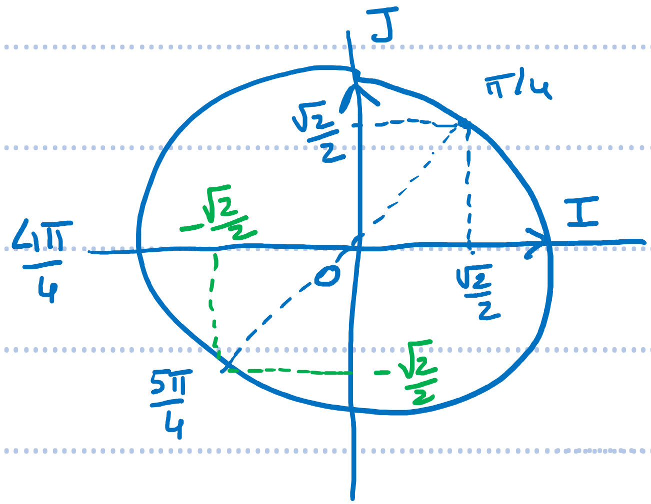
Correction QUIZZ 1
BUT 1FTP

Parmi les réponses ci-dessous quelles sont les valeurs des cosinus et sinus de l'angle $\dfrac{5\pi}{4}$?



a.

$$\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \ \ et \ \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

b.

$$\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \ \ et \ \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

c.

$$\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \ \ et \ \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

d.

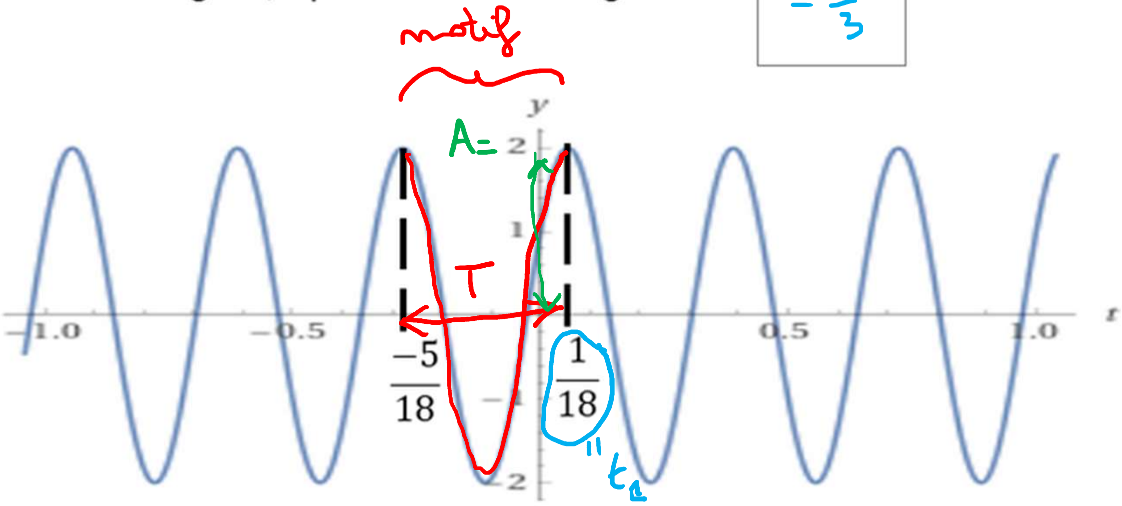
$$\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \ \ et \ \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Compléter le texte ci-dessous par glisser-déposer :

Soit f, la sinusoïde représentée ci-dessous.

