ $\frac{\pi}{2}$ ☐ π ☐ N'est pas définie ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x) = -\sin(x)$ donc $t(x) = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) = -\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 0 = -x + \frac{\pi}{2}$ et $t(\pi) = -\frac{\pi}{2}$

Q. [tgINV1] Soit la fonction $f(x) = (x-1)^2$. En quel point x_0 la droite tangente au graphe de $f(x)$ en x_0 est parallèle à la droite d'équation $y = 28x$?

☐ $\dfrac{1}{2}$ ☐ $\dfrac{15}{2}$ ☐ 14 ☐ 30 ■ 15 ☐ 28 ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x) = 2(x-1)$ et $f'(x_0) = m$ ssi $x_0 = \frac{m+2}{2}$. Ici $m = 28$

Q. [tgINV2] Soit la fonction $f(x) = (x+1)^2$. En quel point x_0 la droite tangente au graphe de $f(x)$ en x_0 est parallèle à la droite d'équation $y = 6x$?

☐ $-\dfrac{1}{2}$ ☐ 1 ☐ 3 ☐ 4 ■ 2 ☐ 6 ☐ Autre réponse :

Solution : $f'(x) = 2(x+1)$ et $f'(x_0) = m$ ssi $x_0 = \frac{m-2}{2}$. Ici $m = 6$

Q. [brillAccel] À l'instant t, la vitesse est $v(t) = 57 - 36e^{-t}$. Que vaut l'accélération lorsque la vitesse est égale à 11 ?

■ 46 ☐ 57 ☐ 36 ☐ 68 ☐ Autre réponse :

Solution : $a(t) = v'(t) = 36e^{-t}$. Comme $v(t) = 11$ ssi $e^{-t} = \frac{57-11}{36} = \frac{46}{36}$ ssi $t = \ln(36) - \ln(46)$ alors $a(\ln(36) - \ln(46)) = 46$

Q. [vitesseMAX] La vitesse v est fonction du temps $t \in [0;1]$ selon la loi $v(t) = 9e^{-t}$. Que vaut la vitesse maximale ?

■ 9 ☐ 0 ☐ 1 ☐ $+\infty$ ☐ $9/e$ ☐ Autre réponse

Solution : $(9e^{-t})' = -9e^{-t} < 0$ pour tout t, v étant décroissante le maximum est donc atteint en $t = 0$.

Q. [vitesseMIN] La vitesse v est fonction du temps $t \in [0;1]$ selon la loi $v(t) = 9e^{-t}$. Que vaut la vitesse minimale ?

☐ 9 ☐ 0 ☐ 1 ☐ $+\infty$ ■ $9/e$ ☐ Autre réponse

Solution : $(9e^{-t})' = -9e^{-t} < 0$ pour tout t. v étant décroissante, le minimum est donc atteint en $t = 1$.

Q. [primitivescalc1] ☆ Soit $c \in \mathbb{R}$. Cocher les propositions vraies :

- ■ $\int \cos(x)\,\mathrm{d}x = \sin(x) + c$
- ■ $\int e^{x/7}\,\mathrm{d}x = 7e^{x/7} + c$
- □ $\int (e^x + c)\,\mathrm{d}x = e^x$
- □ $\int \ln(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{x} + c$
- □ $\int \dfrac{x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = \ln(x^2+1) + c$
- ■ $\int \sin(2x)\,\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{2}\cos(2x) + c$
- ■ $\int xe^x\,\mathrm{d}x = xe^x - \int e^x\,\mathrm{d}x$
- ■ $\int \dfrac{\ln(x)}{x}\,\mathrm{d}x = \int t\,\mathrm{d}t$
- ■ $\int x\ln(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\left[x^2\ln(x) - \int x\,\mathrm{d}x\right]$
- □ $\int g(f(x))\,\mathrm{d}x = \int g(u)\,\mathrm{d}u$
- □ $\int \dfrac{1}{28}\,\mathrm{d}x = \ln(|28|)$

Solution :

$$\int \cos(x)\,\mathrm{d}x = \sin(x) + c$$

$$\int e^{x/7}\,\mathrm{d}x = 7e^{x/7} + c$$

$$\int (e^x + c)\,\mathrm{d}x = e^x + cx + k$$

$$\int \ln(x)\,\mathrm{d}x = x(\ln(x) - 1) + c$$

$$\int \frac{x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int \frac{1}{t}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + c$$

$$\int \sin(2x)\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\cos(2x) + c$$

$$\int xe^x\,\mathrm{d}x = xe^x - \int e^x\,\mathrm{d}x$$

$$\int \frac{\ln(x)}{x}\,\mathrm{d}x = \int t\,\mathrm{d}t \text{ car si } t = \ln(x) \text{ alors } \mathrm{d}t = \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$$

$$\int x\ln(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[x^2\ln(x) - \int x\,\mathrm{d}x\right]$$

$$\int g(u)\,\mathrm{d}u = \int g(f(x))f'(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\int \frac{1}{28}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{28}x + c$$

