b) En utilisant les formules d'Euler, linéariser $\cos^2(3x)$

on utilise $\cos\theta = \frac{e^{j\theta}+e^{-j\theta}}{2}$ donc $\cos^2(3x) = \left(\frac{e^{3j\theta}+e^{-3j\theta}}{2}\right)^2$

$\cos^2(3x) = \frac{(e^{3j\theta}+e^{-3j\theta})^2}{2^2} = \frac{1}{4}\left(e^{3j\theta}+e^{-3j\theta}\right)^2$

$= \frac{1}{4}\left(e^{6j\theta} + 2e^{3j\theta}e^{-3j\theta} + e^{-6j\theta}\right)$

$= \frac{1}{4}\left(e^{6j\theta} + e^{-6j\theta} + 2\right) = \frac{1}{4}\left(2\cos(6\theta)+2\right)$

$= \frac{1}{2}\left(\cos(6\theta)+1\right)$

$= \frac{\cos(6\theta)+1}{2}$

3) Polynômes (4,5 points) 4

Soit P, le polynôme défini par : $P(x) = x + 7x^{31} - 5x^3 + 9x^2 + 10x^2$ $= x + 7x^{31} - 5x^3 + 19x^2$

Déterminer le degré de P, le monôme de de degré 2, ordonner P suivant les puissances décroissantes.

P(x) est de degré 31 car son terme de plus haut degré est de degré 31 : $7x^{31}$

le monôme de degré 2 est $19x^2$ $P(x) = 7x^{31} - 5x^3 + 19x^2 + x$

ordonné en sens puissance décroissante

A quel ensemble P appartient-t-il ? $P \in \mathbb{R}[x]$ et donc aussi $\in \mathbb{C}$ car $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

Effectuer la division euclidienne de $P(x) = -5x^3 + 9x^2 + 3$ par $Q(x) = x + 2$, puis vérifier le résultat obtenu

$$\begin{array}{r|l} -5x^3 + 9x^2 + 3 & x+2 \\ \hline +5x^3 + 10x^2 & -5x^2 + 19x - 38 \\ \hline 19x^2 + 3 & \\ -19x^2 - 38x & \\ \hline -38x + 3 & \\ +38x + 76 & \\ \hline 79 & \end{array}$$

B

R

on vérifie

$P = B \times Q + R$

$-5x^3 + 9x^2 + 3 = (x+2)(-5x^2+19x-38) + 79$

$-5x^3 + 9x^2 + 3 = -5x^3 + 19x^2 - 38x - 10x^2 + 38x - 76 + 79$

$-5x^3 + 9x^2 + 3 = -5x^3 + 9x^2 + 3$

on a vérifié le résultat.

Test1 – R2.04 - Outils Mathématiques et Logiciels - Sujet Alternance

Nom : Daligaux **Prénom :** Maxime **Groupe :** APP 1

1) Complexes sous forme polaire : (9pts) 9

Soit $\underline{Z} = \left[8; \frac{\pi}{4}\right]$ et $\underline{Z}' = \left[3; -\frac{\pi}{2}\right]$. Compléter :

$\underline{Z}.\underline{Z}' = \left[8; \frac{\pi}{4}\right] \times \left[3; -\frac{\pi}{2}\right] = \left[3\times 8 ; \frac{\pi}{4} + -\frac{\pi}{2}\right] = \left[24 ; -\frac{1}{4}\pi\right]$

$\frac{\underline{Z}}{\underline{Z}'} = \frac{\left[8; \frac{\pi}{4}\right]}{\left[3; -\frac{\pi}{2}\right]} = \left[\frac{8}{3} ; \frac{\pi}{4} - -\frac{\pi}{2}\right] = \left[\frac{8}{3} ; \frac{3\pi}{4}\right]$

$\underline{Z} + \underline{Z}^* = \left[8 ; \frac{\pi}{4}\right] + \left[8 ; -\frac{\pi}{4}\right] = 2 Re(Z) = 2\times 8 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 8\sqrt{2}$

$\underline{Z} - \underline{Z}^* = 2j Im(Z) = 16 j \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 16 j \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2} \times j$

$\underline{Z}.\underline{Z}^* = \left[8 ; \frac{\pi}{4}\right] \times \left[8 ; -\frac{\pi}{4}\right] = \left[64 ; 0\right]$

$\frac{\underline{Z}}{\underline{Z}^*} = \frac{\left[8; \frac{\pi}{4}\right]}{\left[8; -\frac{\pi}{4}\right]} = \left[\frac{8}{8} ; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right] = \left[1 ; \frac{\pi}{2}\right]$

$Re(\underline{Z}') = $ $Z' = 3\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 3j\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ donc $Re(Z') = 3\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$

$Im(\underline{Z}') = 3 \cancel{j} \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -3$

$\underline{Z}^4 = \left[8 ; \frac{\pi}{4}\right]^4 = \left[8^4 ; 4\times\frac{\pi}{4}\right] = \left[4096 ; \pi\right]$

2) Formules d'Euler : (6,5 points) 6,5

a) Compléter :

19,5/20 Excellent Travail

$e^{j\theta} - e^{-j\theta} = 2 j \sin\theta$

$cos\theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$

$e^{13j\theta} - e^{-13j\theta} = 2 j \sin(13\theta)$

$-5e^{3j\theta} + 5e^{-3j\theta} = -5\left(e^{3j\theta} - e^{-3j\theta}\right) = -5\left(2\sin(3\theta)\right) = -10\sin(3\theta)$