

## UNIVERSITÉ DE TOULON

### RAPPORT DU PROJET PERSONNEL DE RECHERCHE

---

# Caractérisation fréquentielle d'un quadripôle par excitation OFDM

---



Institut Matériaux Microélectronique  
Nanosciences Provence

Pierre CERVANTÈS  
Année 2023-2024 L2PC

*Tuteur : M. CHABRIEL*  
Laboratoire : IM2NP

Je souhaite tout d'abord remercier Monsieur Chabriel du laboratoire IM2NP pour son dévouement, son soutien, le temps qu'il m'a accordé, ainsi que ses conseils avisés tout au long du développement de mon projet de recherche personnel.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>La modulation OFDM dans notre dispositif</b>	<b>3</b>
2.1	Préambule . . . . .	3
2.2	Construction du signal OFDM . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Description du dispositif expérimental et analyse des résultats</b>	<b>6</b>
3.1	Le matériel utilisé . . . . .	6
3.2	Analyse des résultats . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Difficultés rencontrées dans le projet</b>	<b>12</b>
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>14</b>
<b>6</b>	<b>Bibliographie</b>	<b>15</b>

# 1 Introduction

L'OFDM (orthogonal frequency-division multiplexing) est à la base une modulation numérique très largement utilisée dans les systèmes de communication modernes. Le principe de l'OFDM est d'envoyer simultanément l'information numérique sur de multiples fonctions sinusoïdales (appelées porteuses) de fréquences différentes ; on parle de modulation multi-porteuses. Pour éviter les interférences entre les porteuses, les fréquences sont multiples les unes des autres de manière à assurer une forme d'orthogonalité. Chaque donnée numérique codée sur plusieurs bits module l'amplitude et/ou la phase de la fréquence qui va la porter. Ce type de modulation est particulièrement adapté aux télécommunications radiofréquences (RF) dans des environnements sujets à des réflexions ; on parle de propagation sur un canal multitrajet. Dans ces conditions, le signal reçu subit un effet de filtrage linéaire entraînant de la distorsion par rapport au signal émis. La modulation OFDM permet de calculer simplement la réponse en fréquence du canal pour éliminer sa distorsion. Par analogie avec le domaine des télécommunications, nous allons utiliser la modulation OFDM non pas pour caractériser un canal de propagation mais la réponse en fréquence d'un quadripôle électrique linéaire grâce à une excitation OFDM.

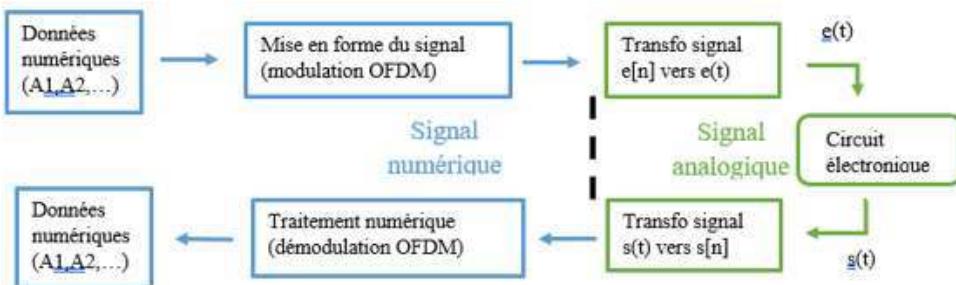
La plupart des communications sans-fil actuelles (4G LTE, WiFi, TNT, ...) sont effectuées selon un protocole OFDM. Il était donc naturel d'aborder ce sujet dans le projet de recherche au sein du laboratoire. Tout au long du projet, les objectifs étaient d'une part de comprendre la structure d'un signal OFDM et d'autre part d'étudier l'intérêt d'utiliser ces signaux dans la mesure des caractéristiques fréquentielles de quadripôles. La méthode sera validée sur des quadripôles élémentaires simples (passe-bas, passe-haut du premier ordre). La performance de l'approche sera mesurée en comparant les diagrammes de Bode expérimentaux à ceux donnés par la théorie. D'un point de vue logiciel, l'ensemble des traitements ainsi que la gestion des appareils de mesure ont été développés sous Matlab. Une interface graphique développée elle aussi sur Matlab permettra à la communauté de reprendre facilement ce travail.

