

1) Compléter en ligne les zones en pointillés : (6 points) 6
 (la colonne 1 est un cas particulier de la colonne 2 : U est une fonction qui dépend de x)

Dérivée de $\cos(x)$: $-\sin(x)$	Dérivée de $\cos(U)$: $-u' \cdot \sin(u)$
Dérivée de $\ln(x)$: $\frac{1}{x}$ $\forall x \neq 0$ $\forall x \in]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$	Dérivée de $\ln(U)$: $\frac{u'}{u}$
Dérivée de $\sqrt{x}$: $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\forall x \in]0; +\infty[$	Dérivée de $\sqrt{U}$: $\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
Dérivée de x^n : $n x^{n-1}$	Dérivée de U^n : $n x u' \cdot u^{n-1}$

2) Compléter : (7.5 points) 7,5

✓ $f(x) = 5x^3 - 4x^2 + 3x - 1$

$D_f = \mathbb{R}$

$f'(x) = 5 \times 3x^2 - 4 \times 2x + 3 = 15x^2 - 8x + 3$

$D_{f'} = \mathbb{R}$

✓ $g(x) = x^2 \cdot \sin(5x)$

$(uv)' = u'v + v'u$

$u = x^2$
 $u' = 2x$
 $v = \sin(5x)$
 $v' = 5 \cos(5x)$

$D_g = \mathbb{R}$

$g'(x) = 2x \cdot x \cdot \sin(5x) + (5 \cos(5x) \cdot x \cdot x^2)$

$= x \cdot (2 \sin(5x) + 5x \cos(5x)) = 10x \left(\frac{\sin(5x)}{5} + \frac{x \cos(5x)}{2} \right)$

$D_{g'} = \mathbb{R}$

factorisation peu utile...

✓ $i(t) = \frac{4t-5}{3t+2} \neq 0$

⑧ $D_i = 3t+2=0 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{3}$

$D_i = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$

$i'(t) = \left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

avec $u = 4t-5$ $v = 3t+2$
 $u' = 4$ $v' = 3$

$\frac{4 \times (3t+2) - (3 \times (4t-5))}{(3t+2)^2} = \frac{12t+8 - (12t-15)}{(3t+2)^2} = \frac{23}{(3t+2)^2}$

avec $D_{i'} = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$

$\frac{20}{20}$ Excellent Travail.

✓ $h(x) = (\sin x)^{10}$ $(u^n)' = n \times u' \times u^{n-1}$ $(\sin(x))' = \cos x$

$D_h = \mathbb{R}$

$h'(x) = \begin{cases} u = \sin x \\ u' = \cos x \end{cases}$

$n = 10$ $h'(x) = 10 \times \cos(x) \times \sin(x)^9$

$D_{h'} = \mathbb{R}$

3) Compléter, sachant que R, L et C sont des constantes réelles strictement positives :
(3.5 points) **(3/5)**

✓ $k(t) = C \cdot e^{-t}$

$(e^u)' = u' e^u$ $\begin{cases} u = -t \\ u' = -1 \end{cases}$

$D_k = \mathbb{R}$

$k'(t) = C \times -1 \times e^{-t} = -C e^{-t}$

$D_{k'} = \mathbb{R}$

✓ $R(\theta) = \frac{C}{L\theta} = \frac{C}{L} \times \frac{1}{\theta}$ $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ $\begin{cases} u = \theta \\ u' = 1 \end{cases}$

$D_R = \mathbb{R} - \{0\}$

$R'(\theta) = \frac{C}{L} \times \frac{-1}{\theta^2} = -\frac{C}{L\theta^2}$

$D_{R'} = \mathbb{R} - \{0\}$

4) A l'aide de la méthode de l'expression conjuguée, déterminer la limite : $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{5x^2}$ " $\frac{0}{0}$ " **(FI)**

(3 points) **(3)**

~~$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{5x^2}$~~ $\frac{(\sqrt{1+3x^2}-1) \times (\sqrt{1+3x^2}+1)}{5x^2 \times (\sqrt{1+3x^2}+1)}$

On a au numérateur la forme $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$= \frac{1+3x^2-1}{5x^2 \times (\sqrt{1+3x^2}+1)} = \frac{3x^2}{5x^2(\sqrt{1+3x^2}+1)} = \frac{3}{5(\sqrt{1+3x^2}+1)} = \frac{3}{10}$

$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{5x^2} = \boxed{\frac{3}{10}}$