Q. [primitivescalc2] ☆ Soit $c \in \mathbb{R}$. Cocher les propositions vraies :

- ■ $\int \sin(x)\,\mathrm{d}x = -\cos(x) + c$
- ■ $\int e^{3x}\,\mathrm{d}x = e^{3x}/3 + c$
- □ $\int (e^x + c)\,\mathrm{d}x = e^x$
- □ $\int \ln(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{x} + c$
- □ $\int \dfrac{x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = \ln(x^2+1) + c$
- ■ $\int \cos(2x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\sin(2x) + c$
- ■ $\int xe^x\,\mathrm{d}x = xe^x - \int e^x\,\mathrm{d}x$
- ■ $\int \dfrac{\ln(x)}{x}\,\mathrm{d}x = \int t\,\mathrm{d}t$
- ■ $\int x\ln(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\left[x^2\ln(x) - \int x\,\mathrm{d}x\right]$
- □ $\int g(f(x))\,\mathrm{d}x = \int g(u)\,\mathrm{d}u$
- □ $\int \dfrac{1}{2}\,\mathrm{d}x = \ln(|2|)$

Solution :

$$\int \sin(x)\,\mathrm{d}x = -\cos(x) + c$$

$$\int e^{3x}\,\mathrm{d}x = e^{3x}/3 + c$$

$$\int (e^x + c)\,\mathrm{d}x = e^x + cx + k$$

$$\int \ln(x)\,\mathrm{d}x = x(\ln(x) - 1) + c$$

$$\int \frac{x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int \frac{1}{t}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + c$$

$$\int \cos(2x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\sin(2x) + c$$

$$\int xe^x\,\mathrm{d}x = xe^x - \int e^x\,\mathrm{d}x$$

$$\int \frac{\ln(x)}{x}\,\mathrm{d}x = \int t\,\mathrm{d}t \text{ car si } t = \ln(x) \text{ alors } \mathrm{d}t = \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$$

$$\int x\ln(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[x^2\ln(x) - \int x\,\mathrm{d}x\right]$$

$$\int g(u)\,\mathrm{d}u = \int g(f(x))f'(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\int \frac{1}{2}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}x + c$$

Q. [integralescalc1] ★ Cocher les propositions vraies :

- ☐ $\int_{-1}^{1} |x|\,\mathrm{d}x = 0$
- ■ $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(x)\,\mathrm{d}x = 0$
- ☐ $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(x)\,\mathrm{d}x = 0$
- ☐ $\int_{a}^{b} 3 - f(x)\,\mathrm{d}x = 3 - \int_{a}^{b} f(x)\,\mathrm{d}x$
- ■ $\int_{a}^{b} f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_{b}^{a} f(x)\,\mathrm{d}x$
- ☐ $\int_{0}^{2\pi} \cos(x)\,\mathrm{d}x = \pi$

Solution :

$$\int_{-1}^{1} |x|\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{0} -x\,\mathrm{d}x + \int_{0}^{1} x\,\mathrm{d}x = 1$$
$$\int_{a}^{b} 3 - f(x)\,\mathrm{d}x = 3(b-a) - \int_{a}^{b} f(x)\,\mathrm{d}x$$
$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(x)\,\mathrm{d}x = \sin(\pi) - \sin(-\pi) = 0$$
$$\int_{a}^{b} f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_{b}^{a} f(x)\,\mathrm{d}x$$
$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(x)\,\mathrm{d}x = \sin(\pi/2) - \sin(-\pi/2) = 1 - (-1) = 2$$
$$\int_{0}^{2\pi} \cos(x)\,\mathrm{d}x = \sin(2\pi) - \sin(0) = 0$$

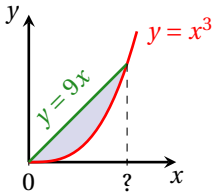
Q. [integralescalc2] ★ Cocher les propositions vraies :

- ☐ $\int_{-2}^{2} |x|\,\mathrm{d}x = 0$
- ■ $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(x)\,\mathrm{d}x = 0$
- ☐ $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(x)\,\mathrm{d}x = 0$
- ☐ $\int_{a}^{b} 3 - f(x)\,\mathrm{d}x = 3 - \int_{a}^{b} f(x)\,\mathrm{d}x$
- ■ $\int_{a}^{b} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{b}^{a} f(x)\,\mathrm{d}x = 0$
- ☐ $\int_{0}^{2\pi} \sin(x)\,\mathrm{d}x = \pi$

Solution :

$$\int_{-2}^{2} |x|\,\mathrm{d}x = \int_{-2}^{0} -x\,\mathrm{d}x + \int_{0}^{2} x\,\mathrm{d}x = 4$$
$$\int_{a}^{b} 3 - f(x)\,\mathrm{d}x = 3(b-a) - \int_{a}^{b} f(x)\,\mathrm{d}x$$
$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(x)\,\mathrm{d}x = \sin(\pi) - \sin(-\pi) = 0$$
$$\int_{a}^{b} f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_{b}^{a} f(x)\,\mathrm{d}x$$
$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(x)\,\mathrm{d}x = \sin(\pi/2) - \sin(-\pi/2) = 1 - (-1) = 2$$
$$\int_{0}^{2\pi} \sin(x)\,\mathrm{d}x = -\cos(2\pi) + \cos(0) = 0$$

Q. [areaCUB1]



Après avoir calculé l'abscisse du point d'intersection des deux courbes, calculer la surface de la région plane coloriée dans la figure ci-contre (attention : graphe non à l'échelle).

