Ex1 p. 21 - Chap 2 -

Page21 Ex1 chapitre 2

Note

* $z_1 = 4+3j$

$Z_1 = |4+3j| = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{25} = 5$

$\arg(z_1) = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) \simeq 0,64 \text{ rad}$ ou $36,9°$

* $z_2 = \underbrace{-5}_{<0}+3j$

$Z_2 = |-5+3j| = \sqrt{5^2+3^2} = \sqrt{34}$

$\arg(z_2) = \arctan\left(\frac{3}{\underbrace{-5}_{<0}}\right) \pm \pi \simeq 2,6 \text{ rad}$ ou $\arctan\left(\frac{3}{-5}\right) \pm 180° \simeq 148°$

* $z_3 = \sqrt{7} - j\sqrt{2}$

$Z_3 = |\sqrt{7} - j\sqrt{2}| = \sqrt{\sqrt{7}^2+\sqrt{2}^2} = \sqrt{9} = 3$

$\arg(z_3) = \arctan\left(\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\right) \simeq -0,49 \text{ rad}$

* $z_4 = (-\sqrt{3}+j)\cdot(1+j)$

$|z.z'| = |z|.|z'|$

$\frac{13\pi}{12} = -\frac{\pi\times 2}{6\times 2} + \frac{\pi\times 12}{12} + \frac{\pi\times 3}{4\times 3}$

$Z_4 = |-\sqrt{3}+j| \times |1+j| = 2\times\sqrt{2}$

$\arg(z_4) = \arg(\underbrace{-\sqrt{3}}_{<0}+j) + \arg(\underbrace{1}_{>0}+j) = \arctan\left(\frac{1}{\underbrace{-\sqrt{3}}_{<0}}\right) + \pi + \arctan(1)$

$\arg(z.z') = \arg(z) + \arg(z')$

Page21 Ex1 chapitre 2

Notes

$* \; Z_5 = \dfrac{-\sqrt{3}+j}{1+j}$ $\qquad \left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$ $\qquad \arg\left(\dfrac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')$

$$Z_5 = \frac{|-\sqrt{3}+j|}{|1+j|} = \frac{\sqrt{3+1}}{\sqrt{1+1}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$\sqrt{2}^2$

$$\arg(Z_5) = \arg(\underset{<0}{-\sqrt{3}}+j) - \arg(1+j) = \arctan\left(\frac{1}{-\sqrt{3}}\right) + \pi - \arctan(1)$$

$$\arg(Z_5) = \frac{2\times\pi}{2\times 6} + \frac{12\pi}{12} - \frac{3\times\pi}{3\times 4} = \frac{7\pi}{12}.$$

$* \; Z_6 = (-\sqrt{3}+j)^{10}.$ $\qquad |z^n| = |z|^n$

$$Z_6 = |(-\sqrt{3}+j)^{10}| = |\underbrace{(-\sqrt{3}+j)\cdot(-\sqrt{3}+j)\cdots\cdots(-\sqrt{3}+j)}_{10}| = \underbrace{|-\sqrt{3}+j|\cdot|-\sqrt{3}+j|\cdots\cdots|-\sqrt{3}+j|}_{10}$$

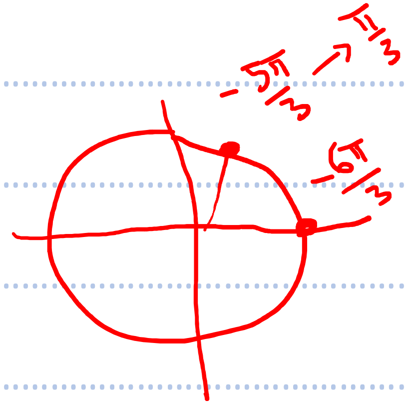
$$Z_6 = |-\sqrt{3}+j|^{10} = 2^{10}$$

Notes

$\arg\left(\left(-\sqrt{3}+j\right)^{10}\right) = \arg\left(\underbrace{\left(-\sqrt{3}+j\right)\cdots\left(-\sqrt{3}+j\right)}_{10}\right)$

$\arg(z^n) = n \times \arg(z)$

$= \underbrace{\arg\left(-\sqrt{3}+j\right) + \arg\left(-\sqrt{3}+j\right) + \dots + \arg\left(-\sqrt{3}+j\right)}_{10}$



$= 10 \times \arg\left(-\sqrt{3}+j\right)$

$= 10\left(\arctan\left(\frac{1}{-\sqrt{3}}\right) + \pi\right)$ ou

$= 10 \times \frac{-\pi}{6} + 10\pi \longrightarrow$ 5 tours de cercle.

$\frac{25\pi}{3} = \frac{24\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$, $\frac{24\pi}{3} = 8\pi$

$= -\frac{5\pi}{3}$ à $2k\pi$ près

$\arg(z_6)$ $= \frac{\pi}{3}$ à $2k\pi$ près

* $z_7 = \frac{1}{1+j} \Rightarrow |z_7| = \frac{|1|}{|1+j|} = \frac{\sqrt{1^2+0^2}}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\arg(z_7) = \arg(1+0j) - \arg(1+j) = \arctan(0) - \arctan(1) = 0 - \frac{\pi}{4} = \frac{-\pi}{4}$

II. Propriétés et Opérations sur les module et arguments

Notes

Page 16 chapitre 2

2) Produit de deux nombres complexes

$$\arg(\underline{Z}.\underline{Z}') = \arg(\underline{Z}) + \arg(\underline{Z}') + 2k\pi\ ,\ \ k \in \mathbb{Z}\ , \text{et}\ \left|\underline{Z}\,.\,\underline{Z}'\right| = \left|\underline{Z}\right|.\left|\underline{Z}'\right|$$

Le module d'un produit de nombres complexes est le produit des modules, l'argument d'un produit de nombres complexes est la somme des arguments (à 2kπ près)

3) Quotient

$$\arg\left(\frac{\underline{Z}}{\underline{Z}'}\right) = \arg(\underline{Z}) - \arg(\underline{Z}') + 2k\pi\ ,\ \ k \in \mathbb{Z}\ \ , \text{et}\ \left|\frac{\underline{Z}}{\underline{Z}'}\right| = \frac{\left|\underline{Z}\right|}{\left|\underline{Z}'\right|}$$

Le module d'un quotient de nombres complexes est le quotient des modules, l'argument d'un quotient de nombres complexes est la soustraction des arguments (à 2kπ près)

II. Propriétés et Opérations sur les module et arguments

4) Puissances n$^{\text{ième}}$ d'un nombre complexe (n est un entier naturel)

Page 17 chapitre 2

$$\arg\left(\underline{Z}^{n}\right) = n \times \arg(\underline{Z}) + 2k\pi \,,\; k \in \mathbb{Z} \;, \text{ et } \left|\underline{Z}^{n}\right| = \left|\underline{Z}\right|^{n}$$

Le module de $\underline{Z}^n$ est le module de $\underline{Z}$ à la puissance n, l'argument de $\underline{Z}^n$ est n fois l'argument de $\underline{Z}$ (à $2k\pi$ près)