Corrigé de l'exercice 6
1FTP

Exercice 6

Notes

① Résoudre : $r + \dfrac{rx}{r+x} = x$ où $x, r > 0$

Méth 1 $\times (r+x)$

$r(r+x) + rx = x(r+x)$

$r^2 + rx + \cancel{rx} = \cancel{rx} + x^2$

$x^2 - rx - r^2 = 0$

Méth 2

$\dfrac{rx}{r+x} = x - r$ $\quad \times (r+x)$

$rx = (r+x)(x-r)$

$rx = (x+r)(x-r)$ Identité remarquable

$rx = x^2 - r^2$

On résout : $x^2 - rx - r^2 = 0$ il s'agit d'un polynôme de degré 2

$(ax^2 + bx + c = 0)$

Notes

$$x^2 - rx - r^2 = 0 \qquad \begin{cases} a = 1 \\ b = -r \\ c = -r^2 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-r)^2 - 4 \times 1 \times (-r^2)$$

$$= r^2 + 4r^2$$

$$\underline{\Delta = 5r^2} > 0$$

$\sqrt{5} . \sqrt{r^2} = r\sqrt{5}$ car $r>0$

L'équation a donc deux solutions : $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{r - \sqrt{5r^2}}{2}$

Donc $\begin{cases} x_1 = \dfrac{r - r\sqrt{5}}{2} = \underline{r . \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}} < \text{car } \sqrt{5} > 1. \\ x_2 = \underline{r . \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}} > 0 \end{cases}$

La résistance x, cherchée est donc : $\boxed{x = r . \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}}$

AN $x = 10 \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} = 5(1+\sqrt{5}) \simeq \underline{16,18\ \Omega}$.

Exercice 6

Notes

② Résoudre : $r + \dfrac{rx}{r+x} \geq x$ où $x, r > 0$

Méth 1 $\times (r+x) > 0$

$r(r+x) + rx \geq x(r+x)$

$r^2 + rx + \cancel{rx} \geq \cancel{rx} + x^2$

$x^2 - rx - r^2 \leq 0$

Méth 2 $\downarrow -r$

$\dfrac{rx}{r+x} \geq x - r$ $\quad \downarrow \times (r+x) > 0$

$rx \geq (r+x)(x-r)$

$rx \geq (x+r)(x-r)$ $\quad \downarrow$ Identité remarquable

$rx \geq x^2 - r^2$

On résout : $x^2 - rx - r^2 \leq 0$ il s'agit d'un polynôme de degré 2

en ① on a obtenu : $x_1 = r\,\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = r\,\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

Notes

x		$x_1<0$		$x_2>0$	
x^2-rx-r^2	$+$	0	$-$	0	$+$

signe de $-a$

Signe de $a = 1 > 0$

Mathématiquement : $x^2-rx-r^2 \leq 0 \iff x \in [x_1 ; x_2]$

Avec le contexte du GEII : $x>0$

L'ensemble des résistances x cherchées est donc : $]0 ; x_2]$

soit $]0 ; r.\frac{1+\sqrt{5}}{2}]$

AN $]0 ; 5(1+\sqrt{5})]$.