■ $\frac{81}{4}$ ☐ $-\frac{81}{4}$ ☐ 81 ☐ 1 ☐ $\frac{81}{2}$ ☐ Autre

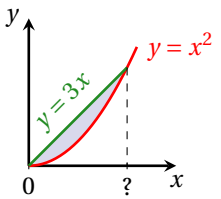
Solution : Cherchons d'abord l'abscisse du point d'intersection entre $y = x^3$ et $y = \beta x$:

$$x^3 = \beta x \iff x(x^2 - \beta) = 0 \iff x(x^2 - \alpha^2) = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = \alpha \text{ ou } x = -\alpha$$

ayant noté α tel que $\alpha^2 = \beta$. On peut alors calculer la surface :

$$\int_0^\alpha \beta x - x^3 \, \mathrm{d}x = \left[\beta \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right]_0^\alpha = \beta \frac{\alpha^2}{2} - \frac{\alpha^4}{4} = \frac{\beta^2}{2} - \frac{\beta^2}{4} = \frac{\beta^2}{4}$$

Q. [areaPAR1]



Après avoir calculé l'abscisse du point d'intersection des deux courbes, calculer la surface de la région plane coloriée dans la figure ci-contre (attention : graphe non à l'échelle).

■ $\frac{9}{2}$ ☐ $-\frac{9}{4}$ ☐ 27 ☐ 1 ☐ $\frac{27}{2}$ ☐ Autre

Solution : Cherchons d'abord l'abscisse du point d'intersection entre $y = x^2$ et $y = \gamma x$:

$$x^2 = \gamma x \iff x(x - \gamma) = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = \gamma.$$

On peut alors calculer la surface :

$$\int_0^\gamma \gamma x - x^2 \, \mathrm{d}x = \left[\gamma \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_0^\gamma = \gamma \frac{\gamma^2}{2} - \frac{\gamma^3}{3} = \frac{\gamma^3}{2} - \frac{\gamma^3}{3} = \frac{\gamma^3}{6}$$

Q. [acceleration1] Une particule a une accélération de $a(t) = 2t$. Si, à l'instant $t = 1$, sa vitesse est $v(1) = 8$ et la distance parcourue depuis le point initial est $s(1) = 10$, quelle distance aura-t-elle parcourue à l'instant $t = 2$?

■ $\frac{58}{3}$ ☐ $\frac{28}{3}$ ☐ $\frac{34}{3}$ ☐ $\frac{17}{3}$ ☐ 20 ☐ 16 ☐ Autre réponse

Solution : $a(t) = v'(t) = 2t$ donc $v(t) = t^2 + c_1$.
$v(t) = s'(t)$ donc $s(t) = \frac{t^3}{3} + c_1 t + c_2$.
Puisque $v(1) = A$ alors $c_1 = A - 1$.
Puisque $s(1) = B$ alors $c_2 = B - \frac{1}{3} - (A - 1)$.
Conclusion : $s(2) = \frac{8}{3} + 2(A - 1) + B - \frac{1}{3} - (A - 1) = \frac{4}{3} + A + B$.

Q. [ineg1] Si $A=\dfrac{3^{2019}-1}{9^{2019}-3^{2019}+1}$ et $B=\dfrac{3^{2019}+1}{9^{2019}+3^{2019}+1}$ alors

☐ $A>B$ ■ $A<B$ ☐ $A=B$

Solution : Posons $x=3^{2019}>0$ alors $A=\dfrac{x-1}{x^2-x+1}$ et $B=\dfrac{x+1}{x^2+x+1}$ ainsi

$$A-B=\frac{(x-1)(x^2+x+1)-(x+1)(x^2-x+1)}{(x^2-x+1)(x^2+x+1)}=\frac{(x^3+x^2+x-x^2-x-1)-(x^3-x^2+x+x^2-x+1)}{(x^2-x+1)(x^2+x+1)}=\frac{-2}{(x^2-x+1)(x^2+x+1)}<0$$

Q. [ineg2] Si $A=\dfrac{3^{2019}+1}{9^{2019}+3^{2019}+1}$ et $B=\dfrac{3^{2019}-1}{9^{2019}-3^{2019}+1}$ alors

☐ $A<B$ ■ $A>B$ ☐ $A=B$

Solution : Posons $x=3^{2019}>0$ alors $A=\dfrac{x+1}{x^2+x+1}$ et $B=\dfrac{x-1}{x^2-x+1}$ ainsi

$$B-A=\frac{(x-1)(x^2+x+1)-(x+1)(x^2-x+1)}{(x^2-x+1)(x^2+x+1)}=\frac{(x^3+x^2+x-x^2-x-1)-(x^3-x^2+x+x^2-x+1)}{(x^2-x+1)(x^2+x+1)}=\frac{-2}{(x^2-x+1)(x^2+x+1)}<0$$

Q. [inegTER1] Si $A=2^{2019}$ et $B=2^{2020}$ alors

☐ $\ln(A^B)<\ln(B^A)$ ■ $\ln(A^B)>\ln(B^A)$ ☐ $\ln(A^B)=\ln(B^A)$

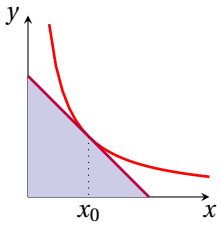
Solution : $\dfrac{\ln(A^B)}{\ln(B^A)}=\dfrac{B\ln(A)}{A\ln(B)}=\dfrac{2^{2020}\times 2019\times\ln(2)}{2^{2019}\times 2020\times\ln(2)}=2\times\dfrac{2019}{2020}>2\times\dfrac{1010}{2020}=1$