Nous aborderons dans ce rapport tout d'abord la construction de ce signal atypique et la mise en fonction dans nos circuits, puis nous analyserons les résultats obtenus et enfin nous aborderons dans la dernière partie les difficultés rencontrées dans le projet.

## 2 La modulation OFDM dans notre dispositif

### 2.1 Préambule

Voici un schéma récapitulatif des différentes étapes de la construction de notre diagramme de Bode.



Un flux OFDM est composé de  $M$  blocs que l'on appelle des symboles OFDM. Chaque bloc  $m$  transporte  $K$  fréquences porteuses modulées par les amplitudes complexes  $A_1^m$  à  $A_K^m$  correspondant aux données numériques. Dans notre système, l'utilisation de l'OFDM permet un gain de temps considérable dans le traitement des données. En effet, l'obtention d'un diagramme de Bode (voir partie 3) se fait en envoyant un seul signal contenant plusieurs fréquences. Nous obtenons le même diagramme que celui obtenu par une mesure séquentielle (fréquence par fréquence) du gain entre l'entrée et la sortie du système excité par une unique sinusoïde comme nous l'avons fait en TP en première année.

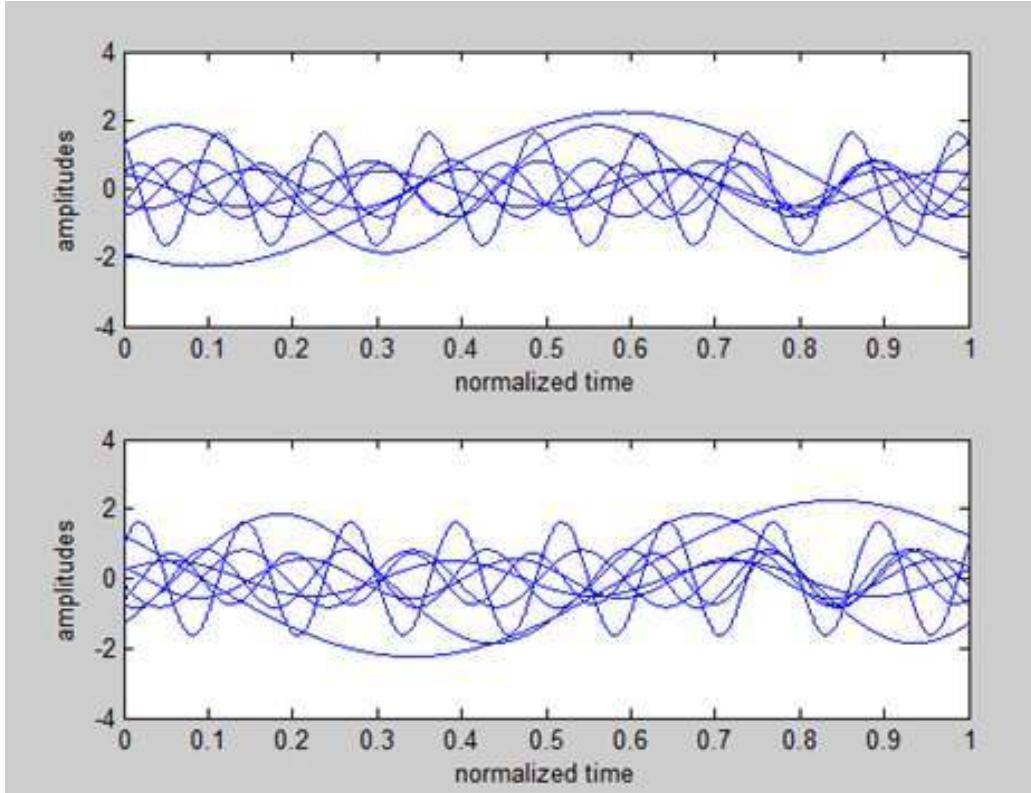


FIGURE 1 – Vue décomposée d'un symbole OFDM contenant  $K$  fréquences

## 2.2 Construction du signal OFDM

Dans ce paragraphe, nous allons voir comment il est possible de construire numériquement un signal analogique OFDM réel en utilisant uniquement des transformées de Fourier rapides (IFFT).

