Corrigé du Test d'évaluation

a) Compléter la formule : $(a.b)^n =$ $a^n . b^n$

b) Ecrire les nombres suivants en notation scientifique : (rappel : $0{,}03 = 3 \times 10^{-2}$ en notation scientifique)

$A = 3 \times 2^3 \times 10^2 \times 5^3 =$ $(2 \times 5)^3 \times 3 \times 10^2 = 3 \times 10^3 \times 10^2 = 3 . 10^5$

$B = (3 \times 10^5)^2 =$ $3^2 . (10^5)^2 = 9 . 10^{10}$

$C = \dfrac{(2^2 \times 5^2)^4}{10^{10}} =$ $\dfrac{(10^2)^4}{10^{10}} = \dfrac{10^8}{10^{10}} = 10^{-2}$

c) Simplifiez les expressions suivantes :

$A = x^2 \times 3x^5 =$ $3x^7$

$B = x^3 + (2.x)^3 =$ $x^3 + 8x^3 = 9x^3$

$C = (x^5)^3 =$ x^{15}

Question 2 Fractions

Simplifiez les nombres et les expressions suivantes :

A $\frac{5\times 1}{5\times 3}+\frac{2}{15}=\frac{7}{15}$

$B=\frac{7}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{2}}{5}=\frac{7}{5}$

$C=\frac{5.x}{\frac{3}{2}}=5x\times\frac{2}{3}=\frac{10x}{3}$

$D=\frac{R}{V}-\frac{5}{2R}=\frac{2R^2-5V}{2VR}$ ......avec V , R≠ 0

$E=\frac{1}{D}=\frac{2VR}{2R^2-5V}$ ......avec D≠ 0

$F=\frac{\frac{5x^2y}{z}}{\frac{10y}{z^2}}=\frac{5x^2y}{z}\times\frac{z^2}{10y}=\frac{x^2z}{2}$ ......avec y,z≠ 0

<u>Question 3</u> Racines carrées : Ecrire sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un nombre entier.

$A = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{\underbrace{45}_{9 \times 5}} - \sqrt{\underbrace{20}_{4 \times 5}}$ = $2\sqrt{5} + 9\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$

<u>Question 4</u> Identités remarquables

a) Développez les formules suivantes :

$(a+b)^2 =$ $a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)(a+b) =$ $a^2 - b^2$

b) Factorisez l'expression suivante :

$a^2 - 2ab + b^2 =$ $(a-b)^2$

c) Développez A, factorisez B et simplifiez C :

$A = (2.x - 6)^2 =$ $(2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 6 + 6^2 = 4x^2 - 24x + 36$

$B = (2x+3)(5x-4) + (2x+3)^2 = (2x+3)(5x-4+2x+3) = (2x+3)(7x-1)$

facteur commun

$C = \dfrac{3(x-1)(x+2)^2}{\underbrace{x^2+4.x+4}_{(x+2)^2}} = 3(x-1)$ avec $x \neq -2$

<u>Question 5</u> Résolvez les équations et inéquations suivantes :

a) $4 - 4R = 16 - 2R \Leftrightarrow 4-16 = 4R-2R \Leftrightarrow 2R = -12 \Leftrightarrow R = -6$

$S = \{-6\}$

b) $X^2 - 2X - 3 = 0$ $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 > 0$

$X_1 = \dfrac{2+4}{2} = 3$ et $X_2 = \dfrac{2-4}{2} = -1$

$S = \{-1 ; 3\}$

c) $2 - 4t < 2t + 8 \Leftrightarrow$ $-6t < 6 \Leftrightarrow t > -1$

$S =]-1\,;+\infty[$

d) $X^2 - 2X - 3 < 0$ (Reprendre les résultats de l'équation b))

On a trouvé $X_1 = -1$ et $X_2 = 3$

X	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
Signe de $X^2 - 2X - 3$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S =]-1\,;3[$

Question 6 Trigonométrie

a) Complétez les formules suivantes :