Q. [inegTER2] Si $A=2^{2020}$ et $B=2^{2019}$ alors

☐ $\ln(A^B)>\ln(B^A)$ ■ $\ln(A^B)<\ln(B^A)$ ☐ $\ln(A^B)=\ln(B^A)$

Solution : $\dfrac{\ln(A^B)}{\ln(B^A)}=\dfrac{B\ln(A)}{A\ln(B)}=\dfrac{2^{2019}\times 2020\times\ln(2)}{2^{2020}\times 2019\times\ln(2)}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2020}{2019}<\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2020}{1010}=1$

Q. [deriveedessin]

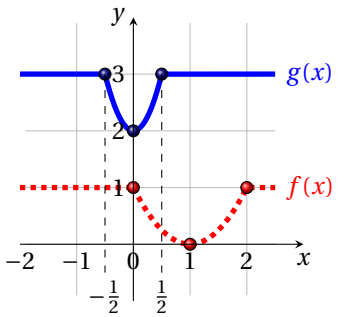


L'aire du triangle compris entre les axes et la droite tangente au graphe de $f(x)=\dfrac{1}{x}$ est constante quel qu'il soit le point x_0. Que vaut cette aire ?

■ 2 ☐ 1 ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ 3 ☐ 0 ☐ Autre réponse

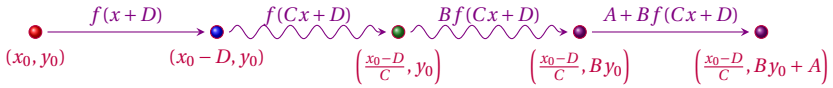
Solution : La droite tangente au graphe de $f(x)=\frac{1}{x}$ au point x_0 a pour équation $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)=\frac{x_0-x}{x_0^2}+\frac{1}{x_0}=\frac{2x_0-x}{x_0^2}=\frac{2}{x_0}-\frac{x}{x_0^2}$. Cette droite intersecte l'axe des ordonnes en $\left(0,\frac{2}{x_0}\right)$ et l'axe des abscisses en $(2x_0,0)$. Ce triangle a donc pour aire $\frac{2x_0\times\frac{2}{x_0}}{2}=2$.
Pour répondre à la question, il n'est pas nécessaire de considérer x_0 quelconque mais il suffit de prendre un x_0 particulier, par exemple $x_0=1$.

Q. [fct-1] ★ En pointillé le graphe de $x\mapsto f(x)$ et en ligne pleine le graphe de $x\mapsto g(x)=A+Bf(Cx+D)$. Cocher les valeurs de A, B, C et D.



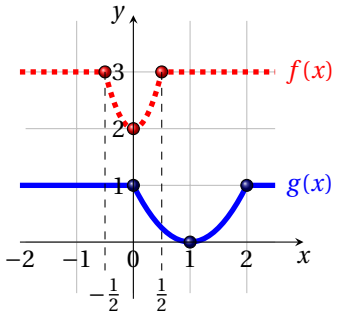
☐ $A=-2$	☐ $B=-2$	☐ $C=-2$	☐ $D=-2$
☐ $A=-1$	☐ $B=-1$	☐ $C=-1$	☐ $D=-1$
☐ $A=0$	☐ $B=0$	☐ $C=0$	☐ $D=0$
☐ $A=1$	■ $B=1$	☐ $C=1$	■ $D=1$
■ $A=2$	☐ $B=2$	■ $C=2$	☐ $D=2$
☐ $A=3$	☐ $B=3$	☐ $C=3$	☐ $D=3$
☐ $A=4$	☐ $B=4$	☐ $C=4$	☐ $D=4$

Solution : Pour tracer le graphe de $g(x)=A+Bf(Cx+D)$ à partir du graphe de $y=f(x)$ on va déplacer un point de coordonnée (x_0,y_0) comme suit :



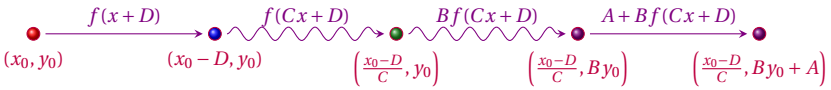
Si le point $(x_{\text{old}},y_{\text{old}})$ du graphe de f est déplacé en le point $(x_{\text{new}}=\frac{x_0-D}{C},y_{\text{new}}=By_0+A)$ du graphe de f, on a les deux équations linéaires $x_{\text{new}}C+D=x_{\text{old}}$ et $By_{\text{old}}=y_{\text{new}}-A$ en les inconnues A, B, C et D.
Le point $(1,0)$ est envoyé en $(0,2)$ donc $0=\frac{1-D}{C}$ et $2=B\times 0+A$ ainsi $D=1$ et $A=2$.
Le point $(0,1)$ est envoyé en $(-\frac{1}{2},3)$ donc $-\frac{1}{2}=\frac{0-D}{C}$ et $3=B\times 1+A$ ainsi $C=2$ et $B=1$.

Q. [fct-1bis] ☆ En pointillé le graphe de $x \mapsto f(x)$ et en ligne pleine le graphe de $x \mapsto g(x) = A + Bf(Cx+D)$. Cocher les valeurs de A, B, C et D.



