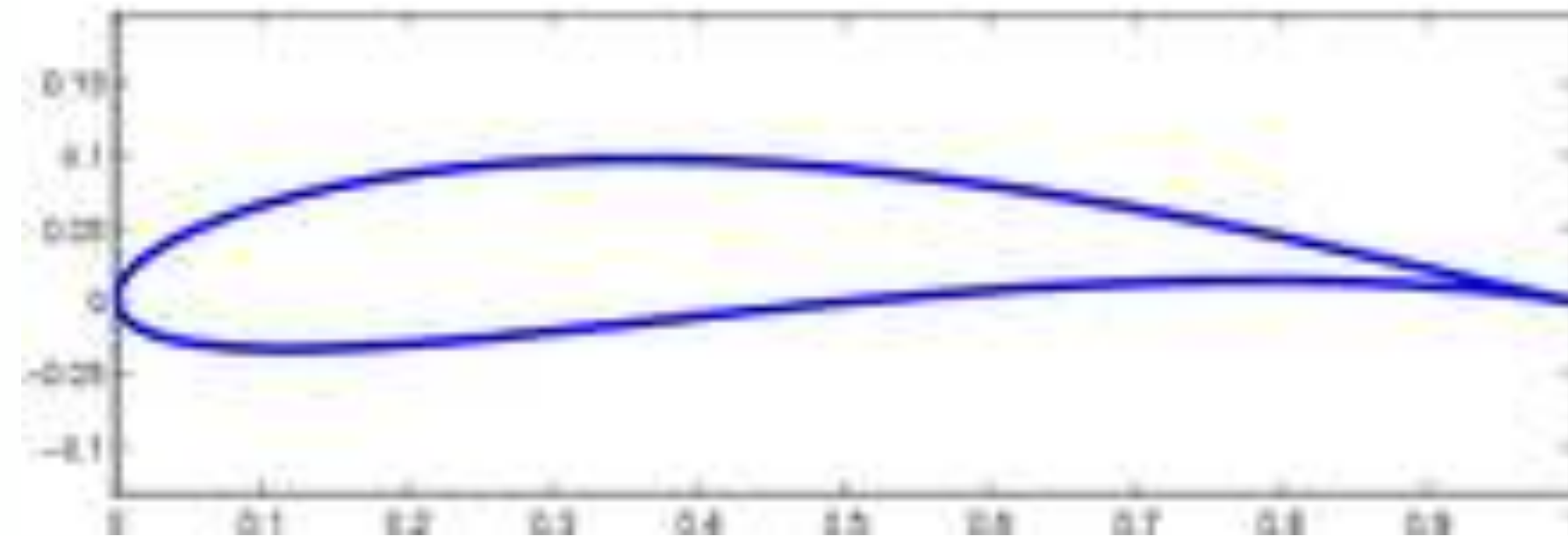
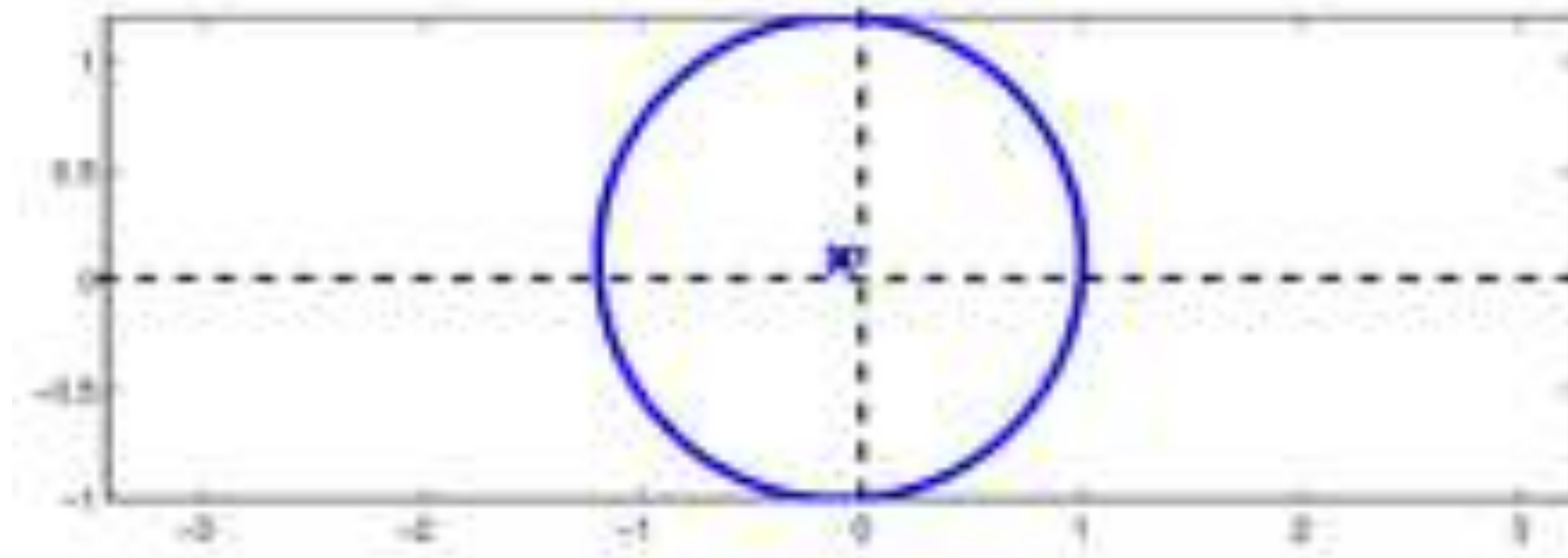


