Corrigé du test d'évaluation de 2025
1ALT

Question 1 **Puissances**

a) Ecrire les nombres suivants en notation scientifique : (rappel : $0{,}03 = 3 \times 10^{-2}$ en notation scientifique)

$A = 7 \times 5^2 \times 10^5 \times 2^2 =$ $10^2 \times 7 \times 10^5 = 7 \times 10^7$

$B = (-2 \times 10^3)^2 =$ $(-2)^2 \times (10^3)^2 = 4 \times 10^6$

$C = \frac{10^7}{(2^3 \times 5^3)^2} =$ $\frac{10^7}{(10^3)^2} = \frac{10^7}{10^6} = 10$

b) Simplifiez les expressions suivantes :

$A = 7a^3 \times a^4 =$ $7a^7$

$B = 4b^2 - (3.b)^2 =$ $4b^2 - 9b^2 = -5b^2$

$C = (c^4)^3 \times c^{-5} =$ $c^{12} \times c^{-5} = c^7$

Question 2 **Fractions**

a) Les nombres a, b, c, d, y et z étant non nuls, complétez les formules suivantes :

$\frac{d}{c} + \frac{b}{a} =$ $\frac{da + bc}{ca}$

$\frac{\frac{c}{d}}{\frac{a}{b}} =$ $\frac{c}{d} \times \frac{b}{a} = \frac{cb}{da}$

$\frac{\frac{x}{y}}{z} = \frac{x}{y} \times \frac{1}{z} = \frac{x}{yz}$

b) Simplifiez les nombres et les expressions suivantes :

$A = \frac{14}{\frac{2}{15}} = 14 \times \frac{15}{2} = 7 \times 15 = 105$ $\quad 7 \times 2$

$B = \frac{3^2}{10} \times \frac{5}{3} = \frac{3}{2}$ $\quad 5 \times 2$

$C = \frac{x}{4} + \frac{3}{10} = \frac{5x+6}{20}$ $\quad 5\times,\ \times 2$

$D = \frac{\frac{4ab^2}{c}}{\frac{8c}{a^2}} = \frac{4ab^2}{c} \times \frac{a^2}{8c} = \frac{a^3b^2}{2c^2}$ avec a, c$\neq 0$ $\quad 2 \times 4$

Question 3 Racines carrées : Simplifiez A au maximum, et faites disparaître les racines carrées du dénominateur de B.

$A = 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{3} \times \sqrt{6} = 6\sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{6} = 6\sqrt{6}\sqrt{6} = 6 \times 6 = 36$

$B = \frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}{x+1-x} = \sqrt{x+1}+\sqrt{x}$ où $x \geq 0$

Question 4 **Identités remarquables**

a) Développez les formules suivantes :

$(Z-t)(Z+t)=$ $z^2 - t^2$

$(X-Y)^2 =$ $x^2 - 2xy + y^2$

b) Factorisez l'expression suivante :

$R^2+T^2-2TR =$ $(R-T)^2$

c) Développez A, factorisez B et simplifiez C :

$A=(5-2t)^2 =$ $5^2 - 2\times5\times2t + (2t)^2 = 25 - 20t + 4t^2$

$B=3(R^2-1)-(R+1) =$ $3(R-1)(R+1) - (R+1) = (R+1)(3R-3-1) = (R+1)(3R-4)$

$C=\frac{(2z+4)(3z+2)}{(z+2)} =$ $\frac{2(z+2)(3z+2)}{z+2} = 2(3z+2) = 6z+4$ avec $z \neq -2$

Question 5 **Résolvez les équations et inéquations suivantes :**

a) $9R-3=-2+2R \Leftrightarrow$ $9R-2R = -2+3 \Longleftrightarrow 7R = 1 \Longleftrightarrow R = 1/7$ $S = \{1/7\}$

b) $3X^2 + X - 2 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(3)(-2) = 1 + 24 = 25 > 0$

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1+5}{6} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3} \\ x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1-5}{6} = \dfrac{-6}{6} = -1 \end{cases}$$

$S = \{-1 \,;\, 2/3\}$

c) $5 - 3t \leq -2t + 4 \Leftrightarrow$ $-3t + 2t \leq 4 - 5 \Leftrightarrow -t \leq -1 \Leftrightarrow t \geq 1$

$S = [1 \,;\, +\infty[$

d) $3X^2 + X - 2 > 0$ (Reprendre les résultats de l'équation b))