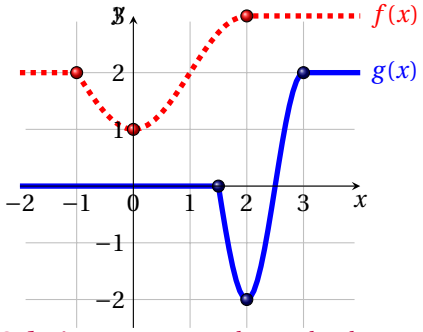
■ $A=-2$	□ $B=-2$	□ $C=-1$	□ $D=-1$
□ $A=-1$	□ $B=-1$	□ $C=-0.5$	■ $D=-0.5$
□ $A=0$	□ $B=0$	□ $C=0$	□ $D=0$
□ $A=1$	■ $B=1$	■ $C=0.5$	□ $D=0.5$
□ $A=2$	□ $B=2$	□ $C=1$	□ $D=1$
□ $A=3$	□ $B=3$	□ $C=1.2$	□ $D=1.5$
□ $A=4$	□ $B=4$	□ $C=2$	□ $D=2$

Solution : Pour tracer le graphe de $g(x) = A+Bf(Cx+D)$ à partir du graphe de $y = f(x)$ on va déplacer un point de coordonnée (x_0, y_0) comme suit :



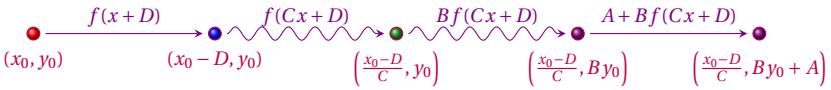
Si le point $(x_{\text{old}}, y_{\text{old}})$ du graphe de f est déplacé en le point $(x_{\text{new}} = \frac{x_0-D}{C}, y_{\text{new}} = By_0 + A)$ du graphe de f, on a les deux équations linéaires $x_{\text{new}}C + D = x_{\text{old}}$ et $By_{\text{old}} = y_{\text{new}} - A$ en les inconnues A, B, C et D.
Le point $(-\frac{1}{2}, 3)$ est envoyé en $(0,1)$ donc $0 = \frac{-\frac{1}{2}-D}{C}$ et $1 = 3B + A$ ainsi $D = -\frac{1}{2}$ et $A = 1 - 3B$.
Le point $(0,2)$ est envoyé en $(1,0)$ donc $1 = \frac{0-D}{C}$ et $0 = 2B + A$ ainsi $C = -D = \frac{1}{2}$ et $A = -2B = 1 - 3B$ donc $B = 1$ et $A = -2$.

Q. [fct-2bis] En pointillé le graphe de $x \mapsto f(x)$ et en ligne pleine le graphe de $x \mapsto g(x) = A+Bf(Cx+D)$. Cocher les valeurs de A, B, C et D.



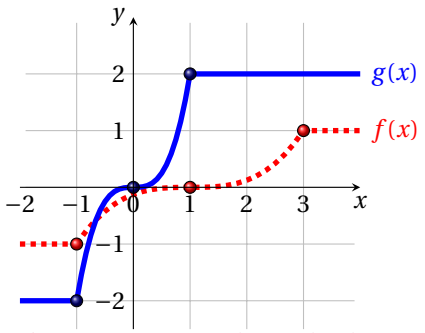
■ $A=-4$	□ $B=-4$	□ $C=-4$	■ $D=-4$
□ $A=-3$	□ $B=-3$	□ $C=-3$	□ $D=-3$
□ $A=-2$	□ $B=-2$	□ $C=-2$	□ $D=-2$
□ $A=-1$	□ $B=-1$	□ $C=-1$	□ $D=-1$
□ $A=0$	□ $B=0$	□ $C=0$	□ $D=0$
□ $A=1$	□ $B=1$	□ $C=1$	□ $D=1$
□ $A=2$	■ $B=2$	■ $C=2$	□ $D=2$

Solution : Pour tracer le graphe de $g(x) = A+Bf(Cx+D)$ à partir du graphe de $y = f(x)$ on va déplacer un point de coordonnée (x_0, y_0) comme suit :



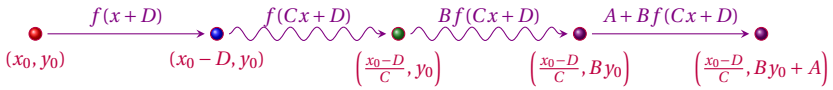
Si le point $(x_{\text{old}}, y_{\text{old}})$ du graphe de f est déplacé en le point $(x_{\text{new}} = \frac{x_0-D}{C}, y_{\text{new}} = By_0 + A)$ du graphe de f, on a les deux équations linéaires $x_{\text{new}}C + D = x_{\text{old}}$ et $By_{\text{old}} = y_{\text{new}} - A$ en les inconnues A, B, C et D.
Le point $(-1,2)$ est envoyé en $(1.5,0)$ donc $\frac{3}{2} = \frac{-1-D}{C}$ et $0 = B \times 2 + A$ ainsi $A = -2B$ et $\frac{3}{2}C + D = 1$.
Le point $(0,1)$ est envoyé en $(2,-2)$ donc $2 = \frac{0-D}{C}$ et $-2 = B + A$ ainsi $D = -2C = -4$, $C = 2$, $B = 2$ et $A = -4$.

Q. [fct-2] En pointillé le graphe de $x \mapsto f(x)$ et en ligne pleine le graphe de $x \mapsto g(x) = A + Bf(Cx+D)$. Cocher les valeurs de A, B, C et D.