On lit graphiquement que l'amplitude A est égale à : 2 ; que la période T vaut : $\frac{1}{3}$

que la phase à l'origine, après calcul est égale à : $-\frac{\pi}{3}$



$$T = \frac{1}{18} - \left(-\frac{5}{18}\right) = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

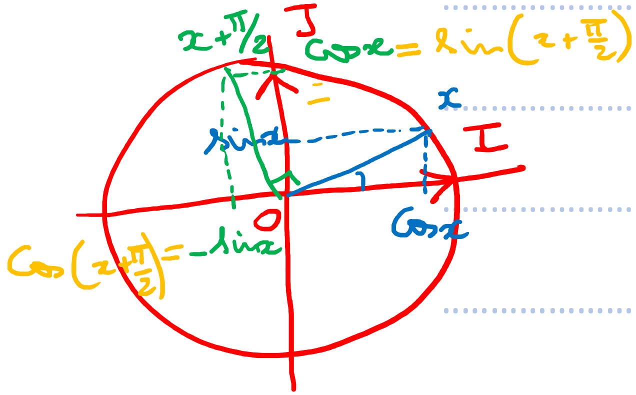
$\varphi = -\omega t_1$ ici $\omega = \frac{2\pi}{T} \overset{\text{ou}}{=} 2\pi f = 2\pi \times 3 = 6\pi$

donc $\varphi = -6\pi \times \frac{1}{18} = -\frac{\pi}{3}$

Parmi les réponses ci-dessous quelle est la simplification de l'expression :

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

Méthode 1 :



- a. cos(x)
- b. -cos(x)
- c. -sin(x)
- d. sin(x)

Méthode 2 : $\cos(a+b) = \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$

$\Rightarrow \cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.\underbrace{\cos\frac{\pi}{2}}_{0} - \sin x.\underbrace{\sin\frac{\pi}{2}}_{1}$

$\Rightarrow \cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$

Parmi les réponses ci-dessous quelle est la simplification de l'expression :

$$\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$$

a. Aucune des réponses précédentes n'est juste

b. $$\frac{\sin(2x)+\sqrt{3}.\cos(2x)}{2}$$

c. $$\frac{\cos(2x)-\sin(2x)}{2}$$

d. $$\frac{\cos(2x)+\sqrt{3}.\sin(2x)}{2}$$

$\cos(a-b) = \cos a.\cos b + \sin a.\sin b$

$$\Rightarrow \cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right) = \cos 2x.\underbrace{\cos\frac{\pi}{6}}_{=\frac{\sqrt{3}}{2}} + \sin 2x.\underbrace{\sin\frac{\pi}{6}}_{=\frac{1}{2}}$$

$$= \cos 2x.\frac{\sqrt{3}}{2} + \sin 2x.\frac{1}{2}$$

$$\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}.\cos 2x + \sin 2x}{2}$$

Soit h, la fonction définie par : $h(\theta) = 11.cos\left(7\theta + \frac{\pi}{5}\right)$

Déterminer sa dérivée h ' ainsi que l'ensemble de définition de h '

a. $h'(\theta) = -77.sin\left(7\theta + \frac{\pi}{5}\right) \ \forall\theta\epsilon\mathbb{R}$

b. $h'(\theta) = -11.sin\left(7\theta + \frac{\pi}{5}\right) \ \forall\theta\epsilon\mathbb{R}$

c. $h'(\theta) = 11.sin\left(7\theta + \frac{\pi}{5}\right) \ \forall\theta\epsilon\mathbb{R}$

d. $h'(\theta) = 77sin\left(7\theta + \frac{\pi}{5}\right) \ \forall\theta\epsilon\mathbb{R}$

e. Aucune des réponses citées n'est juste.

$h'(\theta) = 11.\left(\cos\left(7\theta + \frac{\pi}{5}\right)\right)'$

$(\cos U)' = -U'.\sin U$

ici $U = 7\theta + \frac{\pi}{5} \Rightarrow U' = 7$

donc :

$h'(\theta) = -77.\sin\left(7\theta + \frac{\pi}{5}\right)$

Les primitives de $\mathbf{f(x) = \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right)}$ sont : $\mathbf{F(x) = a.\sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) + \mathit{Cte}}$

Quelle est alors la valeur simplifiée de a ?