X		-1		$2/3$	
$3X^2+X-2$	$+$	0	$-$	0	$+$

$S = \,]-\infty \,;\, -1\,] \cup [\,2/3 \,;\, +\infty[$

Question 6 Trigonométrie

a) Complétez les formules suivantes :

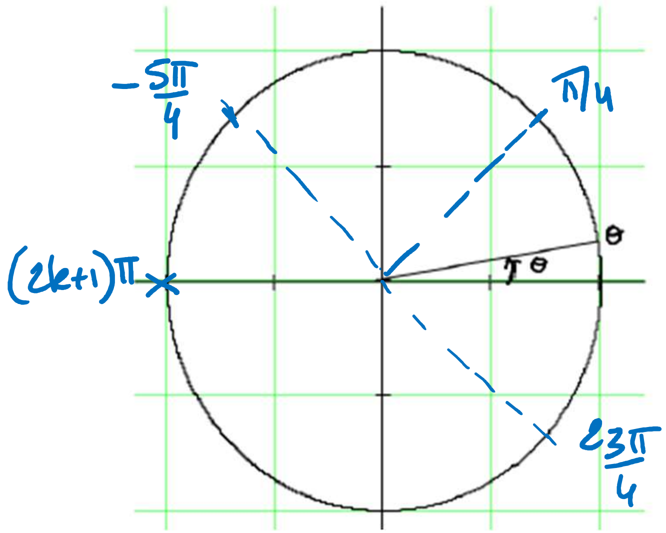
$\cos^2(x)+\sin^2(x) = $ 1

$\sin(a-b) = $ sin a Cos b − sin b Cos a

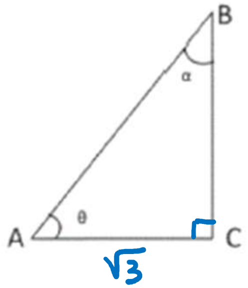
b) Complétez le cercle trigonométrique ci-dessous, placez sur ce dernier les angles suivants : $\frac{\pi}{4}$; $-\frac{5\pi}{4}$; $\frac{23\pi}{4}$; $(2k+1)\,\pi$ où k est un entier relatif ; puis complétez le tableau ci-dessous :

θ	$(2k+1)\pi$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{-5\pi}{4}$	$\frac{23\pi}{4}$
$\sin\theta$	0	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$
$\cos\theta$	-1	$\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$
$\tan\theta$	0	1	-1	-1

$$\frac{23\pi}{4} = \underbrace{\frac{24\pi}{4}}_{6\pi} - \frac{\pi}{4}$$



c) Soit ABC le triangle rectangle en C, tel que l'angle $\theta = \widehat{CAB}$ vaut $\frac{\pi}{6}$ radians et $AC = \sqrt{3}$



En déduire les valeurs de AB, puis de CB :

$\cos\frac{\pi}{6} = \frac{AC}{AB} \Longleftrightarrow AB = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 2$

$CB^2 + AC^2 = AB^2 \Longleftrightarrow CB^2 = 4 - 3 = 1 \Longleftrightarrow CB = 1$ ou $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{BC}{AB} \Longleftrightarrow BC = \frac{1}{2} \times 2 = 1.$

La valeur de l'angle $\theta = \widehat{CAB}$ en degré est : $\frac{180}{6} = 30°$

La valeur de l'angle $\alpha = \widehat{CBA}$ en degré est : $180 - (30 + 90) = 60°$

Question 7 **Etude de fonctions**

Soit f, la fonction définie par : $f(x) = tanx$

a) Quel est l'ensemble de définition de f ? $\mathbb{R} - \{\pi/2 + k\pi ; k \in \mathbb{Z}\}$

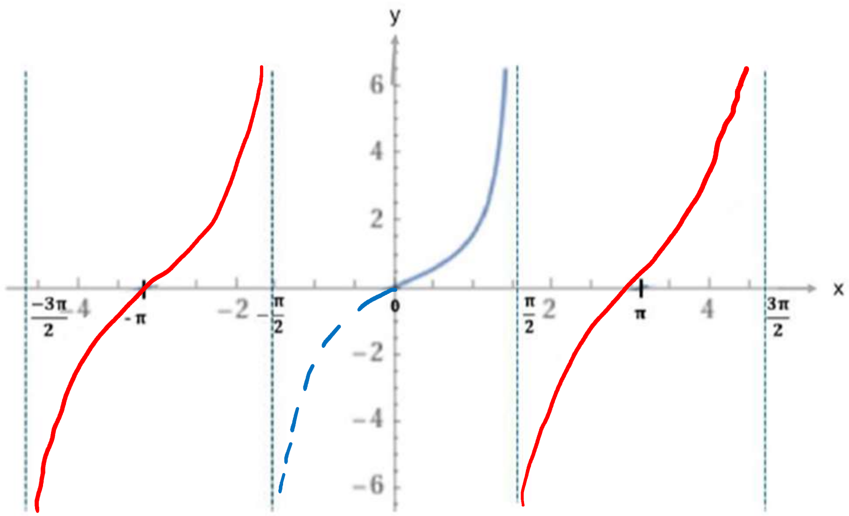
b) La fonction f est-elle paire ? impaire ? impaire