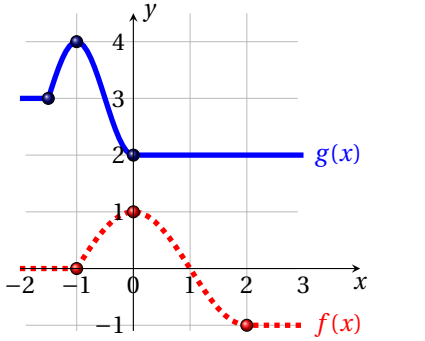
☐ $A=-2$	☐ $B=-2$	☐ $C=-2$	☐ $D=-2$
☐ $A=-1$	☐ $B=-1$	☐ $C=-1$	☐ $D=-1$
■ $A=0$	☐ $B=0$	☐ $C=0$	☐ $D=0$
☐ $A=1$	☐ $B=1$	☐ $C=1$	■ $D=1$
☐ $A=2$	■ $B=2$	■ $C=2$	☐ $D=2$
☐ $A=3$	☐ $B=3$	☐ $C=3$	☐ $D=3$
☐ $A=4$	☐ $B=4$	☐ $C=4$	☐ $D=4$

Solution : Pour tracer le graphe de $g(x) = A + Bf(Cx+D)$ à partir du graphe de $y = f(x)$ on va déplacer un point de coordonnée (x_0, y_0) comme suit :



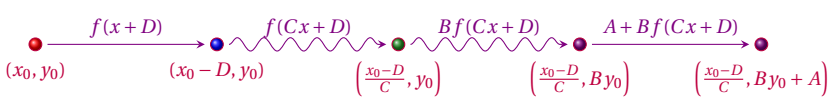
Si le point $(x_{\text{old}}, y_{\text{old}})$ du graphe de f est déplacé en le point $(x_{\text{new}} = \frac{x_0-D}{C}, y_{\text{new}} = By_0 + A)$ du graphe de f, on a les deux équations linéaires $x_{\text{new}}C + D = x_{\text{old}}$ et $By_{\text{old}} = y_{\text{new}} - A$ en les inconnues A, B, C et D.
Le point $(1,0)$ est envoyé en $(0,0)$ donc $0 = \frac{1-D}{C}$ et $0 = B \times 0 + A$ ainsi $A = 0$ et $D = 1$.
Le point $(3,1)$ est envoyé en $(1,2)$ donc $1 = \frac{3-D}{C}$ et $2 = B \times 1 + A$ ainsi $C = 2$ et $B = 2$.

Q. [fct-3] En pointillé le graphe de $x \mapsto f(x)$ et en ligne pleine le graphe de $x \mapsto g(x) = A + Bf(Cx+D)$. Cocher les valeurs de A, B, C et D.



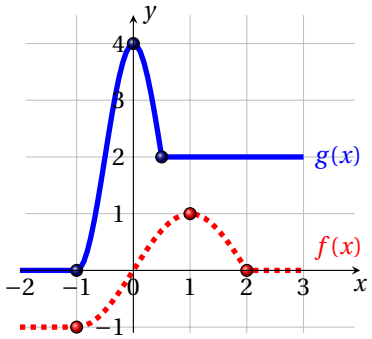
☐ $A=-2$	☐ $B=-2$	☐ $C=-2$	☐ $D=-2$
☐ $A=-1$	☐ $B=-1$	☐ $C=-1$	☐ $D=-1$
☐ $A=0$	☐ $B=0$	☐ $C=0$	☐ $D=0$
☐ $A=1$	■ $B=1$	☐ $C=1$	☐ $D=1$
☐ $A=2$	☐ $B=2$	■ $C=2$	■ $D=2$
■ $A=3$	☐ $B=3$	☐ $C=3$	☐ $D=3$
☐ $A=4$	☐ $B=4$	☐ $C=4$	☐ $D=4$

Solution : Pour tracer le graphe de $g(x) = A + Bf(Cx+D)$ à partir du graphe de $y = f(x)$ on va déplacer un point de coordonnée (x_0, y_0) comme suit :



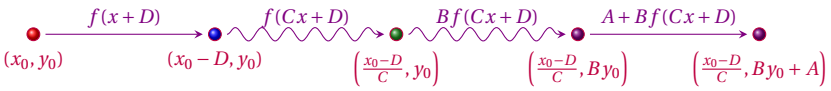
Si le point $(x_{\text{old}}, y_{\text{old}})$ du graphe de f est déplacé en le point $(x_{\text{new}} = \frac{x_0-D}{C}, y_{\text{new}} = By_0 + A)$ du graphe de f, on a les deux équations linéaires $x_{\text{new}}C + D = x_{\text{old}}$ et $By_{\text{old}} = y_{\text{new}} - A$ en les inconnues A, B, C et D.
Le point $(2,-1)$ est envoyé en $(0,2)$ donc $0 = \frac{2-D}{C}$ et $2 = -B + A$ ainsi $A = B + 2$ et $D = 2$.
Le point $(0,1)$ est envoyé en $(-1,4)$ donc $-1 = \frac{0-D}{C}$ et $4 = B \times 1 + A$ ainsi $C = 2$ et $A = 4 - B = 3$ et $B = 1$.

Q. [fct-4] En pointillé le graphe de $x \mapsto f(x)$ et en ligne pleine le graphe de $x \mapsto g(x) = A + Bf(Cx+D)$. Cocher les valeurs de A, B, C et D.



