Corrigé du DM6
1FTP

✓ Soit $f(x) = \frac{x^2-1}{x+3}$, déterminer l'ensemble de définition de f

$f(x)$ existe ssi $x+3 \neq 0 \Rightarrow x \neq -3$

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

$f : \mathbb{R}\setminus\{-3\} \longrightarrow \mathbb{R}$

$x \longmapsto f(x) = \frac{x^2-1}{x+3}$

✓ Soit $g(x) = \exp\left(\frac{x^2-1}{x+3}\right)$, déterminer l'ensemble de définition de g

$g(x)$ existe si et seulement si $x \neq -3$ $\quad g : \mathbb{R}\setminus\{-3\} \longrightarrow \mathbb{R}$

$x \longmapsto \exp\left(\frac{x^2-1}{x+3}\right)$

c) $h(x) = \ln\left(\frac{x^2-1}{x+3}\right)$

$h(x)$ existe ssi $\frac{x^2-1}{x+3} > 0$

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
x^2-1		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$h(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

~~$x \in]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$~~

~~$x > -3$~~

donc $x \in]-3;-1[\cup]1;+\infty[$

$h:]-3;-1[\cup]1;+\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$

$x \longmapsto \ln\left(\frac{x^2-1}{x+3}\right)$

✓ Soit $k(x) = \sqrt{\frac{x^2-1}{x+3}}$, déterminer l'ensemble de définition de k

$k(x)$ existe ssi $\frac{x^2-1}{x+3} \geq 0 \iff x \in]-3;-1] \cup [1;+\infty[$

$$k :]-3;-1] \cup [1;+\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto y = k(x) = \sqrt{\frac{x^2-1}{x+3}}$$

- ✓ La fonction cosinus $x \mapsto x^2$ sont paires sur $\mathbb{R}$, les fonctions sinus et $x \mapsto x^3$ sont impaires sur $\mathbb{R}$. La fonction tangente est impaire sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \,;\, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- ✓ Soit f, la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$, étudier la parité de f.

$f(5) = \left(\frac{5^2}{5-1}\right) = 6,25$

$f(-5) = \frac{(-5)^2}{(-5)-1} = -4,16$

$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ non centré en 0

donc ni impaire

ni paire

✓ Soit g, la fonction définie par : $g(x) = \sin(x) - \sin(3x)$, étudier la parité de g.

$g(-x) = \sin(-x) - \sin(-3x)$ $\quad D_g = \mathbb{R}$

$\Rightarrow g(-x) = -\sin(x) + \sin(3x)$

$g(-x) = -g(x)$ donc la fonction g est impaire

✓ On appelle sinus hyperbolique, la fonction définie par : $sh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ étudier la parité de sh.

$D_{sh} = \mathbb{R}$

$$sh(-x) = \frac{e^{-x} - e^{-(-x)}}{2} = \frac{e^{-x} - e^{x}}{2} = \frac{-(e^{x} - e^{-x})}{2} = -sh(x)$$

La fonction sh est donc impaire.

- ✓ **Si f et g sont paires sur D, alors f × g (et f/g $g \neq 0$) est paire sur D**
- ✓ **Si f et g sont impaires sur D, alors f × g (et f/g $g \neq 0$) est paire sur D**
- ✓ **Si f est impaire et g est paire sur D, alors f × g (et f/g $g \neq 0$) est impaire sur D**

<u>Exemple</u>

Soit f, la fonction, définie par : $f(x) = \frac{x^3.\sin^2(x)}{\cos(x)}$ sur $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \, ; k \in \mathbb{Z}\right\}$ Etudier la parité de f.

La fonction cos est paire. Les fonctions x^3 et $\sin(x)$ sont impaires.

Donc $\sin^2(x)$ est paire. $x^3 \times \sin^2(x)$ est impaire.

Et $\frac{x^3.\sin^2(x)}{\cos(x)}$ est impaire.

Donc la fonction $f(x)$ est impaire sur D.