Réponse : 3

Les primitives de $\cos(\omega x + \varphi)$ sont : $\frac{1}{\omega}.\sin(\omega x + \varphi) + cte$ $(\omega \neq 0)$

ici $\omega = \frac{1}{3}$ donc $\frac{1}{\omega} = 3$ et $F(x) = 3.\sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) + cte$

Parmi les réponses ci-dessous quelle est la simplification de l'expression :

$$5.\cos^2(x) + 4.\sin^2(x)$$

- a. $2 + \sin^2(x)$
- b. $2 + \cos^2(x)$
- c. Aucune des réponses précédentes n'est juste.
- d. $3 + \sin^2(x)$

On sait que $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

Donc : $5\cos^2 x + 4\sin^2 x$

$= 4\cos^2 x + \cos^2 x + 4\sin^2 x$

$= 4(\underbrace{\cos^2 x + \sin^2 x}_{=1}) + \cos^2 x$

$A = 4 + \cos^2 x$

En utilisant la méthode du nombre conjugué, écrire sous forme algébrique le nombre complexe :

$$\underline{Z} = \frac{-3+j}{1-j}$$

Quelle est la partie réelle de $\underline{Z}$?

Réponse : -2

$$\underline{Z} = \frac{-3+j}{1-j} \times \frac{1+j}{1+j} = \frac{-3-3j+j+j^2}{1^2+1^2} = \frac{-4-2j}{2} = \frac{2(-2-j)}{2} = -2-j$$

$$(a-jb)(a+jb) = a^2+b^2$$

donc $Re(\underline{Z}) = -2$ et $Im(\underline{Z}) = -1$

Quel est le module du nombre complexe suivant : $\underline{Z} = -4 + j\sqrt{20}$

On donnera la valeur simplifiée.

Réponse : 6

$Z = |-4 + j\sqrt{20}| = \sqrt{4^2 + \sqrt{20}^2} = \sqrt{16 + 20} = \sqrt{36} = 6$

$\underline{Z} = a + jb \Rightarrow Z = |a + jb| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Quel est le module du nombre complexe suivant : $\underline{z} = 5 + j\sqrt{24}$

On donnera la valeur simplifiée.

Réponse : 7

$z = \sqrt{5^2 + \sqrt{24}^2} = \sqrt{25 + 24} = \sqrt{49} = 7$

$\underline{z} = a + jb \Rightarrow z = |a + jb| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Quel est l'argument en radian et arrondi à deux chiffres après la virgule du nombre complexe suivant

$z = 4 - j\sqrt{20}$

Réponse : $-0,84$

$$\arg(z) = \arctan\left(\frac{-\sqrt{20}}{4}\right) \simeq -0,84$$

$$\arg(a+jb) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{b}{a}\right) & \text{si } a>0 \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \pm \pi & \text{si } a<0 \end{cases}$$

Quel est l'argument en radian et arrondi à deux chiffres après la virgule, du nombre complexe suivant

$\underline{z} = \underbrace{-2}_{<0} + j\sqrt{5}$

Réponse : 2,30 ou −3,98

$\arg(\underline{z}) = \arctan\left(\frac{\sqrt{5}}{-2}\right) \pm \pi$

$\arg(\underline{z}) \simeq 2,30$ ou $-3,98$

Quel est le module du nombre complexe suivant : $\underline{z} =$ $5 - j\sqrt{24}$

On donnera la valeur simplifiée.

Réponse : 7

$z = \sqrt{5^2 + \sqrt{24}^2} = \sqrt{25+24} = \sqrt{49} = 7$

Quel est l'argument en radian et arrondi à deux chiffres après la virgule du nombre complexe suivant

$\underline{z} = 2 + j\sqrt{5}$

Réponse : 0,84

$$\arg(\underline{z}) = \arctan\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) \simeq 0{,}84$$

Quel est le module du nombre complexe suivant : $z = (1+j).(\sqrt{5} - j\sqrt{3})$

On donnera la valeur simplifiée.