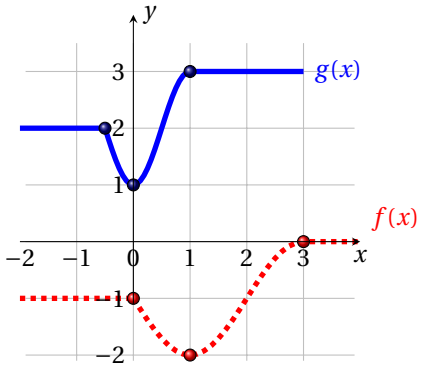
☐ $A=-2$	☐ $B=-2$	☐ $C=-2$	☐ $D=-2$
☐ $A=-1$	☐ $B=-1$	☐ $C=-1$	☐ $D=-1$
☐ $A=0$	☐ $B=0$	☐ $C=0$	☐ $D=0$
☐ $A=1$	☐ $B=1$	☐ $C=1$	■ $D=1$
■ $A=2$	■ $B=2$	■ $C=2$	☐ $D=2$
☐ $A=3$	☐ $B=3$	☐ $C=3$	☐ $D=3$
☐ $A=4$	☐ $B=4$	☐ $C=4$	☐ $D=4$

Solution : Pour tracer le graphe de $g(x) = A + Bf(Cx+D)$ à partir du graphe de $y = f(x)$ on va déplacer un point de coordonnée (x_0, y_0) comme suit :



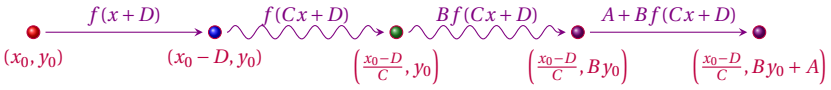
Si le point $(x_{\text{old}}, y_{\text{old}})$ du graphe de f est déplacé en le point $(x_{\text{new}} = \frac{x_0-D}{C}, y_{\text{new}} = By_0 + A)$ du graphe de f, on a les deux équations linéaires $x_{\text{new}}C + D = x_{\text{old}}$ et $By_{\text{old}} = y_{\text{new}} - A$ en les inconnues A, B, C et D.
Le point $(-1,-1)$ est envoyé en $(-1,0)$ donc $-1 = \frac{-1-D}{C}$ et $0 = -B + A$ ainsi $A = B$ et $C = D+1$.
Le point $(1,1)$ est envoyé en $(0,4)$ donc $0 = \frac{1-D}{C}$ et $4 = B \times 1 + A$ ainsi $D = 1$, $C = 2$ et $A = B = 2$.

Q. [fct-5] En pointillé le graphe de $x \mapsto f(x)$ et en ligne pleine le graphe de $x \mapsto g(x) = A + Bf(Cx+D)$. Cocher les valeurs de A, B, C et D.



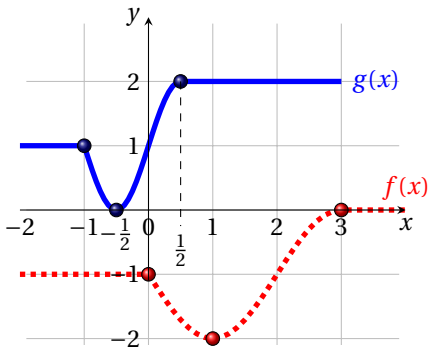
☐ $A=-2$	☐ $B=-2$	☐ $C=-2$	☐ $D=-2$
☐ $A=-1$	☐ $B=-1$	☐ $C=-1$	☐ $D=-1$
☐ $A=0$	☐ $B=0$	☐ $C=0$	☐ $D=0$
☐ $A=1$	■ $B=1$	☐ $C=1$	■ $D=1$
☐ $A=2$	☐ $B=2$	■ $C=2$	☐ $D=2$
■ $A=3$	☐ $B=3$	☐ $C=3$	☐ $D=3$
☐ $A=4$	☐ $B=4$	☐ $C=4$	☐ $D=4$

Solution : Pour tracer le graphe de $g(x) = A + Bf(Cx+D)$ à partir du graphe de $y = f(x)$ on va déplacer un point de coordonnée (x_0, y_0) comme suit :



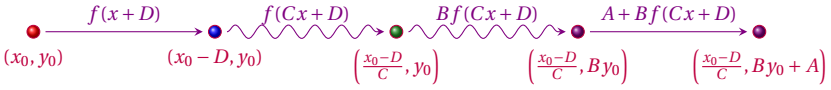
Si le point $(x_{\text{old}}, y_{\text{old}})$ du graphe de f est déplacé en le point $(x_{\text{new}} = \frac{x_0-D}{C}, y_{\text{new}} = By_0 + A)$ du graphe de f, on a les deux équations linéaires $x_{\text{new}}C + D = x_{\text{old}}$ et $By_{\text{old}} = y_{\text{new}} - A$ en les inconnues A, B, C et D.
Le point $(1,-2)$ est envoyé en $(0,1)$ donc $0 = \frac{1-D}{C}$ et $1 = -2B + A$ ainsi $A = 1 + 2B$ et $D = 1$.
Le point $(3,0)$ est envoyé en $(1,3)$ donc $1 = \frac{3-D}{C}$ et $3 = B \times 0 + A$ ainsi $C = 2$, $A = 3$ et $B = 1$.