Nous souhaitons obtenir un signal de tension  $s(t)$  de type OFDM. Ce signal doit bien entendu être réel et comporter  $K$  porteuses orthogonales. Chaque symbole OFDM devra donc avoir la forme suivante :

$$s^m(t) = \Re \left\{ \sum_{k=1}^K A_k^m e^{j2\pi k t \frac{K}{T}} \right\}$$

On sait que pour tout nombre complexe  $z$ , sa partie réelle s'écrit  $\Re\{z\} = \frac{z + \bar{z}}{2}$  et on peut donc réécrire l'expression précédente selon :

$$s^m(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K A_k^m e^{j2\pi k t \frac{K}{T}} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \bar{A}_k^m e^{-j2\pi k t \frac{K}{T}}$$

Le signal  $s^m(t)$  ayant une largeur de bande (bilatérale)  $B = \frac{2K}{T}$ , peut être échantillonné sans repliement, à n'importe quelle fréquence d'échantillonnage  $F_s = \frac{N}{T} > B$  où  $N \geq 2K$  est supposé ici être un entier naturel. En remplaçant  $t$  par  $nT/N$  dans (2), on peut écrire chaque échantillon  $s^m[n]$  comme suit :

$$s^m[n] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \left( A_k^m e^{j2\pi k n / N} + \bar{A}_k^m e^{-j2\pi k n / N} \right).$$

Après avoir effectué quelques calculs mathématiques simples, on obtient l'expression équivalente suivante :

$$s^m[n] = \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^K A_k^m e^{j2\pi k n / N} + \sum_{k=N-K}^{N-1} \bar{A}_{N-k}^m e^{j2\pi k n / N} \right). \quad (1)$$

En supposant maintenant, sans perte de généralité, que par exemple  $K$  et  $N$  sont des nombres pairs, on peut choisir  $N = 2K + 2$  pour satisfaire le théorème d'échantillonnage et, (1) donne alors :

$$s^m[n] = \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^{N/2-1} A_k^m e^{j2\pi kn/N} + \sum_{k=N/2+1}^{N-1} \bar{A}_{N-k}^m e^{j2\pi kn/N} \right). \quad (2)$$

Mise à part un facteur  $N/2$ , il est évident que les deux sommes dans (2) peuvent être calculées,  $\forall n \in \{0, \dots, N-1\}$ , à partir d'une transformée de Fourier discrète inverse (IDFT) de taille  $N$  :

$$s^m[n] = \sum_{k=0}^{N-1} s^m[k] e^{j2\pi kn/N},$$

où  $s^m[k]$  est le  $k$ -ème élément de la séquence fréquentielle hermitienne suivante :

$$\{s^m[k]\}_{k=0, \dots, N-1} = \left\{ 0, A_1^m, \dots, A_{\frac{N}{2}-1}^m, 0, \bar{A}_{\frac{N}{2}+1}^m, \dots, \bar{A}_1^m \right\}$$

Les échantillons calculés  $s_m[n]$  sont envoyés à l'AFG qui va les convertir en signal de tension analogique à la cadence  $F_s = \frac{N}{T}$ .

Il est important de préciser ici que les échantillons numériques calculés qui sont envoyés à l'AFG vont bien être convertis en tension (c.-à-d. en Volts), et il est nécessaire d'ajouter un facteur  $\alpha$  correspondant à cette conversion. En notant  $v_e^m(t)$  la tension aux bornes de l'AFG, on a alors

$$v_e^m(t) = \alpha s^m(t).$$

À la sortie du circuit, on obtient le signal filtré  $v_s^m(t) = \{v_e^m * h\}(t)$  où  $h(t)$  correspond à la réponse impulsionnelle du quadripôle et où  $*$  représente l'opérateur de convolution. Dans le domaine fréquentiel on a alors pour chaque symbole  $m$  et pour chaque fréquence  $f_k = k/T$ , la relation

$$V_s^m(f_k) = \alpha H(f_k) A_k^m$$

où  $H(f_k)$  est la réponse en fréquence du quadripôle que nous souhaitons estimer.