Réponse : 4

Méthode 1 FORTEMENT CONSEILLÉE

$$z = |1+j| . |\sqrt{5} - j\sqrt{3}|$$

$$= \sqrt{1^2+1^2} . \sqrt{\sqrt{5}^2 + \sqrt{3}^2}$$

$$= \sqrt{2} . \underbrace{\sqrt{8}}_{2\sqrt{2}}$$

$$z = 4 \quad (\sqrt{2}.\sqrt{2} = 2)$$

$$|z_1 \times z_2| = |z_1| \times |z_2|$$

Méthode 2 TROP LONGUE

$$z = \sqrt{5} - j\sqrt{3} + j\sqrt{5} - j^2\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{5} - j\sqrt{3} + j\sqrt{5} + \sqrt{3}$$

$$z = \sqrt{3} + \sqrt{5} + j(\sqrt{5} - \sqrt{3})$$

$$z = \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{3 + 2\sqrt{15} + 5 + 5 - 2\sqrt{15} + 3} = \sqrt{16} = 4$$

Quel est l'argument en radian arrondi à 2 chiffres après la virgule du nombre complexe suivant :

$$\underline{z} = (1-j).(\sqrt{5}+j\sqrt{3})$$

Réponse : $-0{,}13$

Méthode 1 FORTEMENT CONSEILLÉE

$$\arg(\underline{z}) = \arg(1-j) + \arg(\sqrt{5}+j\sqrt{3})$$
$$= \arctan(-1) + \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)$$
$$\simeq -0{,}13$$

$$\arg(\underline{z}_1 \times \underline{z}_2) = \arg(\underline{z}_1) + \arg(\underline{z}_2)$$

Méthode 2 TROP LONGUE !

$$\underline{z} = \sqrt{5} + j\sqrt{3} - j\sqrt{5} - j^2\sqrt{3}$$
$$= \sqrt{5} + j\sqrt{3} - j\sqrt{5} + \sqrt{3}$$
$$\underline{z} = (\sqrt{5}+\sqrt{3}) + j(\sqrt{3}-\sqrt{5})$$
$$\Rightarrow \arg(\underline{z}) = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}\right) \simeq -0{,}13$$

Quel est le module du nombre complexe suivant : $\underline{z} = \dfrac{\sqrt{3} + j\sqrt{5}}{-1 + j}$

On donnera la valeur simplifiée.

Réponse : 2

$$Z = \left| \frac{\sqrt{3} + j\sqrt{5}}{-1 + j} \right| = \frac{|\sqrt{3} + j\sqrt{5}|}{|-1 + j|} = \frac{\sqrt{\sqrt{3}^2 + \sqrt{5}^2}}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2$$

$$\left| \frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2} \right| = \frac{|\underline{z}_1|}{|\underline{z}_2|}$$

Quel est l'argument en radian arrondi à 2 chiffres après la virgule du nombre complexe suivant :

$$\underline{Z} = \frac{-\sqrt{5}+j\sqrt{3}}{1+j}$$

$$\arg(\underline{Z}) = \arg(-\sqrt{5}+j\sqrt{3}) - \arg(1+j)$$

$$= \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{-\sqrt{5}}\right) \pm \pi - \arctan\left(\frac{1}{1}\right)$$

$\arg(\underline{Z}) \simeq \underline{1{,}70}$ ou bien : $\underline{-4{,}59}$

$$\arg\left(\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}\right) = \arg(\underline{Z}_1) - \arg(\underline{Z}_2)$$

Quelle est la partie imaginaire du nombre complexe : $\underline{Z} = 2\sqrt{2}.e^{-j\frac{\pi}{4}}$

Réponse : -2

$$Im(\underline{Z}) = 2\sqrt{2}.\sin(-\pi/4) = \cancel{2}\sqrt{2}.\frac{-\sqrt{2}}{\cancel{2}} = -2$$

$$\underline{Z} = Z.e^{j\theta} = Z(\cos\theta + j\sin\theta) = \underbrace{Z.\cos\theta}_{=Re(\underline{Z})} + j\underbrace{Z\sin\theta}_{=Im(\underline{Z})}$$