c) La fonction f est périodique, quelle est sa période ? π

d) La fonction f a pour dérivée $f'(x) = \frac{1}{cos^2(x)}$, quel est alors le sens de variation de f ?

$f'(x) > 0$ donc f est croissante

e) La fonction f est représentée ci-dessous sur l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$. Complétez la courbe sur le reste du schéma ci-dessous.



f) Que peut-on dire des droites d'équations : $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{-3\pi}{2}$; $x = \frac{-\pi}{2}$; $x = \frac{3\pi}{2}$?

Ce sont des asymptotes verticales.

<u>Question 8</u> Exponentielle et Logarithme

Soit Log, la fonction « logarithme décimal » définie par : $\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$ $\forall x > 0$. Déterminez et simplifiez :

$\log(1) = 0$ $\log(10) = \frac{\ln 10}{\ln 10} = 1$

$\log(10^2) = \frac{\ln(10^2)}{\ln 10} = \frac{2\ln 10}{\ln 10} = 2$ $\log(10000) = \frac{\ln(10^4)}{\ln 10} = 4$

$\log(10^n) = n$ pour tout entier naturel n.

Soit A et B, deux nombres réels strictement positifs,

$\log(A.B) = \log A + \log B$

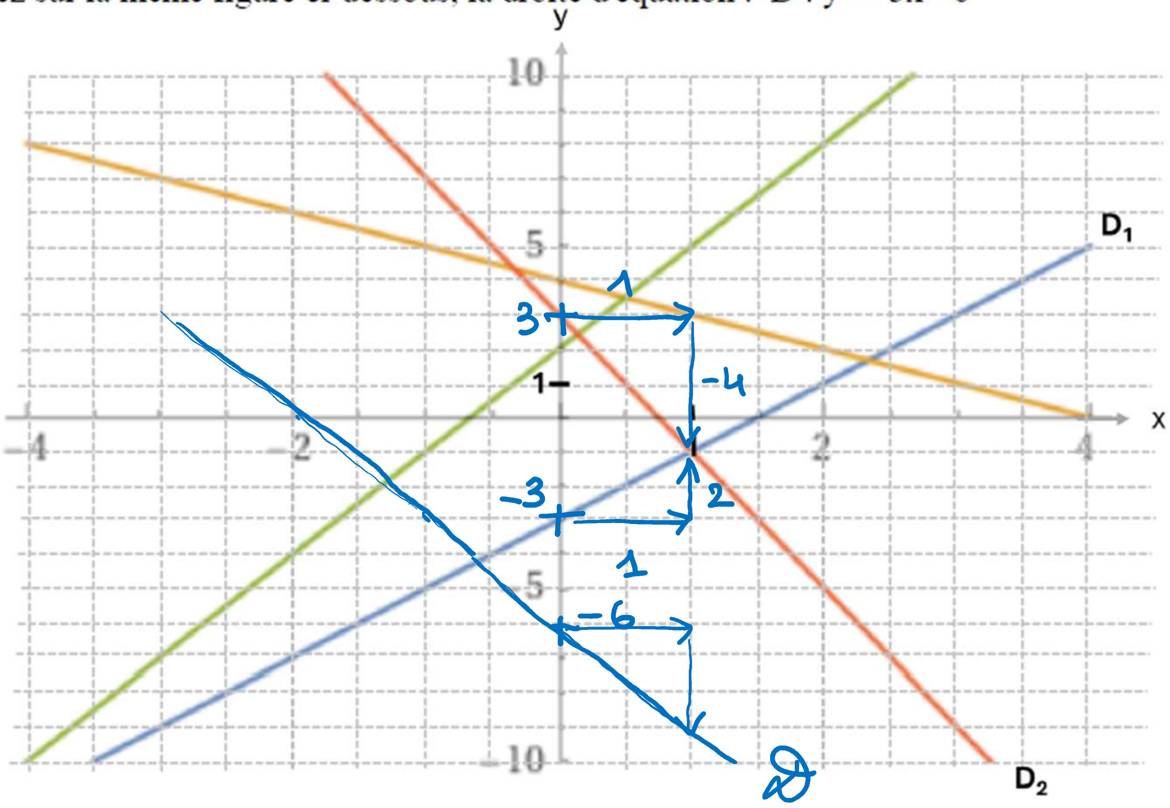
Question 9 **Equation de droites**

Les droites D_1 et D_2 sont tracées ci-dessous. Complétez :

La droite D_1 a pour équation : …$y = 2x - 3$…………………………………………………………

La droite D_2 a pour équation : …$y = -4x + 3$…………………………………………………………

Puis, tracez sur la même figure ci-dessous, la droite d'équation : D : y = -3x - 6



Question 10 Résolvez le système suivant : $\begin{cases} 10x - 2y = 9 & \times 4 \\ -8x + y = -1 & \times 5 \end{cases}$ $\begin{matrix} \times 1 \\ \times 2 \end{matrix}$

$-8y + 5y = 36 - 5$

$-3y = 31$

$y = -\frac{31}{3}$

$10x - 16x = 9 - 2$

$-6x = 7$

$x = -\frac{7}{6}$

$S = \left\{ \left(-\frac{7}{6} ; -\frac{31}{3} \right) \right\}$.

<u>Question 12</u> ne compte pas dans la note finale (poursuites d'études).

1) Calculer les valeur moyenne et efficace du signal $f(t) = 5.\cos(t)$. On rappelle les formules :

La **valeur moyenne** d'une fonction intégrable et T-périodique f, est la valeur donnée par : $\frac{1}{T}\int_a^{a+T} f(t)dt$ où a est un nombre réel quelconque. La **valeur efficace** de f est la racine carré de la valeur moyenne de f^2 :