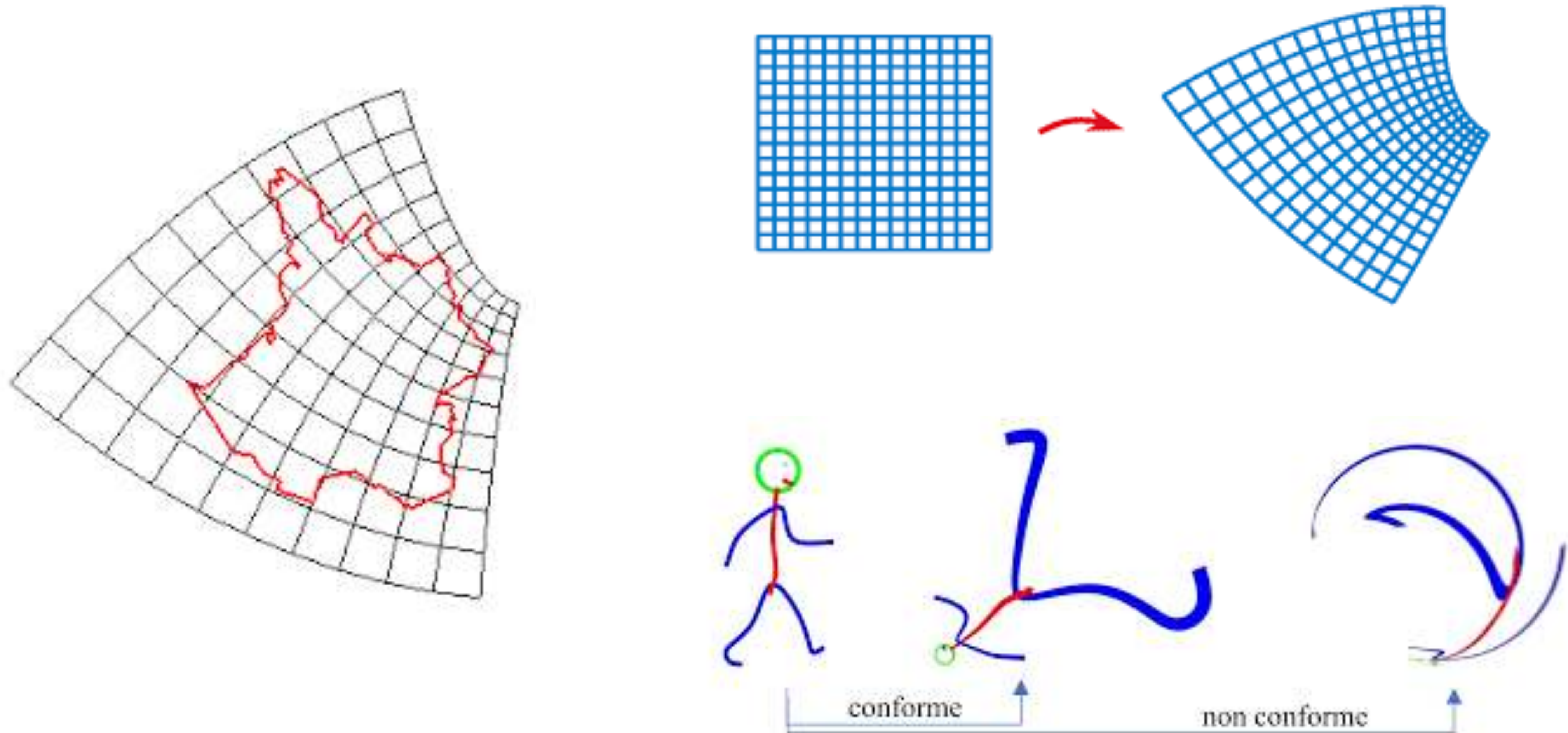
PROJET PERSONNEL DE RECHERCHE

Comment les nombres complexes permettent d'étudier
l'écoulement de l'air autour d'un profil d'aile d'avion ?

Contexte historique:



Qu'est ce qu'une transformation conforme ?



La transformation de Joukovski

La transformation de Joukovski est définie par l'application:

$$J(z) = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$$

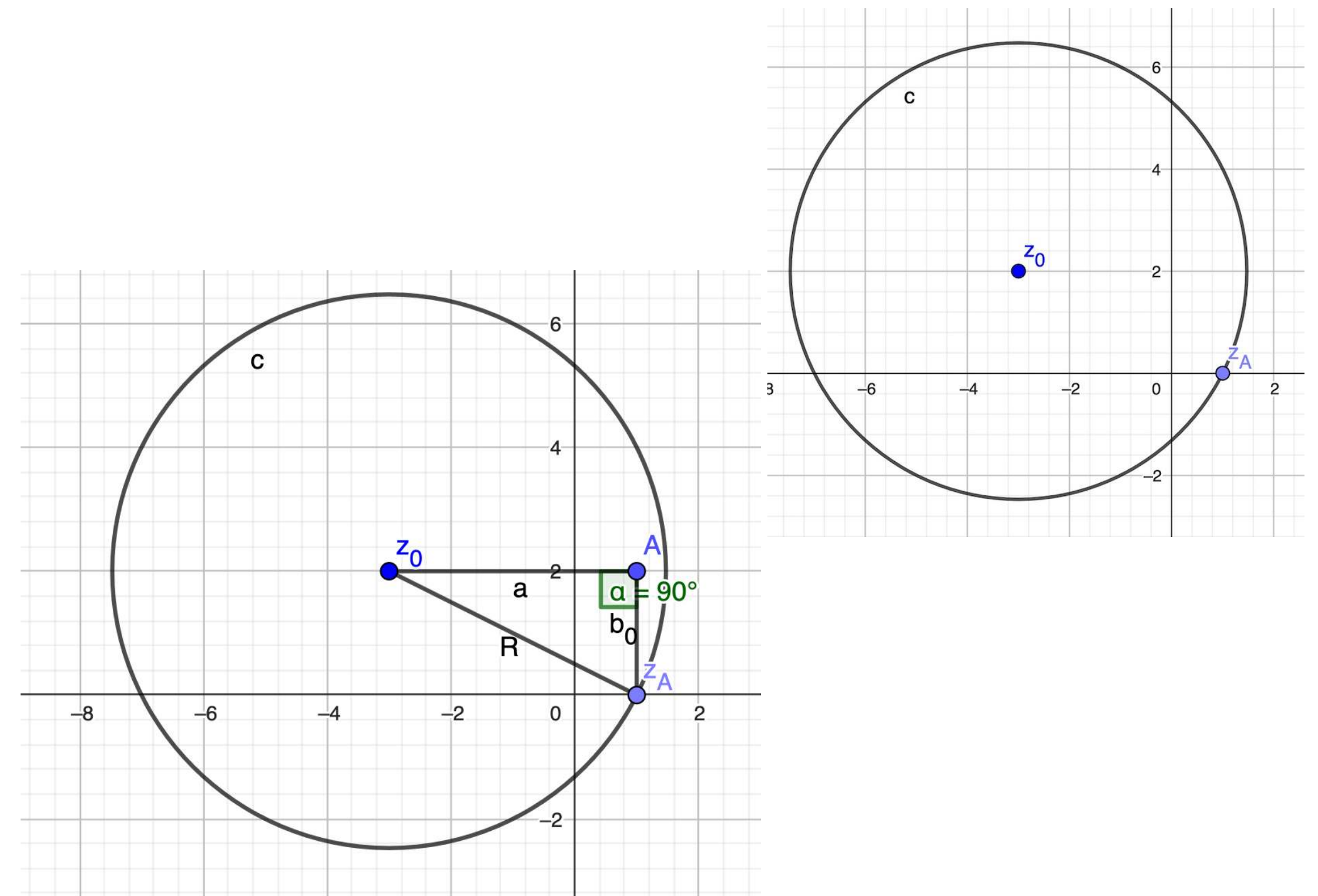
On applique l'équation J a un cercle $C(z_0)$ de centre $z_0 = a_0 + i*b_0$ et qui passe par 1.