Q. [fct-6] En pointillé le graphe de $x \mapsto f(x)$ et en ligne pleine le graphe de $x \mapsto g(x) = A + Bf(Cx+D)$. Cocher les valeurs de A, B, C et D.



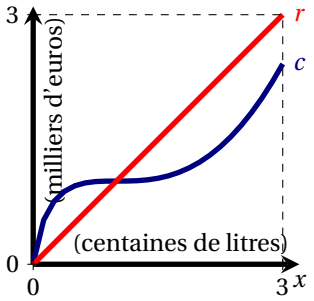
☐ $A=-2$	☐ $B=-2$	☐ $C=-2$	☐ $D=-2$
☐ $A=-1$	☐ $B=-1$	☐ $C=-1$	☐ $D=-1$
☐ $A=0$	☐ $B=0$	☐ $C=0$	☐ $D=0$
☐ $A=1$	■ $B=1$	☐ $C=1$	☐ $D=1$
■ $A=2$	☐ $B=2$	■ $C=2$	■ $D=2$
☐ $A=3$	☐ $B=3$	☐ $C=3$	☐ $D=3$
☐ $A=4$	☐ $B=4$	☐ $C=4$	☐ $D=4$

Solution : Pour tracer le graphe de $g(x) = A + Bf(Cx+D)$ à partir du graphe de $y = f(x)$ on va déplacer un point de coordonnée (x_0, y_0) comme suit :



Si le point $(x_{\text{old}}, y_{\text{old}})$ du graphe de f est déplacé en le point $(x_{\text{new}} = \frac{x_0-D}{C}, y_{\text{new}} = By_0 + A)$ du graphe de f, on a les deux équations linéaires $x_{\text{new}}C + D = x_{\text{old}}$ et $By_{\text{old}} = y_{\text{new}} - A$ en les inconnues A, B, C et D.
Le point $(0,-1)$ est envoyé en $(-1,1)$ donc $-1 = \frac{0-D}{C}$ et $1 = -B + A$ ainsi $D = C$, $A = B + 1$.
Le point $(3,0)$ est envoyé en $(\frac{1}{2},2)$ donc $\frac{1}{2} = \frac{3-D}{C}$ et $2 = B \times 0 + A$ ainsi $A = 2$ (et $B = 1$) et $D = C = 2$.

Un glacier commercialise des glaces. Il peut en produire entre 0 et 300 litres par semaine. Cette production est vendue dans sa totalité.
Notons x le nombre de centaines de litres de glace.
Le coût total de fabrication (en milliers d'euros) est modélisé par la fonction $c :]0;3] \to \mathbb{R}$ définie par $c(x) = x^2 - 2x\ln(x)$.
La recette, i.e. le prix de vente (en milliers d'euros) est donnée par la fonction $r :]0;3] \to \mathbb{R}$ linéaire telle que $r(0) = 0$ et $r(3) = 3$.
Le bénéfice b (en milliers d'euros) est la différence entre la recette r et le coût c.
Répondre aux trois questions suivantes.



Q. [pb1] Le prix de vente en euros de 100 litres de glace est

■ 1000 € ☐ 100 € ☐ 1 € ☐ 3 € ☐ 300 € ☐ Autre réponse

Solution : 100 litres de glace $\implies x = 1$; $r(x) = x$; $r(1) = 1$ milliers d'euros donc le prix est 1000 €

Q. [pb2] Combien doit-on produire au minimum de litres de glace pour dégager un bénéfice ?

■ 100 L ☐ 1 L ☐ 10 L ☐ 0 L ☐ Autre réponse

Solution : Pour $x \in]0,3]$, $b(x) = r(x) - c(x) = x - x^2 + 2x\ln(x) = x(1 - x + 2\ln(x)) > 0$ ssi $2\ln(x) > x - 1$ ssi $x > 1$

Q. [pb3] Donner la valeur moyenne (arrondie à l'euro) du coût total de production pour une production comprise entre 100 et 300 litres, c'est-à-dire calculer $\frac{1000}{3-1}\int_1^3 c(x)\,\mathrm{d}x$. [On considérera $9\ln(3) \approx 9.88$]

■ 1390 € ☐ 2770 € ☐ 2.77 € ☐ 1266€ ☐ Autre réponse

Solution :

$$\begin{aligned}\int c(x)\,\mathrm{d}x &= \int x^2 - 2x\ln(x)\,\mathrm{d}x\\ &= \frac{x^3}{3} - 2\int x\ln(x)\,\mathrm{d}x\\ &= \frac{x^3}{3} - 2\left[\frac{x^2}{2}\ln(x) - \int \frac{x}{2}\,\mathrm{d}x\right]\\ &= \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x^2\ln(x)\end{aligned}$$

ainsi

$$\begin{aligned}\frac{1000}{3-1}\int_1^3 c(x)\,\mathrm{d}x &= 500\left[\left(\frac{27}{3}+\frac{9}{2}-9\ln(3)\right)-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-0\right)\right]\\ &= 500\left[\frac{26}{3}+4-9\ln(3)\right]\\ &= 500\left[\frac{38}{3}-9\ln(3)\right]\\ &= 500\left[\frac{39}{3}-\frac{1}{3}-9\ln(3)\right]\\ &\approx 500\times(12.66-9.88) = 500\times 2.78 = \frac{2780}{2} = 1390.\end{aligned}$$