On a bien sûr à l'entrée la relation

$$V_e^m(f_k) = \alpha A_k^m,$$

et il est donc théoriquement possible d'estimer la réponse en fréquence  $H(f_k)$  à partir d'un symbole OFDM  $m$  quelconque selon :

$$\hat{H}(f_k) = \frac{V_s^m[k]}{V_e^m[k]}, \quad (3)$$

où  $V_s^m[k]$  et  $V_e^m[k]$  sont obtenus par FFT. La présence de bruit de mesure va nous conduire à moyenner l'expression précédente sur plusieurs symboles pour améliorer l'estimation de  $H$  (voir dernière partie du rapport).

### 3 Description du dispositif expérimental et analyse des résultats

#### 3.1 Le matériel utilisé

Au cours de ces deux années de projet de recherche, nous avons pu tester 2 dispositifs différents. Nous avons débuté nos expérimentations avec un oscilloscope Rigol 8 bits accompagné d'un AFG (Arbitrary Function Generator qui transforme le signal numérique en tension analogique). Le signal était ensuite envoyé dans un circuit  $RC$  type filtre passe-bas ayant comme caractéristiques  $R = 120$  Ohms et  $C = 6.8nF$ . La fréquence de coupure du circuit vaut  $F_c = 1/(2\pi RC) = 195\text{kHz}$ . Les résultats obtenus avec ce dispositif étaient corrects. Voici le rendu en diagramme de Bode sur la figure ci-dessous :

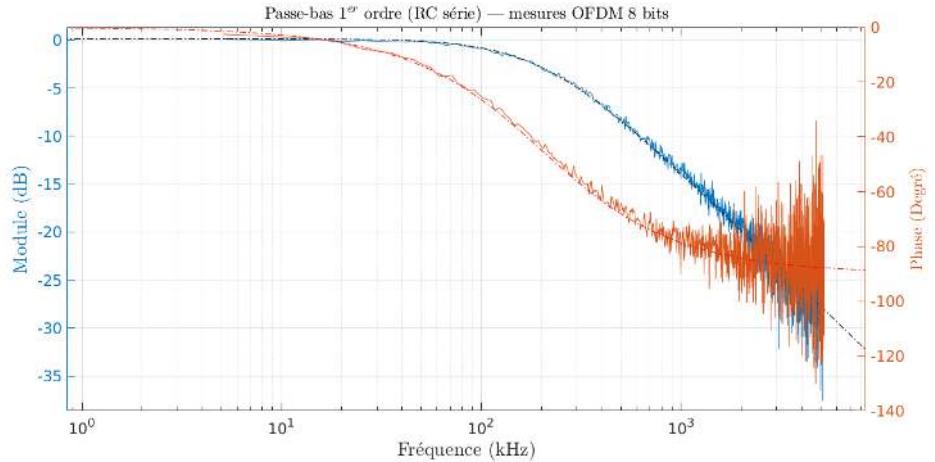


FIGURE 2 – Diagramme de Bode circuit RC passe-bas

On observe cependant une saturation en HF à partir de 1MHz. Nous ne pouvions pas analyser les données en hautes fréquences. Nous avons donc essayé d'utiliser une sonde d'oscilloscope qui est un dispositif qui est utilisé en complément de l'oscilloscope pour réduire les effets de celui-ci. Voici le schéma de notre circuit avec la modélisation de l'impédance d'entrée de l'oscilloscope et la présence de la sonde :