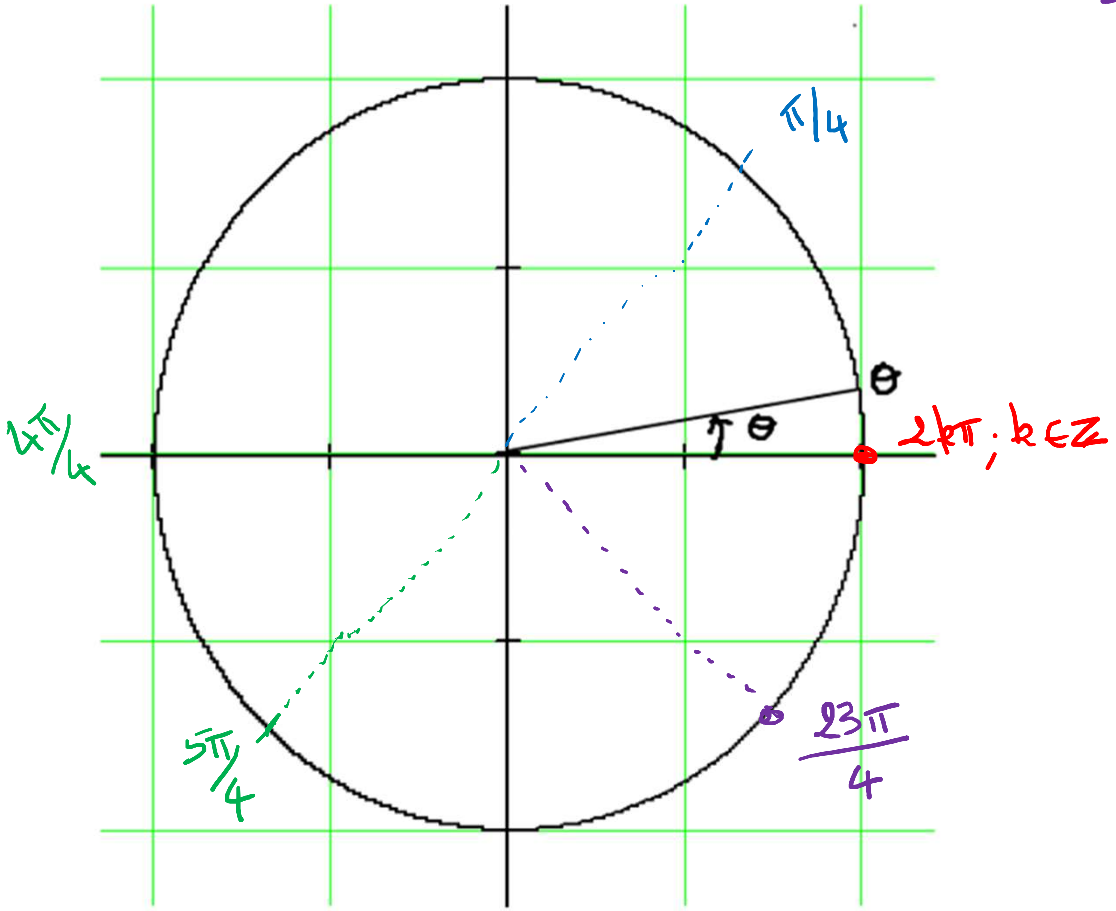
$\cos^2(x) + \sin^2(x) =$ ..1..

$\cos(a+b) =$ ...Cosa.Cosb – sina.sinb..

b) Complétez le cercle trigonométrique ci-dessous, placez sur ce dernier les angles suivants : $\frac{\pi}{4}$; $\frac{5\pi}{4}$; $\frac{23\pi}{4}$; $2k\pi$ où k est un entier relatif ; puis complétez le tableau ci-dessous :

θ	$2k\pi$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{23\pi}{4}$
$\sin\theta$	0	$\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$
$\cos\theta$	1	$\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$
$\tan\theta$	0	1	1	-1

$$\frac{23\pi}{4} = \underbrace{\frac{24\pi}{4}}_{6\pi} - \frac{\pi}{4}$$



Question 7 **Etude de fonctions**

Soit f, la fonction définie par : $f(x) = 4x^3 - 2x + 1$

a) Quel est l'ensemble de définition de f ? ..$\mathbb{R}$..

b) Quel est l'expression de la dérivée de f ? ..$f'(x) = 12x^2 - 2$..

c) Déterminez les limites suivantes : $\lim_{x \to +\infty} f(x) =$ ..$\lim_{x \to +\infty} 4x^3 = +\infty$..................................

$\lim_{x \to -\infty} f(x) =$ ..$\lim_{x \to -\infty} 4x^3 = -\infty$...

Question 8 **Exponentielle et Logarithme**

Simplifiez les expressions suivantes : $A = e^{\ln 3} =$ ..3..

$B = \ln\left(\frac{1}{e}\right) =$ ..$\underbrace{\ln 1}_{0} - \underbrace{\ln e}_{1} = -1$...... $\log(10^{23}) = \frac{\ln(10^{23})}{\ln(10)} =$..$\frac{23 . \ln 10}{\ln 10} = 23$..................................