Le profil de l'aile d'avion est donc:

$$J(C(z_0))$$

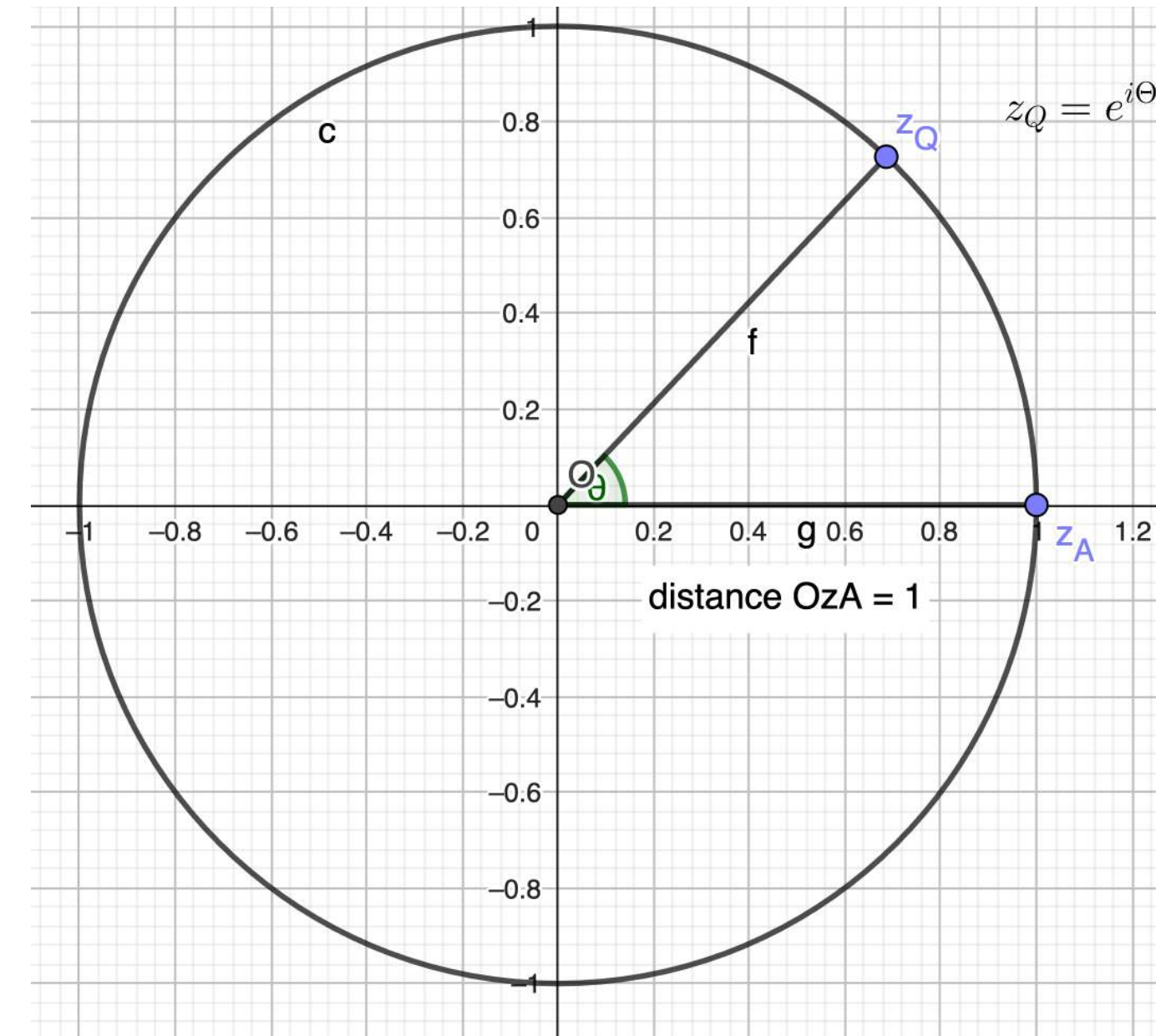
Le rayon du cercle $C(z_0)$ est égale à:

$$R^2 = (a_0 - 1)^2 + b_0^2$$

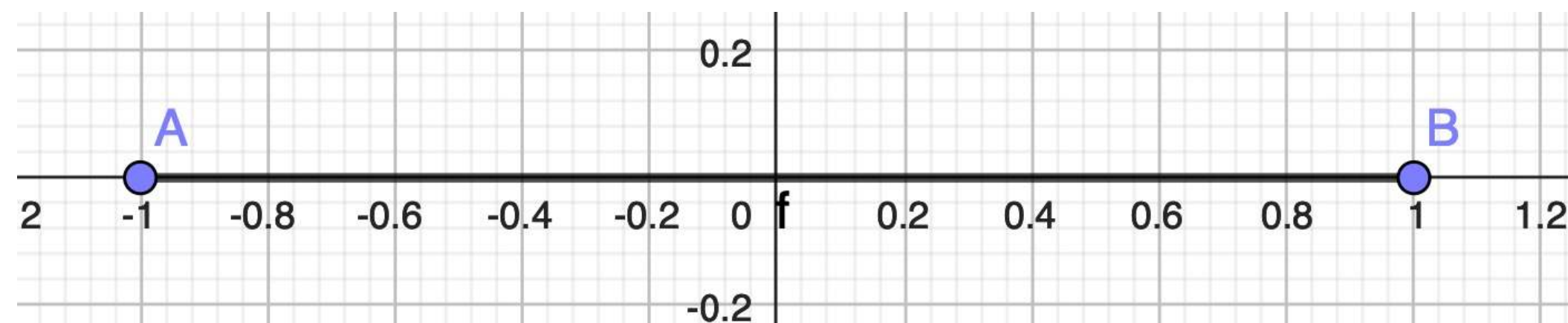


Calcul de $J(C(z_0))$ avec $z_0 = 0$

$C(0)$ correspond au cercle unité:



