

Corrigé du test d'évaluation de 2025

Question 1 Puissances

- a) Compléter la formule : $(a.b)^n = \dots a^n.b^n$
- b) Ecrire les nombres suivants en notation scientifique : (rappel : $0,03 = 3 \times 10^{-2}$ en notation scientifique)

$$A = 3 \times 2^3 \times 10^2 \times 5^3 = \dots 3 \times 10^2 \times 10^3 = 3 \times 10^5$$

$$B = (3 \times 10^5)^2 = \dots 3^2 \times (10^5)^2 = 9 \times 10^{10}$$

$$C = \frac{(2^2 \times 5^2)^4}{10^{10}} = \dots \frac{(2^2)^4 \times (5^2)^4}{10^{10}} = \frac{2^8 \times 5^8}{10^{10}} = \frac{10^8}{10^{10}} = 10^{-2}$$

- c) Simplifiez les expressions suivantes :

$$A = x^2 \times 3x^5 = \dots 3x^7$$

$$B = x^3 + (2.x)^3 = \dots x^3 + 2^3 x^3 = x^3 + 8x^3 = 9x^3$$

$$C = (x^5)^3 = \dots x^{15}$$

Question 2 Fractions

Simplifiez les nombres et les expressions suivantes :

$$A = \frac{5}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{15} = \dots \frac{5+2}{15} = \frac{7}{15}$$

$$B = \frac{7}{2} \times \frac{2}{5} = \dots \frac{7 \times \cancel{2}}{\cancel{2} \times 5} = \frac{7}{5}$$

$$C = \frac{5x}{\frac{3}{2}} = \dots \frac{5x \times \frac{2}{3}}{1} = \frac{10x}{3}$$

$$D = \frac{R}{V} - \frac{5}{2R} = \dots \frac{2R^2 - 5V}{2VR} \dots \text{avec } V, R \neq 0$$

$$\text{En d\'eduire l'inverse de la fraction pr\'ecedente : } = \dots \frac{2VR}{2R^2 - 5V} \dots \text{avec } V, R \neq 0$$

$$F = \frac{\frac{5x^2y}{10y}}{\frac{z}{z^2}} = \dots \frac{5x^2y}{z} \times \frac{z^2}{10y} = \frac{x^2z}{2} \dots \text{avec } y, z \neq 0$$

Question 3 Racines carr\'ees : Ecrire sous la forme $a\sqrt{5}$ o\`u a est un nombre entier.

$$A = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{45} - \sqrt{20} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5 \times 9} - \sqrt{5 \times 4} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} \sqrt{9} - \sqrt{5} \sqrt{4} = 2\sqrt{5} + 9\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$$

$$\text{Elever le nombre pr\'ecedent, } A, \text{ au carr\'e : } (9\sqrt{5})^2 = 9^2 \sqrt{5}^2 = 81 \times 5 = 405.$$

Ecrire l'inverse de A et en donner une \'\e'criture sans radical au d\'enominateur :

$$\frac{1}{9\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{45}$$

Question 4 Identités remarquables

a) Développez les formules suivantes :

$$(a+b)^2 = \dots a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = \dots a^2 - b^2$$

b) Factorisez l'expression suivante :

$$a^2 - 2ab + b^2 = \dots (a-b)^2$$

c) Développez A, factorisez B et simplifiez C :

$$A = (2x-6)^2 = \dots (2x)^2 - 2 \times (2x) \times 6 + 6^2 = 4x^2 - 24x + 36$$

$$B = (2x+3)(5x-4) + (2x+3)^2 = \underline{(2x+3)}(5x-4) + \underline{(2x+3)}(2x+3) = \underline{(2x+3)}(5x-4+2x+3) \\ = (2x+3)(7x-1)$$

$$C = \frac{3(x-1)(x+2)^2}{x^2+4x+4} = \dots \frac{3(x-1)(x+2)^2}{(x+2)^2} = 3(x-1) \dots \text{avec } x \neq -2$$