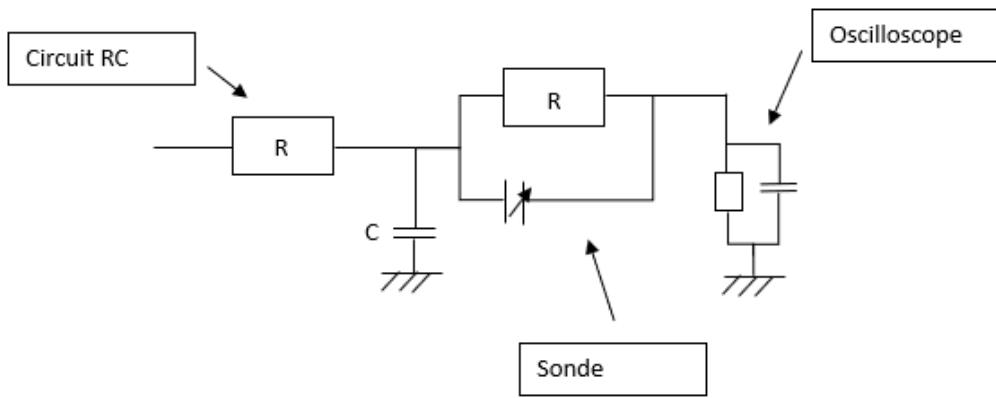


FIGURE 3 – Circuit RC avec sonde

En ajustant la capacité réglable de la sonde avec les paramètres internes de l'oscilloscope, on peut arriver à négliger celui-ci. Nous avons donc essayé une sonde d'oscilloscope pour réaliser l'acquisition des données sans grande réussite.

Les paramètres pouvant influencer la mesure peuvent venir de notre appareil de mesure. Il est important d'avoir à l'esprit la théorie de la mesure.

Dans notre cas, il est nécessaire d'avoir la résistance interne de l'oscilloscope ( $1 \text{ M}\Omega$ ) bien supérieure à la résistance du circuit pour ne pas fausser les mesures. Le condensateur de l'oscilloscope ( $14\text{pF}$ ) doit être petit devant celui du circuit étudié également.

Ce problème va être résolu lors du passage au second dispositif avec le picoscope que nous avons reçu au cours de l'année.



FIGURE 4 – Picoscope 5000 Series

Il s'agit d'un système d'acquisition 4 voies de données très compact avec un petit AFG intégré (la voie la plus à droite sur la photographie). Un des avantages de ce matériel est que l'on peut pousser la dynamique jusqu'à 15 bits (pour 2 voies utilisées).

Sur un oscilloscope classique, on ne dispose que de 8 bits et on est très vite limité par le bruit de quantification (surtout avec des signaux OFDM).

Ce picoscope joue le rôle de l'AFG et de l'oscilloscope. Il a comme caractéristique principale de numériser le signal reçu en 15 bits contrairement aux 8 bits de l'oscilloscope. Mais après tout, que signifie exactement un codage en 8/15 bits ? Dans le début du programme, nous générerons un signal  $s[n]$  numérique qui est dans le domaine temporel. Ce signal va être envoyé dans l'AFG du picoscope pour le transformer en un signal analogique comme on l'a vu précédemment, puis envoyé dans le circuit à étudier. A la sortie du circuit le signal analogique doit être numérisé puis subir la FFT pour retrouver nos données fréquentielles  $A_k$ . Le nombre de bits intervient dans la numérisation de ce signal. On appelle ça également l'échantillonnage.



FIGURE 5 – Exemple d'un échantillonnage sur une fonction type sinc

Lorsqu'on échantillonne un signal  $s(t)$  à une fréquence  $F$  bien déterminée, il est essentiel de respecter le théorème de Shannon pour éviter les pertes d'information. Selon ce théorème, pour reconstituer fidèlement le signal d'origine, la fréquence d'échantillonnage  $F$  doit être au moins deux fois supérieure à la fréquence maximale présente dans le signal (c'est-à-dire,  $F \geq 2f_{\max}$ ).

La précision de l'échantillonnage dépend directement du nombre de bits utilisés pour enregistrer chaque échantillon du signal. Chaque échantillon est codé dans un certain nombre de bits,  $N$ . Le nombre de valeurs possibles que chaque échantillon peut prendre est alors  $2^N$ . Par exemple, un enregistrement sur 8 bits signifie que chaque échantillon peut prendre  $2^8 = 256$  valeurs différentes.

Pour un oscilloscope, un enregistrement sur 8 bits divise l'intervalle entre la valeur minimale  $s[n] = 0$  et la valeur maximale  $s[n] = Y_{\max}$  en 256 valeurs discrètes sur l'axe des ordonnées.