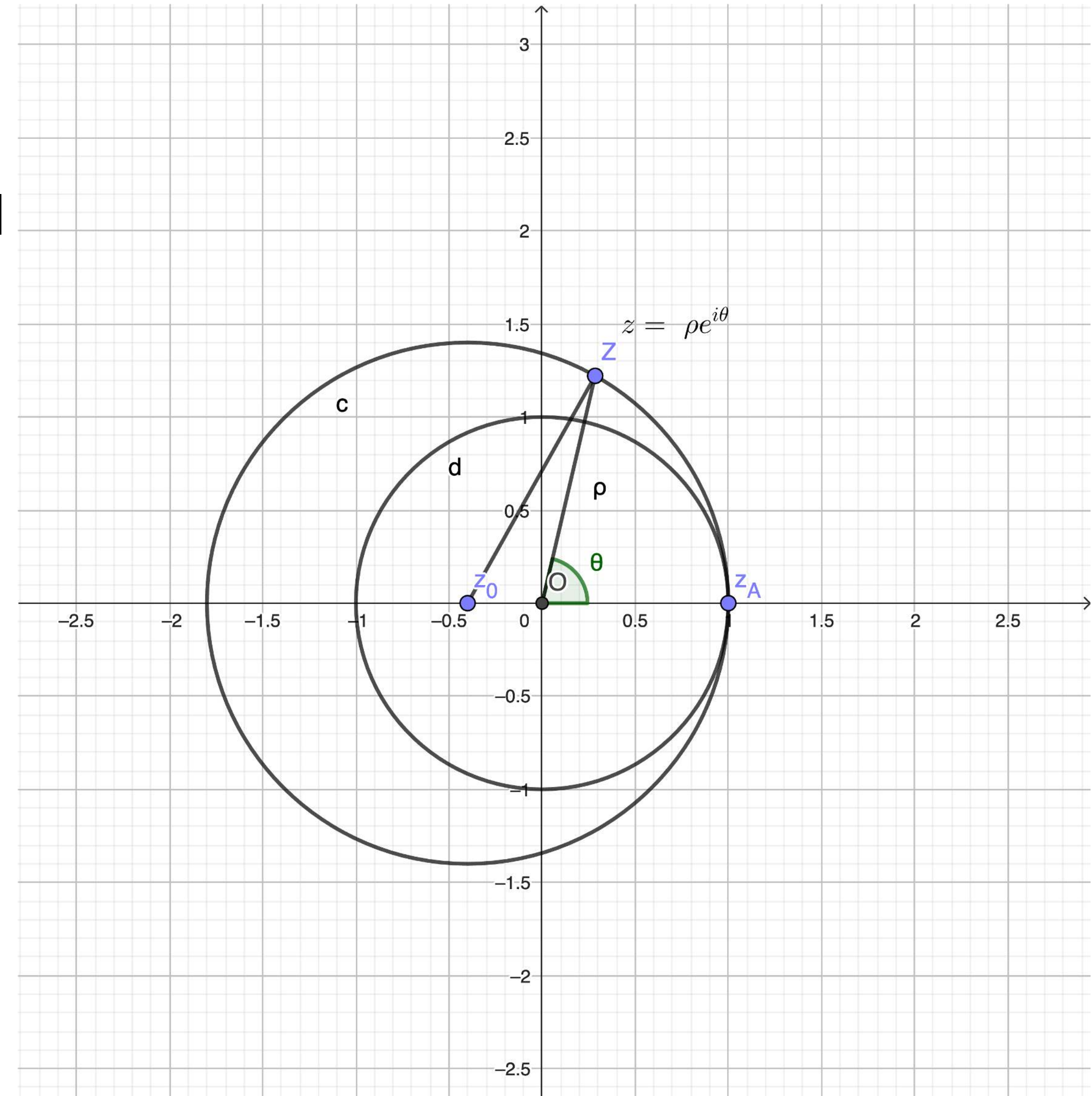
Après calcul, on trouve $J(C(0))$ est égale à un segment sur l'intervalle $[-1;1]$



Calcul de $J(C(z_0))$ avec $z_0 = a_0 + i*b_0$

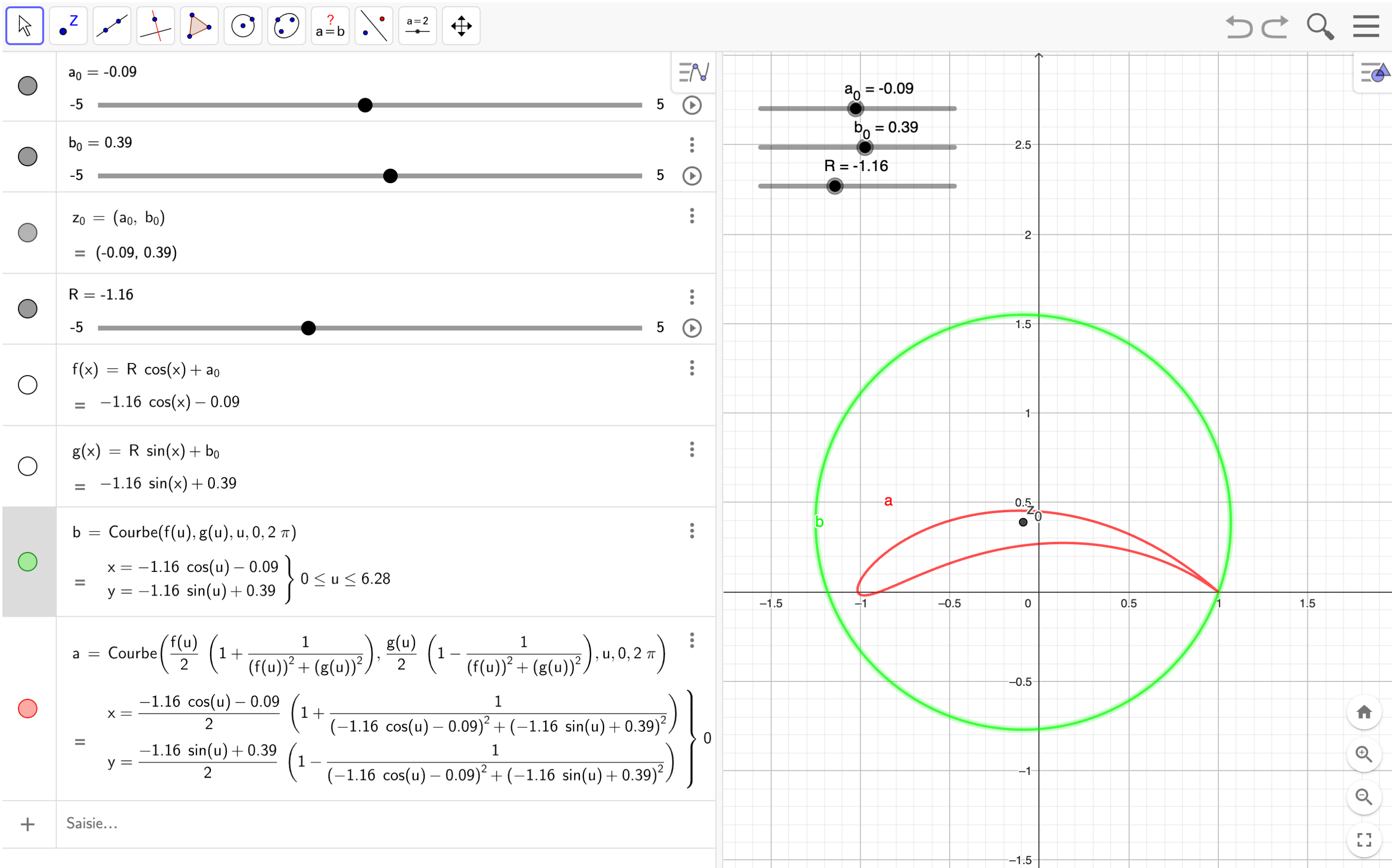
On applique l'équation de Joukovski avec un centre différent de O et qui passe par 1. On prend le cas de z_0 avec $a_0 < 0$ et $b = 0$. On trouve une équation qui dépend de deux paramètres, de θ et de ρ qui sont respectivement l'angle $\angle z_0 O z_A$ et ρ est la distance à O.