Question 9 Equation de droites

Les droites D_1 et D_2 sont tracées ci-dessous. Complétez :

La droite D_1 a pour équation : … $y = -2x + 3$ …

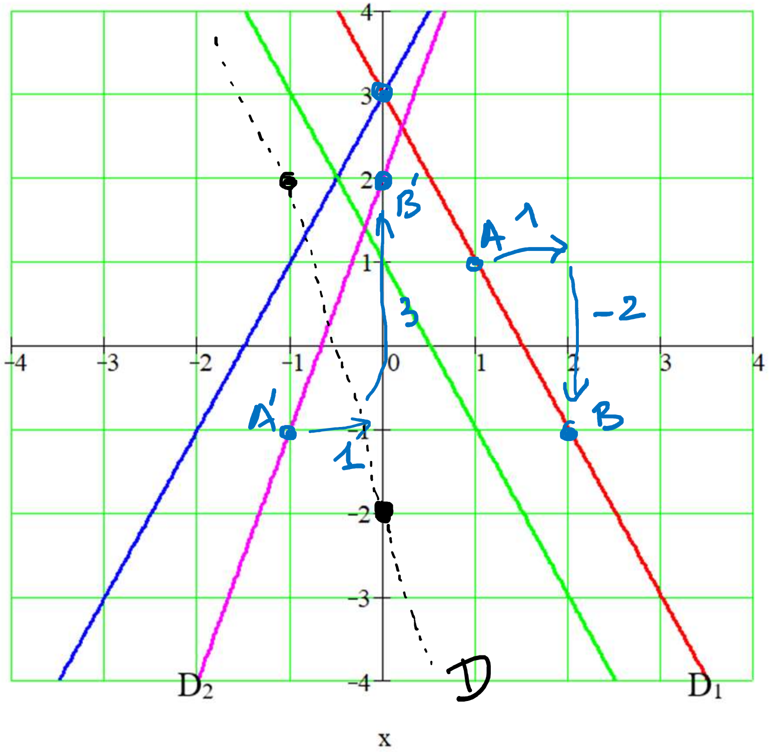
La droite D_2 a pour équation : … $y = 3x + 2$ …

Puis, tracez sur la même figure ci-dessous, la droite d'équation : D : y = -4x - 2

Tracé de

$D : y = -4x - 2$

ordonnée à l'origine



$D_1 : y = ax + b$

$a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-1-1}{2-1} = -2$

b se lit, c'est l'ordonnée à l'origine : $b = 3$

Question 10 Proportionnalité ?

Sur la notice d'un capteur de pression, on peut lire quelques valeurs repères :

	Pression en hecto Pascal	Tension de sortie en Volt
A	P = 0 hPa	Us = 4 V
B	P = 1000 hPa	Us = 2 V
C	P = 1250 hPa	Us = 1,5 V

a) Complétez ce tableau, on pourra expliquer succinctement les calculs ci-dessous :

P et Us ne sont pas proportionnelles.

	ΔP	ΔU_s	
$P_B - P_A$	1000	-2	$U_B - U_A$
$P_C - P_A$	1250	$U_C - 4$	$U_C - U_A$

ΔP et ΔU_s sont proportionnelles :

$$U_C - 4 = \frac{-2 \times 1250}{1000} = \frac{-2500}{1000} = -2,5$$

$$U_C = 4 - 2,5 = 1,5 \text{ V}$$

b) Déterminez l'expression de la tension de sortie U_s en fonction de la pression P (sauf si vous l'avez déjà fait dans la question précédente) :

$U_s = aP + b$

$a = \dfrac{U_B - U_A}{P_B - P_A} = \dfrac{-2}{1000} = -2 \cdot 10^{-3}$

$A \in (AB) \iff U_A = -2 \cdot 10^{-3} \cdot P_A + b$

$\iff b = 4$

Conclusion : $U_s = 4 - 2 \cdot 10^{-3} \cdot P$

Question 11 **Résolvez le système suivant :** $\begin{cases} 4x + 10y = 6 & (\times 1) \\ 2x + 3y = 2 & (\times(-2)) \end{cases}$ $\begin{matrix} (\times 3) \\ (\times(-10)) \end{matrix}$

Méthode par addition :

$$\begin{cases} 4x + 10y = 6 \\ -4x - 6y = -4 \end{cases} \quad \oplus$$

$$4y = 2$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} 12x + 30y = 18 \\ -20x - 30y = -20 \end{cases} \quad \oplus$$

$$-8x = -2$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{1}{4} ; \frac{1}{2} \right) \right\}$$

Méthode par substitution : $(1) \Leftrightarrow x = \frac{6 - 10y}{4} = \frac{3 - 5y}{2}$

$(2) \Leftrightarrow 3 - 5y + 3y = 2 \Leftrightarrow 3 - 2y = 2 \Leftrightarrow -2y = -1 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}$

$(1) \Leftrightarrow x = \frac{3 - \frac{5}{2}}{2} = \frac{1}{4}$

$$S = \left\{ \left(\frac{1}{4} ; \frac{1}{2} \right) \right\}$$