Question 5 Résolvez les équations et inéquations suivantes :

$$\text{a) } 4 - 4R = 16 - 2R \Leftrightarrow -4R + 2R = 16 - 4 \Leftrightarrow -2R = 12 \Leftrightarrow R = -\frac{12}{2} = -6 \\ S = \{-6\}$$

b) $X^2 - 2X - 3 = 0$ $a = 1$ $b = -2$ $c = -3$

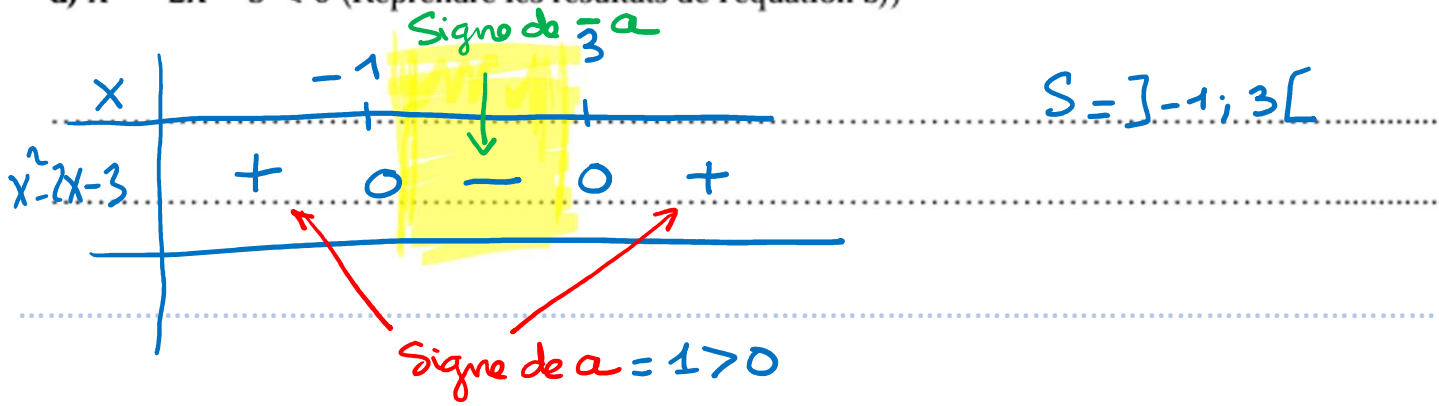
..... $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(-3) = 4 + 12 = 16 > 0$

..... $\left\{ \begin{array}{l} X_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ X_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - 4}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{array} \right.$ $S = \{ 3; -1 \}$

c) $2 - 4t < 2t + 8 \Leftrightarrow -4t - 2t < 8 - 2 \Leftrightarrow -6t < 6 \xrightarrow{\div (-6) < 0} t > -1$

..... $S =] -1; +\infty[$

d) $X^2 - 2X - 3 < 0$ (Reprendre les résultats de l'équation b))



Question 6 Trigonométrie

a) Complétez les formules suivantes :

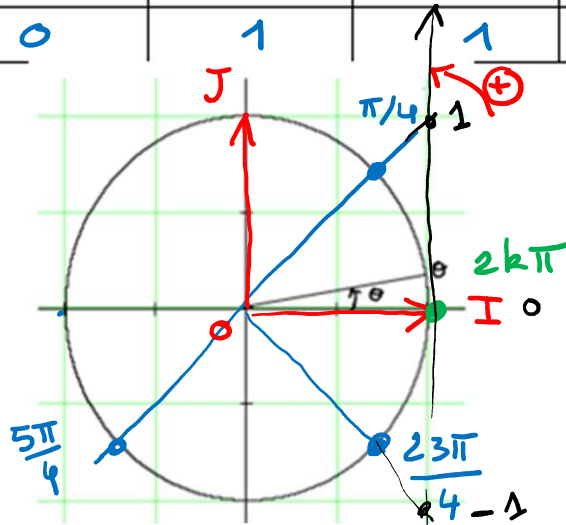
$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

b) Complétez le cercle trigonométrique ci-dessous, placez sur ce dernier les angles suivants : $\frac{\pi}{4}$; $\frac{5\pi}{4}$;

$\frac{23\pi}{4}$; $2k\pi$ où k est un entier relatif ; puis complétez le tableau ci-dessous :

θ	$2k\pi$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{23\pi}{4}$
$\sin \theta$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\tan \theta$	0	1	1	-1



$$\frac{23\pi}{4} = \frac{24\pi}{4} - \frac{\pi}{4}$$

Question 7 Etude de fonctions

Soit f , la fonction définie par : $f(x) = 4x^3 - 2x + 1$

a) Quel est l'ensemble de définition de f ? $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$

b) Quel est l'expression de la dérivée de f ? $f'(x) = 12x^2 - 2$

c) Déterminez les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (4x^3) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (4x^3) = -\infty$