$$J(C(a_0 + ib_0)) = \frac{1}{2} \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) \cos(\theta) + i \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) \sin(\theta)$$



Simulation avec géogébra

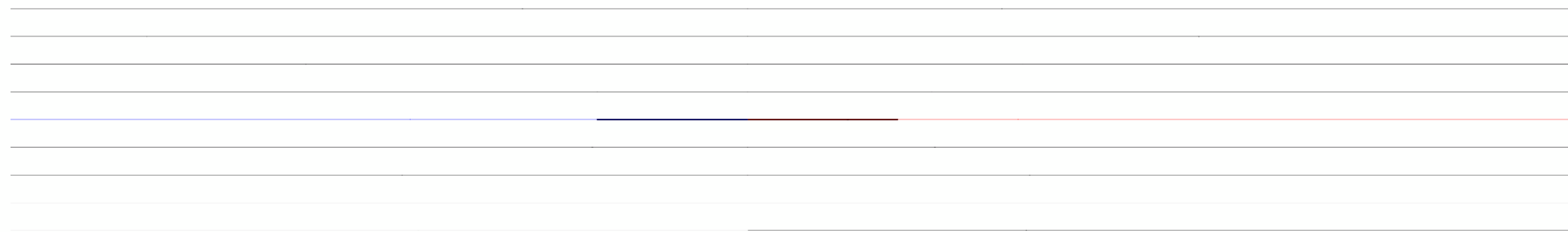
Grâce à Géogebra, j’ai testé les différents paramètres et trouver le profil de Joukovski.



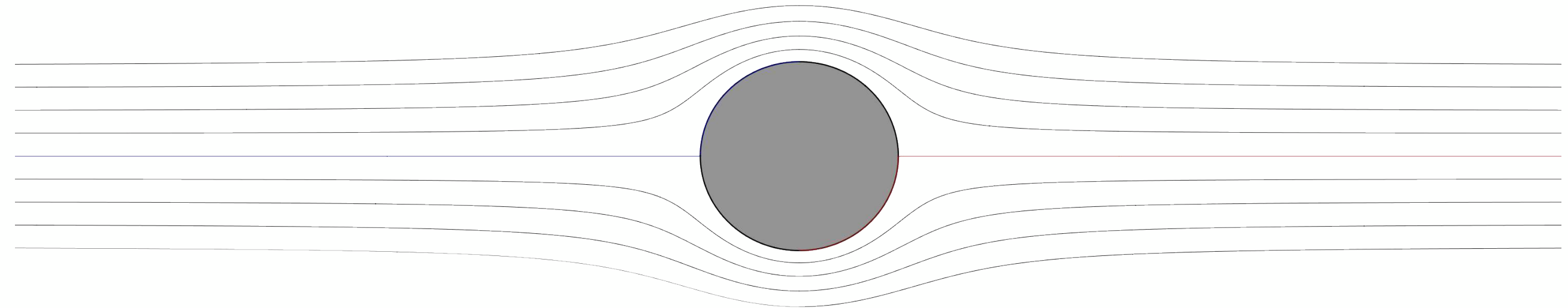
Nous trouvons qu’un profil de Joukovski avec un cercle passant par 1.

