Correction des Ex5 et 6 page 30
1FTP

Exercice 5 page 30 - chapitre 1

Exercice 5 Résoudre les équations suivantes : (cela signifie qu'il faut trouver toutes les solutions de chacune de ces équations)

1) $\cos^2(x) - \sin^2(x) = -1$

2) $4.\cos^2(x) + (2 - 2\sqrt{3}).\cos(x) - \sqrt{3} = 0$

3) $\cos(2x) - 4\sin(x) + 3 = 0$

On sait que : $\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - \sin^2 x - \sin^2 x = 1 - 2.\sin^2 x$

L'équation devient alors : $1 - 2.\sin^2 x - 4\sin x + 3 = 0$

$\iff -2\sin^2 x - 4\sin x + 4 = 0$

On pose : $X = \sin x$ et on résout : $-2X^2 - 4X + 4 = 0$

$\iff -2(X^2 + 2X - 2) = 0$

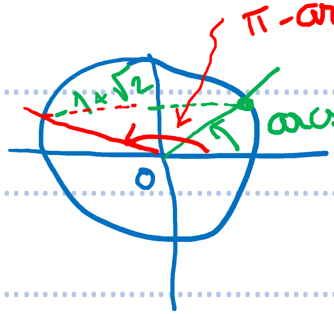
$\iff X^2 + 2X - 2 = 0$ $\quad \Delta = b^2 - 4ac = 12$

Notes

Les solutions sont donc : $X_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2+\sqrt{3}}{2} = \frac{-2+2\sqrt{3}}{2} = \frac{2(-1+\sqrt{3})}{2}$

$$\begin{cases} X_1 = -1+\sqrt{3} \\ X_2 = -1-\sqrt{3} \end{cases}$$

On résout : $\sin x = -1+\sqrt{3}$ et $\sin x = -1-\sqrt{3} \leq -1$



$\Leftrightarrow$ $x = \arcsin(-1+\sqrt{3}) + 2k\pi$
ou $\pi - \arcsin(-1+\sqrt{3}) + 2k\pi$

Comme $-1 \leq \sin x \leq 1$, cette équation n'a pas de solution.

$$S = \{\pi - \arcsin(-1+\sqrt{3}) + 2k\pi \,;\, \arcsin(-1+\sqrt{3}) + 2k\pi\}$$

Exercice 6 page 30 - chapitre 1

Exercice 6 Application de linéarisation (transformation d'un produit en somme)

1) Déterminer la valeur moyenne et la valeur efficace U_{eff} d'une tension sinusoïdale u définie par $u(t) = 3.\cos(2t + \frac{\pi}{5})$ (Voir définitions bas de la page 28).

2) Quelle est la valeur moyenne de la fonction f, définie par : $f(t) = 10 + 5\sin\left(3t + \frac{\pi}{3}\right)$

3) Linéariser cos(x).cos(2x), puis en déduire la valeur de : $J = \int_0^{\pi} \cos(x) . \cos(2x)\, dx$

$\cos(a+b) = \cos a . \cos b - \sin a . \sin b$

$+ \qquad \cos(a-b) = \cos a . \cos b + \sin a . \sin b \qquad +$

$\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2 \cos a . \cos b$

$\Leftrightarrow \cos a . \cos b = \frac{1}{2}\left(\cos(a+b) + \cos(a-b)\right)$

On pose $a = x$ et $b = 2x$ alors :

$\cos x . \cos(2x) = \frac{1}{2}\left(\cos(3x) + \cos(-x)\right)$

Comme $\cos(-x) = \cos x$, alors :

Notes

$$\cos x \cdot \cos(2x) = \frac{1}{2}\left(\cos(3x) + \cos x\right)$$

et $J = \int_0^{\pi} \frac{1}{2}\left(\cos(3x) + \cos x\right) dx = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\pi} \left(\cos(3x) + \cos x\right) dx$

$$J = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\sin(3x)}{3} + \sin x \right]_0^{\pi} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sin(3\pi)}{3} + \sin\pi - \left(\frac{\sin 0}{3} + \sin 0 \right)\right) = 0$$