Question 8 Exponentielle et Logarithme

Simplifiez les expressions suivantes : $A = e^{\ln 3} = 3$

$B = \ln\left(\frac{1}{e}\right) = -\ln e = -1$ $\log(10^{23}) = \frac{\ln(10^{23})}{\ln(10)} = \frac{23 \ln 10}{\ln 10} = 23$

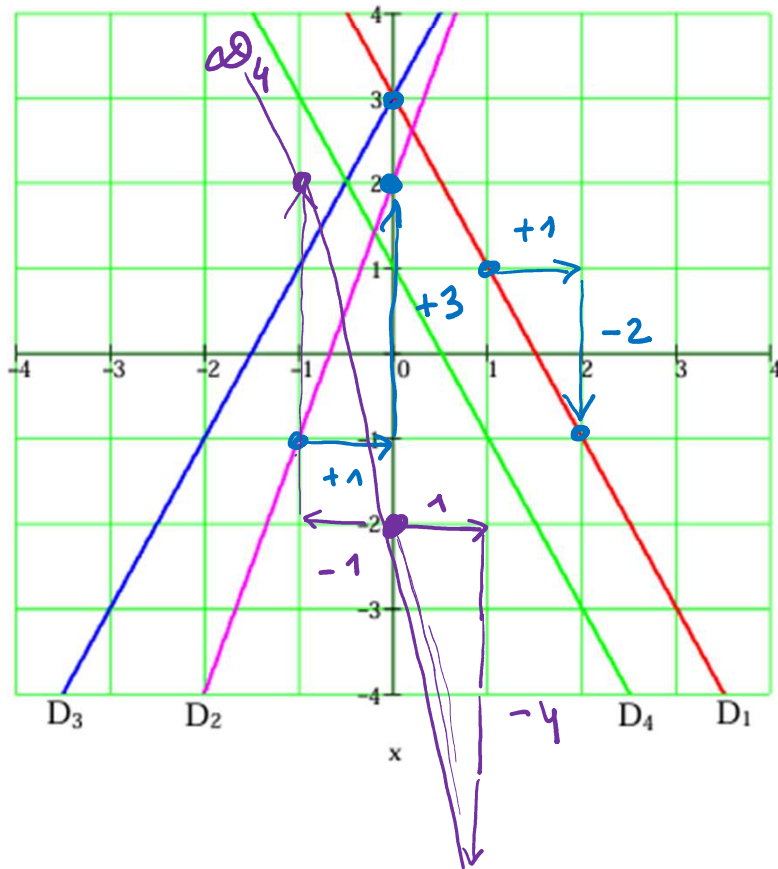
Question 9 Equation de droites

Les droites D_1 et D_2 sont tracées ci-dessous. Complétez :

La droite D_1 a pour équation : $y = -2x + 3$

La droite D_2 a pour équation : $y = 3x + 2$

Puis, tracez sur la même figure ci-dessous, la droite d'équation : $D : y = -4x - 2$



Question 10 Proportionnalité ?

Sur la notice d'un capteur de pression, on peut lire quelques valeurs repères :

Pression en hecto Pascal	Tension de sortie en Volt
P = 0 hPa	U _s = 4 V (A)
P = 1000 hPa	U _s = 2 V (B)
P = 1250 hPa	U _s = 1,5 V (C)

y^{-2}
 $4 - \frac{5}{4} \times 2$

$\times 1000$
 $1250 = \frac{5}{4} \cdot 1000$

a) Complétez ce tableau, on pourra expliquer succinctement les calculs ci-dessous :

Voir Tableau (Méthode 1)

Méthode 2: $U = aP + b$ avec $a = \frac{U_B - U_A}{P_B - P_A} = \frac{2 - 4}{1000 - 0} = -\frac{2}{1000} = -\frac{1}{500}$

$b = 4$ car: $4 = a \times 0 + b$

Donc $U_s = -\frac{1}{500}P + 4$ et $U_s = -\frac{1}{500} \times 1250 + 4 = -\frac{125}{50} + 4 = -\frac{5}{2} + 4 = \frac{-5+8}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$

b) Déterminez l'expression de la tension de sortie U_s en fonction de la pression P (sauf si vous l'avez déjà fait dans la question précédente) :