La transformation du flux d'air passant sur le profil

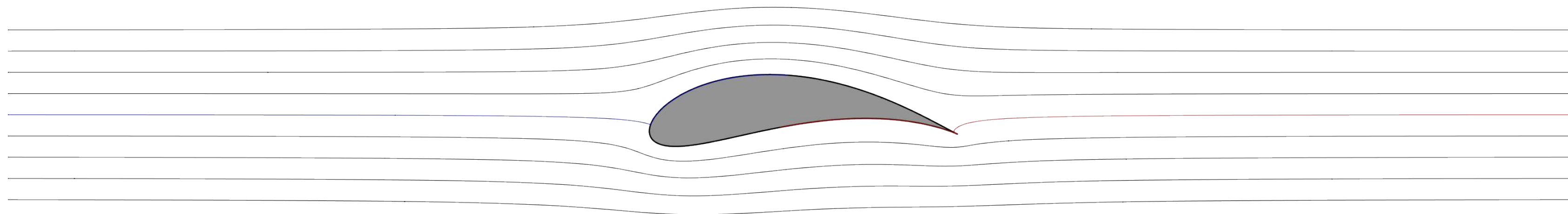
Flux d'air pour le segment $[-1;1]$



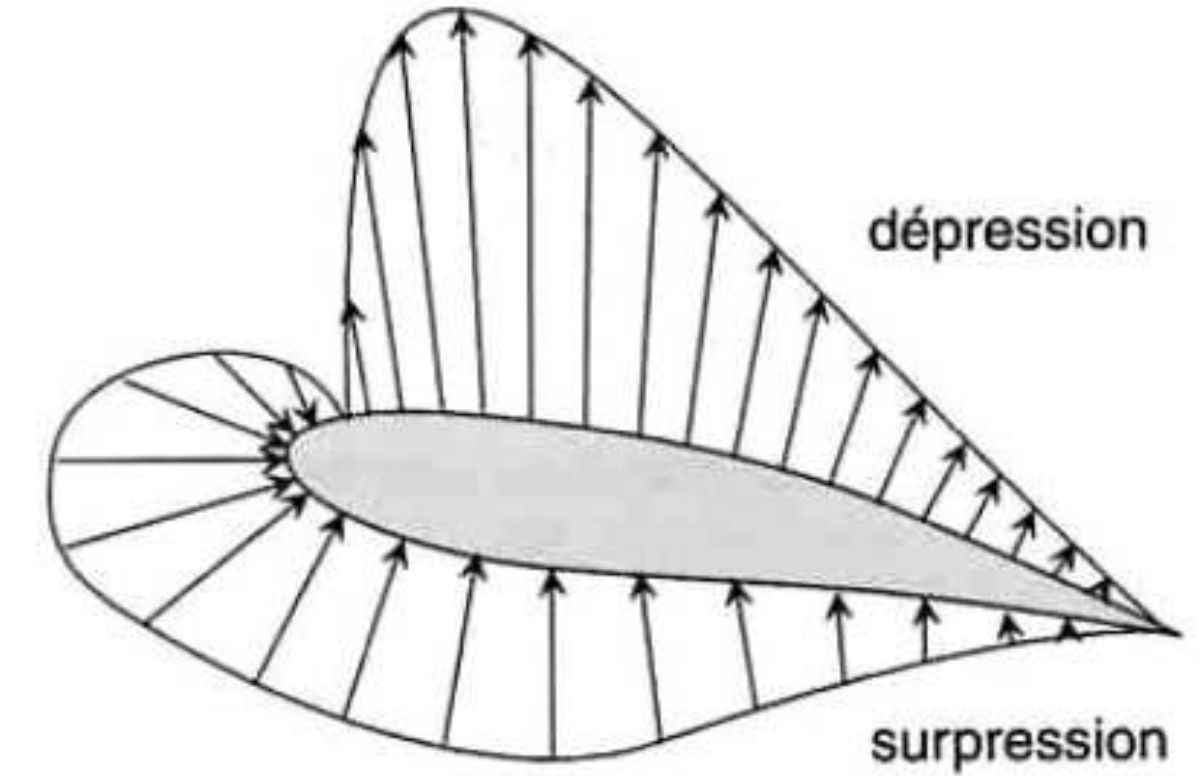
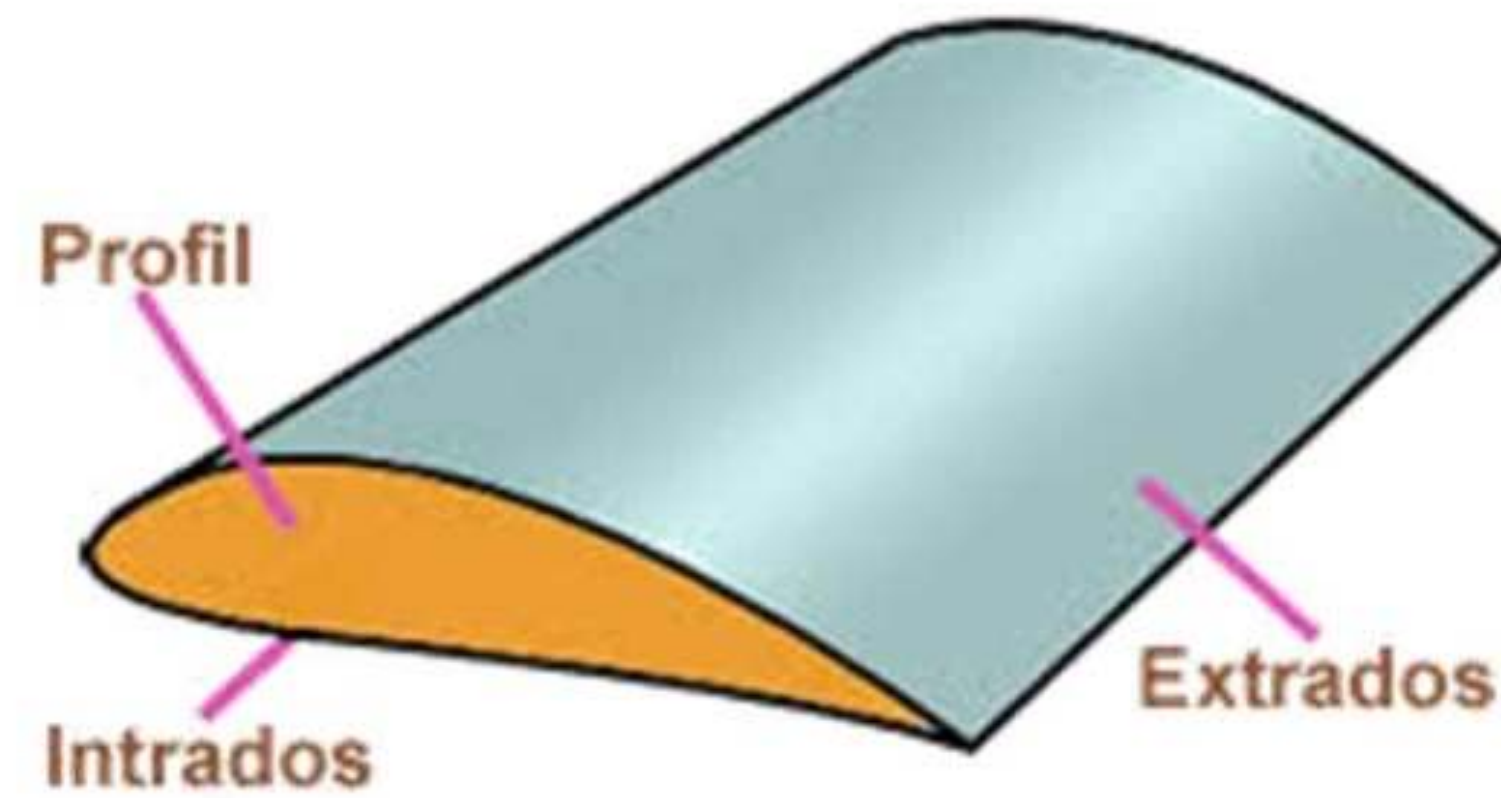
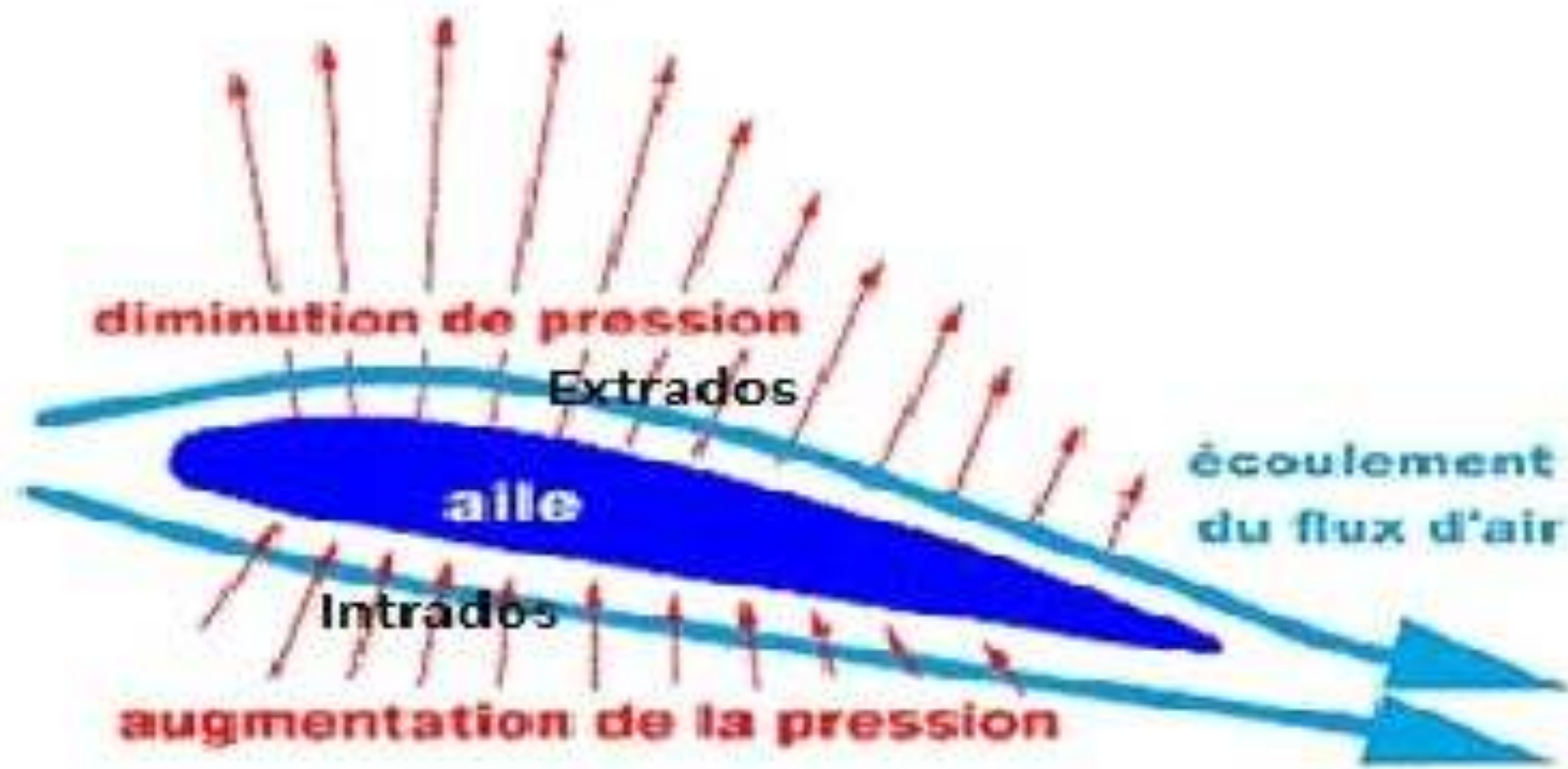
Flux d'air autour du cercle unité



