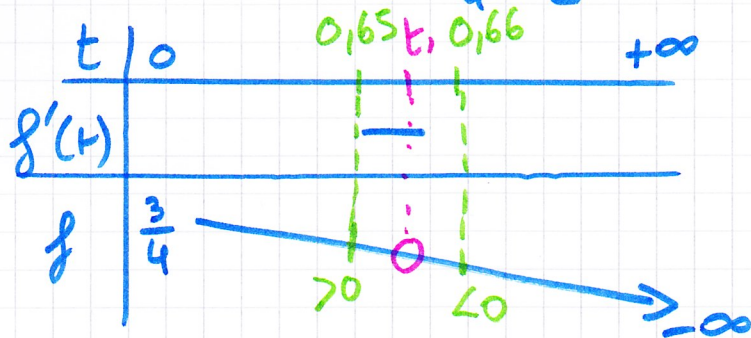


① $f(t) = 1 - t - \frac{1}{4} e^{t/2} \quad \forall t \geq 0.$

$f'(t) = -1 - \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} e^{t/2} = -1 - \frac{1}{8} e^{t/2} < 0 \quad \forall t \geq 0.$



$f(0) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = "1 - \infty - \infty" = -\infty.$

D'après le théorème de monotonie:

f est continue sur $[0; +\infty[$, strictement décroissante sur $[0; +\infty[$ et $f(0) > 0$; $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) < 0$

Alors l'équation $f(t) = 0$ possède une unique solution $t_1 \in [0; +\infty[$.

$f(0,65) \approx 0,004$

$f(0,66) \approx -0,009$

On applique à nouveau le théorème de monotonie sur $[0,65; 0,66]$. La solution unique de l'équation $f(t) = 0$ se trouve dans l'intervalle $[0,65; 0,66]$.

② $f(t) \geq 0 \quad \forall t \in [0; t_1]$

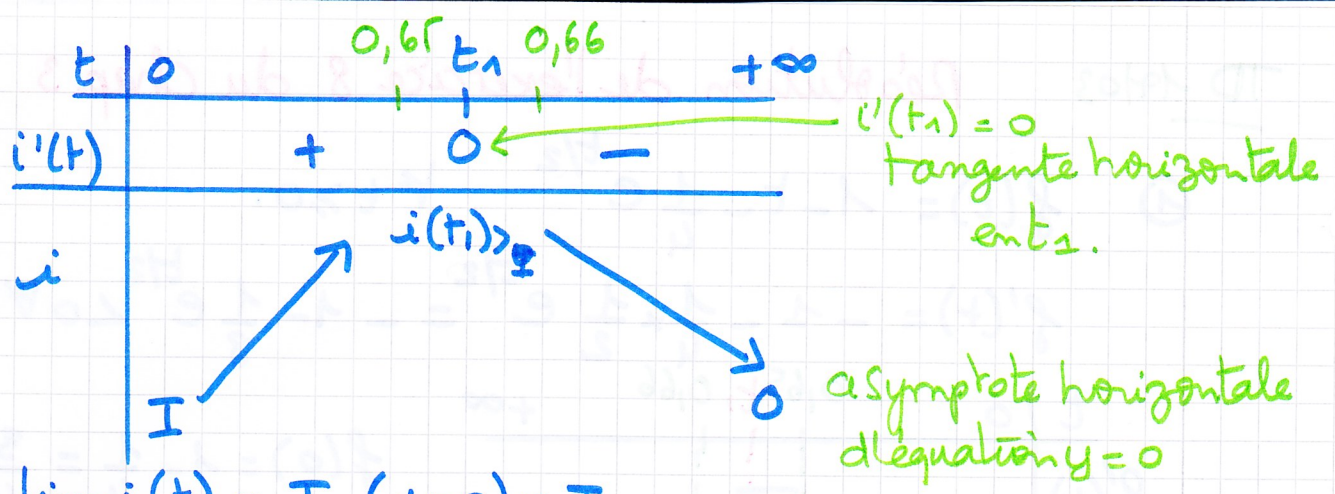
et $f(t) \leq 0 \quad \forall t \in [t_1; +\infty[$

③ $i(t) = I \cdot (e^{-t/2} + \underbrace{2t \cdot e^{-t}}_{u \cdot v}); \quad I > 0$

$i'(t) = I \cdot (-\frac{1}{2} e^{-t/2} + \underbrace{2e^{-t}}_{u'v} - \underbrace{2t e^{-t}}_{uv'})$

$= I \cdot 2 \cdot e^{-t} (-\frac{1}{4} e^{t/2} + 1 - t)$

$i'(t) = 2I \cdot e^{-t} \cdot f(t)$ est donc du signe de $f(t)$.



$\lim_{t \rightarrow 0} i(t) = I \cdot (1 + 0) = I$

$\lim_{t \rightarrow +\infty} i(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} I \left(\underbrace{e^{-t/2}}_{\rightarrow 0} + \underbrace{2t \cdot e^{-t}}_{\rightarrow 0 \times 0} \right) = 0$

(FI) l'exponentielle l'emporte sur le polynôme, donc $\lim_{t \rightarrow +\infty} t \cdot e^{-t} = 0$