Cependant, augmenter le nombre de bits utilisés pour l'enregistrement améliore la précision des mesures. Par exemple, avec un codage sur 15 bits, l'intervalle de données disponibles passe de 256 à  $2^{15} = 32768$  valeurs. Cela représente 128 fois plus de niveaux de quantification que l'enregistrement sur 8 bits, ce qui permet une résolution beaucoup plus fine du signal. Ainsi, un codage en 15 bits ou plus apporte une précision significativement meilleure, ce qui peut être crucial pour des applications nécessitant des mesures très précises.

En résumé, la précision de l'échantillonnage d'un signal dépend du nombre de bits utilisés pour enregistrer chaque échantillon. Plus le nombre de bits est élevé, plus la résolution du signal échantillonné est fine, réduisant ainsi les pertes d'information et améliorant la qualité des mesures.

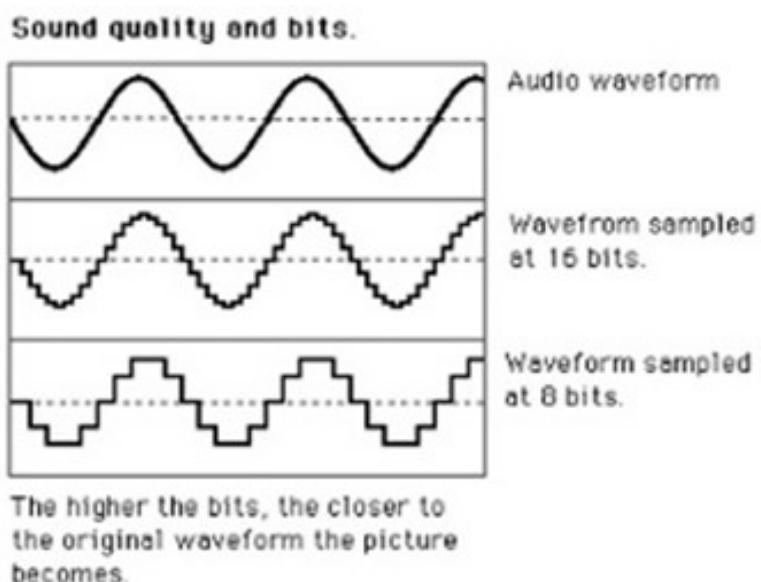


FIGURE 6 – Exemple d'un échantillonnage 8 bits/16 bits d'une radio

On voit très bien que l'enregistrement en 16 bits est bien plus fidèle au signal de départ par rapport aux 8 bits. Un échantillonnage en 15 bits ou plus présente cependant l'inconvénient du prix. En effet, les appareils de cette classe-là sont souvent très chers pour leurs grandes capacités de stockage...

A notre niveau, le passage du 8 au 15 bits a permis d'obtenir des courbes plus nettes et surtout de ne pas être gêné par le bruit de quantification caractéristique du signal OFDM. En effet, ce type de signal possède une grande dynamique, des grandes valeurs et petites valeurs de tension. Il était difficile pour nous d'obtenir un signal exploitable en BF et en HF. En augmentant la puissance, c'est-à-dire plus de tension à l'entrée du générateur du signal, on devenait plus précis en HF et moins en BF (le signal va saturer) pour un passe-bas et vice-versa. Le passage au 15 bits via le picoscope nous a permis de mettre de côté ce problème. On voit très bien que le module de  $H(f)$  ainsi que la phase sont corrects en BF et brouillés en HF pour une tension faible en entrée avec le 8 bits.

