IUT de Toulon **Nom :** **Prénom :**
GEII2APP

Devoir d'Outils Logiciels du S3 - Sujet 1

Le logiciel Maxima ou un tableur pourra être utilisé pour **vérifier** le calculs.

Exercice 1 Soit A_β, la matrice définie par : $A_\beta = \begin{pmatrix} 1 & \beta & \beta \\ 1 & \beta^2 & 1 \\ \beta & \beta & 1 \end{pmatrix}$ où m est un réel.

1) Calculer le déterminant de la matrice A_β, puis écrire le résultat sous forme factorisée.

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

2) Pour quelles valeurs de β la matrice A_β est-elle inversible ?

….....

….....

….....

….....

3) Soit le système suivant : $S_m \begin{cases} x + \beta y + \beta z = -5 \\ x + \beta^2 y + z = \beta \\ \beta x + \beta y + z = \beta^2 + 3 \end{cases}$

a) Résoudre matriciellement ce système lorsque $\beta = 2$ (on explicitera les calculs)
b) Résoudre ce système lorsque $\beta = -2$.
c) Résoudre ce système lorsque $\beta = 1$.

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

Exercice 2

1) Diagonaliser, si c'est possible et en le justifiant, la matrice A suivante : $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -15 & -4 & -5 \\ 9 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ (on précisera les valeurs propres, les vecteurs propres, la matrice diagonale (en plaçant les valeurs sur la diagonale dans l'ordre croissant), la matrice de passage.)

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

2) Utiliser les résultats du **1)** pour résoudre matriciellement le système différentiel suivant :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x + y + z \\ \frac{dy}{dt} = -15x - 4y - 2z \text{ avec x(0) = 0 et y(0) = z(0)=1} \\ \frac{dz}{dt} = 9x + 3y + 4z \end{cases}$$

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

Nom : **Prénom :** …

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

…….

Exercice 3

Etant donné un réel m, on considère la matrice B_m, définie par : $B_m = \begin{pmatrix} 4 & m-1 & -6 \\ 0 & m+2 & 0 \\ 1 & 2-2m & -3 \end{pmatrix}$ où m est un réel.

1) Déterminer les valeurs propres de B_m

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

2) Etudier, suivant les valeurs de m si la matrice B_m est diagonalisable ou non.

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....

….....