Travaux Pratiques d'Outils Logiciels sur les fonctions réciproques

Rappel

On appelle fonction bijective sur D, toute fonction $f : D \longrightarrow f(D)$, $x \longmapsto y = f(x)$

vérifiant : $\forall\, y \in f(D)\ \exists !\ x \in D\ /\ y = f(x)$ **, c'est-à-dire :**

« Pour tout y, élément de f(D), il existe un unique x, élément de D tel que y=f(x) »

Question 1 Etudier la fonction f, définie par : $f(x) = (\sqrt{x} - 1)^2$ et montrer, à l'aide d'un contre-exemple, qu'elle n'est pas bijective sur son ensemble de définition.

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

Rappel

Toute fonction continue et strictement monotone sur D est bijective sur D.

Question 2   Déterminer deux intervalles sur lesquels la fonction f est bijective, justifier ce résultat.

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

Rappel

Définition/Théorème   **Soit une fonction bijective** $f : D \longrightarrow f(D)$

$$x \longmapsto y = f(x)$$

il existe alors une fonction notée f^{-1} et appelée « fonction réciproque de f », telle que : $f^{-1} : f(D) \longrightarrow D$

$$y \longmapsto x = f^{-1}(y)$$

Remarques : $\forall\ x \in D,\ (f^{-1} \circ f)(x) = x$ **et** $\forall\ y \in f(D),\ (f \circ f^{-1})(y) = y$

Les courbes représentant f et f^{-1} sont symétriques l'une de l'autre par rapport à la droite $y = x$.

Question 3 Déterminer l'ensemble de définition, l'ensemble image et l'expression de g^{-1}, la fonction réciproque de la fonction g définie par : $g(x) = (\sqrt{x} - 1)^2$ sur $I = [1;\infty[$. Dans un même repère tracer les courbes représentant g et g^{-1}

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

<u>Question 4</u> Déterminer l'ensemble de définition, l'ensemble image et l'expression de h^{-1}, la fonction réciproque de la fonction h définie par : $\mathrm{h}(\mathrm{x}) = (\sqrt{\mathrm{x}} - 1)^2$ sur I=$[0; 1]$. Dans un même repère tracer les courbes représentant h et h^{-1}

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

<u>Résoudre l’exercice 6 page 40 du chapitre 3.</u>

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………