### 3.2 Analyse des résultats

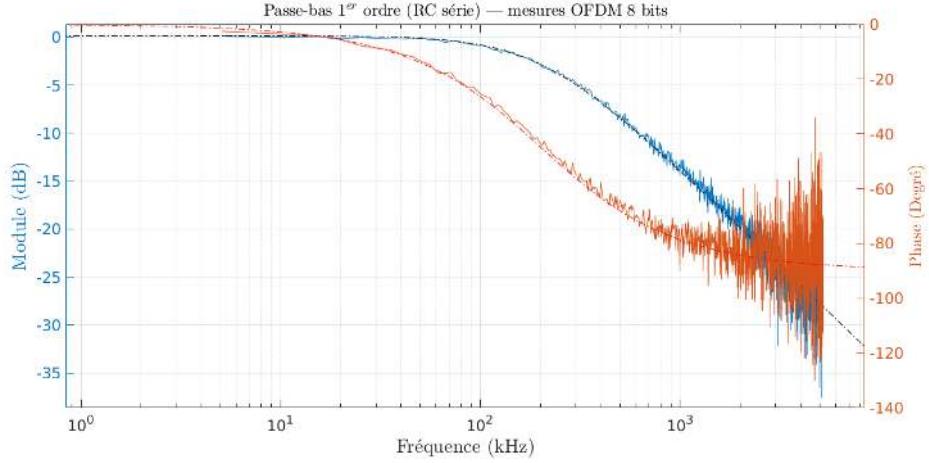


FIGURE 7 – Diagramme de Bode circuit RC passe-bas 8 bits

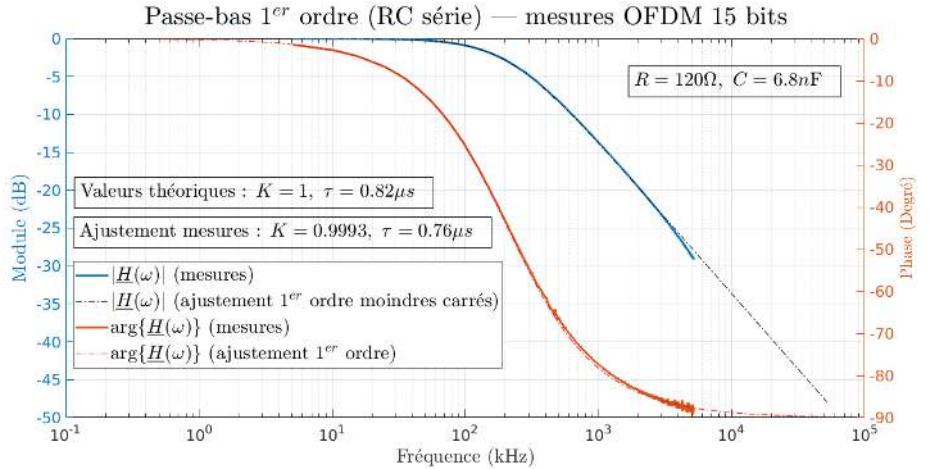


FIGURE 8 – Diagramme de Bode circuit RC passe-bas 15 bits

L'allure des courbes bleu et orange est correcte pour un filtre de ce type avec le picoscope. On observe bien une fréquence de coupure de 195kHz à partir de laquelle le module de  $H$  est atténué. On note tout de même une légère rupture de pente aux alentours de 4MHz. La phase va de  $0^\circ$  jusqu'à  $-90^\circ$  environ, encore une fois caractéristique d'un filtre passe-bas. En théorie, le gain statique de ce filtre vaut  $k = 1$  et la constante de temps

$$\tau = RC = 0.82\mu s$$

Nous avons réalisé la méthode des moindres carrés sur nos courbes pour avoir une estimation de ces paramètres  $k$  et  $\tau$  correspondant donc à nos valeurs en pratique. Pour ce faire, on rappelle que la fonction de transfert d'un filtre passe-bas du premier ordre est donnée :

$$H(f) = \frac{K}{1 + j2\pi f\tau}$$

Prenons l'inverse de cette fonction, il vient :

$$1/H(f) = \frac{1 + j2\pi f\tau}{K} = \frac{1}{K} + \frac{j2\pi f\tau}{K}$$

On prend ensuite le module de cette expression, que l'on élève au carré :

$$1/|H(f)|^2 = \frac{1}{K^2} + \frac{4\pi^2 f^2 \tau^2}{K^2}.$$

A partir de cette expression, on peut extraire un polynôme en  $f$  qui s'exprime :

$$P(f) = \alpha + \beta f^2.$$

On va chercher les valeurs  $\alpha$  et  $\beta$  minimisant le critère quadratique  $C(\alpha, \beta)$  entre le polynôme théorique  $P(f)$  et les mesures  $\frac{1}{|\hat{H}(f_k)|^2}$  :

$$C(\alpha, \beta) = \sum_{k=1}^K \left| \alpha + \beta f_k^2 - \frac{1}{|\hat{H}(f_k)|^2} \right|^2.$$

Cette optimisation a été programmée avec la fonction Matlab 'polyfit()'.

