Notes

Exercice 1 ($\cong$ 2,5 *points*). Considérons D le domaine du plan défini par :
$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x \leq 1, y \leq 1 , x + y \geq 1\}$.

1. Représenter le domaine D dans un repère orthonormé du plan.
2. Calculer $I = \iint_D (x + y)dxdy$

Exercice 2 ($\simeq$ 3, 5 **points**). Considérons D le domaine du plan défini par :

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 /\ \ y \leqslant 0\ ;\ x + y \leqslant 0\ ;\ x^2 + y^2 \leqslant 4\}.$$

1. Représenter le domaine D dans un repère orthonormé du plan (tracé à justifier).
2. Calculer

$$J = \iint_D (x + y)^2\ \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y.$$

Exercice 3 ($\cong$ 3,5 *points*). Considérons D le domaine du plan défini par :
$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / \quad x^2 + y^2 \leq 1\}$.

1. Représenter le domaine D dans un repère orthonormé du plan.
2. Calculer $K = \iint_D \frac{1}{1+x^2+y^2} dxdy$

Exercice 4 ($\simeq$ 4 **points**). Dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ du plan, on considère les deux points dont les coordonnées sont les suivantes :

$$A\,(1;4) \quad ; \quad B\,(1;-1)\,.$$

On note D l'intérieur du triangle OAB.

1. Représenter le domaine D dans un repère orthonormé du plan.
2. Calculer
$$L = \iint_D \frac{x(x+2)}{(xy+4)^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y.$$

Exercice 6 ($\cong$ 4 *points*). Considérons f la fonction définie par : $f(x,y) = x^2 + xy + y^2 + 2x + 3y$

1. Déterminer les dérivées partielles d'ordre 1 de f.
2. Quels sont les points critiques de f ?
3. Déterminer les dérivées partielles d'ordre 2 de f.
4. Quelle est la nature des points critiques de f ?