$U_s = -\frac{1}{500}P + 4$. On peut écrire $= \frac{2}{2 \times 500} = \frac{2}{1000} = 2 \cdot 10^{-3}$

$U_s = -2 \cdot 10^{-3}P + 4$

Question 11 Résolvez le système suivant : $\begin{cases} 4x + 10y = 6 & \textcircled{1} \\ 2x + 3y = 2 & \textcircled{2} \end{cases}$

Méthode par addition :

$$\begin{cases} 4x + 10y = 6 & \textcircled{1} \\ -4x - 6y = -4 & \textcircled{2} \times (-2) \end{cases}$$

$$4y = 2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} 12x + 30y = 18 & \textcircled{1} \times 3 \\ -10x - 30y = -20 & \textcircled{2} \times (-10) \end{cases} \quad \text{OU} \quad \begin{cases} 2x + \frac{3}{2} = 2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$-8x = -2 \Leftrightarrow x = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 - \frac{3}{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{1}{4} ; \frac{1}{2} \right) \right\}$$

Méthode par substitution :

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow x = \frac{6 - 10y}{4} = \frac{3 - 5y}{2}$$

$$\textcircled{2} \Leftrightarrow 2 \times \frac{3 - 5y}{2} + 3y = 2$$

$$\Leftrightarrow 3 - 5y + 3y = 2$$

$$\Leftrightarrow -2y = -1 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow x = \frac{3 - \frac{5}{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{1}{4} ; \frac{1}{2} \right) \right\}$$

Question 12 ne compte pas dans la note finale (poursuites d'études).

- 1) Calculer les valeur moyenne et efficace du signal $f(t) = 5 \cdot \cos(t)$. On rappelle les formules :

La **valeur moyenne** d'une fonction intégrable et T-périodique f, est la valeur donnée par : $\frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) dt$ où a est un nombre réel quelconque. La **valeur efficace** de f est la racine carré de la valeur moyenne de f^2 :

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_a^{a+T} f^2(t) dt}$$

- 2) Résoudre l'équation : $2 \cdot e^{2x} - e^x - 3 = 0$

$$\textcircled{1} \quad V_{\text{moy}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} 5 \cdot \cos t \, dt = \frac{5}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \cos t \, dt = \frac{5}{2\pi} \cdot \left[\sin t \right]_0^{2\pi} = \frac{5}{2\pi} (\sin 2\pi - \sin 0) = 0$$

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} (5 \cos t)^2 \, dt = \frac{25}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \cos^2 t \, dt = \frac{25}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos(2t)}{2} \, dt = \frac{25}{4\pi} \cdot \int_0^{2\pi} (1 + \cos 2t) \, dt$$

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{25}{4\pi} \cdot \left[t + \frac{\sin(2t)}{2} \right]_0^{2\pi} = \frac{25}{4\pi} \cdot \left(2\pi + \frac{\sin(4\pi)}{2} - \left(0 + \frac{\sin 0}{2} \right) \right) = \frac{25}{4\pi} \times 2\pi = \frac{25}{2}$$

$$\text{donc } V_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{25}{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{2}} \quad (\text{Formule de P.K})$$

Question 12 ne compte pas dans la note finale (poursuites d'études).

- 1) Calculer les valeur moyenne et efficace du signal $f(t) = 5 \cdot \cos(t)$. On rappelle les formules :

La **valeur moyenne** d'une fonction intégrable et T-périodique f, est la valeur donnée par : $\frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) dt$ où a est un nombre réel quelconque. La **valeur efficace** de f est la racine carré de la valeur moyenne de f^2 :

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_a^{a+T} f^2(t) dt}$$

- 2) Résoudre l'équation : $2 \cdot e^{2x} - e^x - 3 = 0$

② On pose $X = e^x$ alors $X^2 = (e^x)^2 = e^{2x}$

et on résout : $2X^2 - X - 3 = 0$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(2)(-3) = 1 + 24 = 25$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 = \frac{1+5}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} > 0 \\ X_2 = \frac{1-5}{4} = \frac{-4}{4} = -1 < 0 \end{array} \right.$$

Comme $X = e^x > 0 \forall x \in \mathbb{R}$, alors la

solution X_2 est impossible.

On résout alors $e^x = \frac{3}{2}$

$$\Leftrightarrow \ln e^x = \ln \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$S = \left\{ \ln\left(\frac{3}{2}\right) \right\}$$