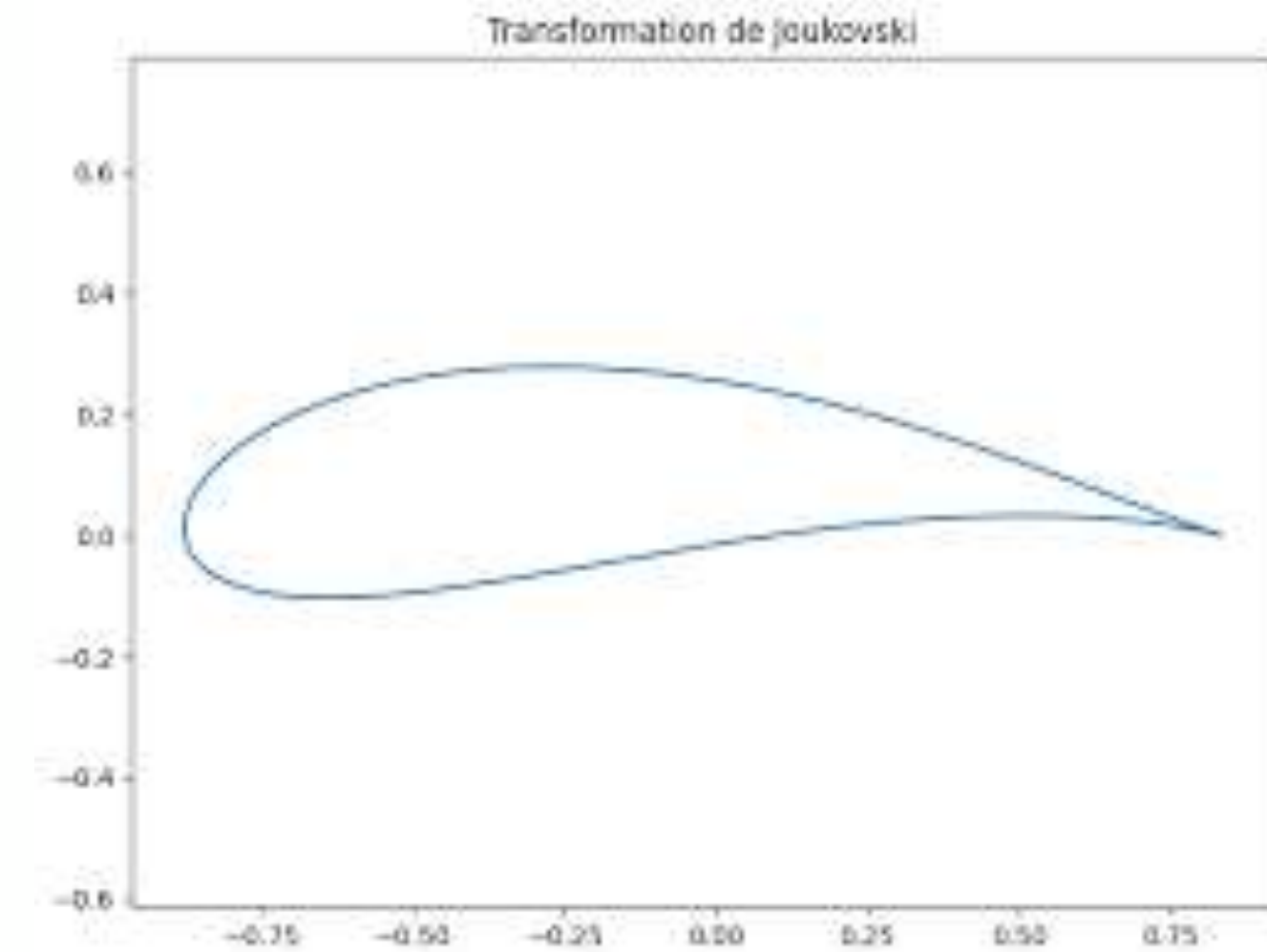
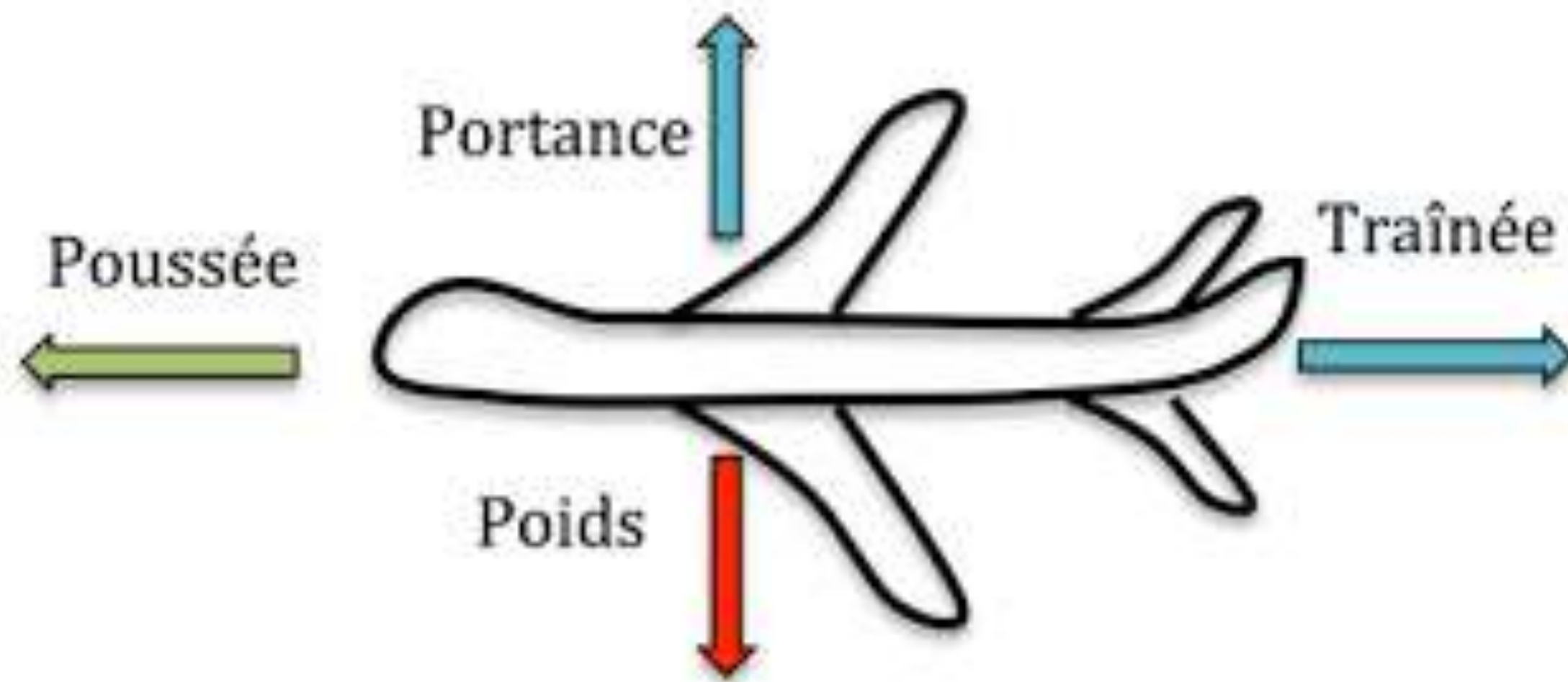
Flux d'air autour du profil de Joukovski



Principe de Bernoulli



Aérodynamisme sur un avion



Conclusion et perspectives



Références:

Chanetz, Bruno, L'application des nombres complexes au calcul des profils d'aile, comptes rendue mécanique, Elsevier sciencedirect, Palaiseau, 2019, 6 pages.

Transformations conformes et hydrodynamique, Physique théorique, tutorat de mathématiques, Paris, 2010, 6 pages.

C.Bejjani, N.Khattabi, M.Laforest, R.Labib, Applications des mathématiques: le profil d'une aile d'avion, analyse appliquée et génie industriel, compte rendue, polytechnique, Montréal, 2010, 5 pages.

Le problème physique, applications conformes, exercice physique, master ISN, AISN Lille, 2019, 4 pages.

A.Roumadni, M. Colonval, « la transformation de Joukovski », les maths au quotidien, page mis à jour en juin 2024, Orléans, 2 pages.

« Transformation de joukovski », wikipedia, dernière modification de cette page a été faite le 6 octobre 2022

<https://www.geogebra.org/m/aZBD8RPN>, Joukowsky Transform 04, mathanim, en ligne