$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_a^{a+T} f^2(t)dt}$

2) Résoudre l'équation : $2.e^{2x} - e^x - 3 = 0$

① $V_{moy} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} 5.\cos t \, dt = \frac{5}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \cos t \, dt = \frac{5}{2\pi} \cdot \left[\sin t \right]_0^{2\pi} = \frac{5}{2\pi}\left(\sin 2\pi - \sin 0\right) = 0$

$V_{eff}^2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} (5\cos t)^2 dt = \frac{25}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \cos^2 t \, dt = \frac{25}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{1+\cos(2t)}{2} dt = \frac{25}{4\pi} \cdot \int_0^{2\pi} (1+\cos 2t) \, dt$

$V_{eff}^2 = \frac{25}{4\pi} \cdot \left[t + \frac{\sin(2t)}{2} \right]_0^{2\pi} = \frac{25}{4\pi} \cdot \left(2\pi + \frac{\sin(4\pi)}{2} - \left(0 + \frac{\sin 0}{2} \right) \right) = \frac{25}{4\pi} \times 2\pi = \frac{25}{2}$

donc $V_{eff} = \sqrt{\frac{25}{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$ (Formule de Π. K)

Question 12 ne compte pas dans la note finale (poursuites d'études).

1) Calculer les valeur moyenne et efficace du signal $f(t) = 5.\cos(t)$. On rappelle les formules :
La **valeur moyenne** d'une fonction intégrable et T-périodique f, est la valeur donnée par : $\frac{1}{T}\int_a^{a+T} f(t)dt$ où a est un nombre réel quelconque. La **valeur efficace** de f est la racine carré de la valeur moyenne de f^2 :
$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_a^{a+T} f^2(t)dt}$

2) Résoudre l'équation : $2.e^{2x} - e^x - 3 = 0$

② On pose $X = e^x$ alors $X^2 = (e^x)^2 = e^{2x}$

et on résout : $2X^2 - X - 3 = 0$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(2)(-3) = 1 + 24 = 25$$

$$\begin{cases} X_1 = \frac{1+5}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} > 0 \\ X_2 = \frac{1-5}{4} = \frac{-4}{4} = -1 < 0 \end{cases}$$

Comme $X = e^x > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$, alors la solution X_2 est impossible.

On résout alors $e^x = \frac{3}{2}$

$$\iff \ln e^x = \ln \frac{3}{2}$$

$$\iff x = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$S = \left\{ \ln\left(\frac{3}{2}\right) \right\}.$$