Avec ces deux coefficients, on peut donc remonter à  $K$  et  $\tau$ , correspondant à l'ajustement des valeurs dans le graphe précédent. Nous obtenons donc après avoir effectué la méthode des moindres carrés les résultats suivants :  $K = 0.9993$  et  $\tau = 0.76\mu s$ . Avec ces paramètres, la fréquence de coupure serait de  $F_c = 1/(2\pi\tau) = 210\text{kHz}$ .

Ces valeurs ne sont pas exactement identiques à nos valeurs théoriques calculées précédemment. L'erreur relative sur la fréquence de coupure est d'environ 7%. Nous avons ensuite décidé de faire intervenir la résistance interne du picoscope ainsi que sa capacité pour tenter d'expliquer cette différence. On rappelle que la résistance du picoscope vaut  $1\text{M}\Omega$  et la capacité vaut  $14\text{pF}$ .

On a donc le circuit suivant :

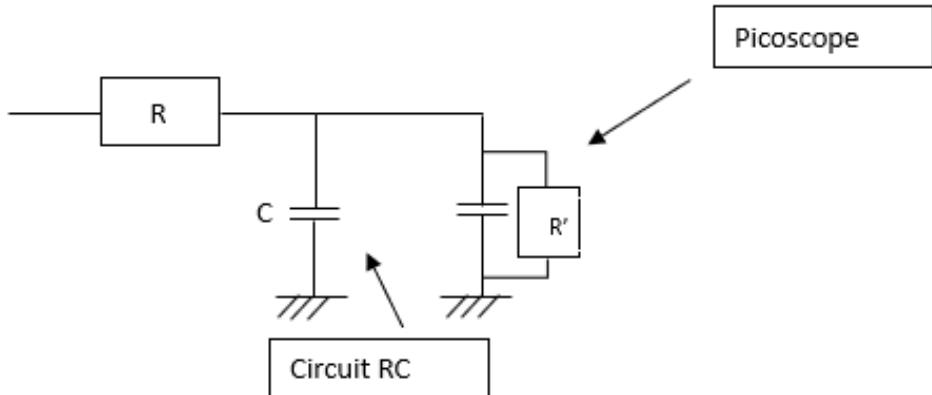


FIGURE 9 – Circuit RC avec Picoscope

Le gain statique vaut :

$$K = \frac{10^6}{120 + 10^6} = 0.9998$$

La constante de temps vaut  $\tau = 0.817\mu s$ . En incluant le picoscope dans le calcul, nous ne retombons pas sur les valeurs de  $K$  et  $\tau$  ajustées. Il y a des phénomènes qui nous échappent ici, peut-être influencés par le câblage ?

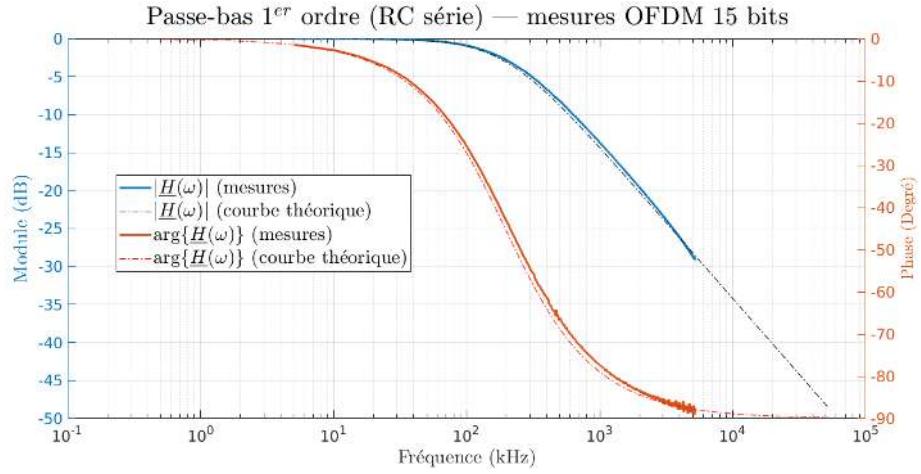


FIGURE 10 – Bode circuit RC sans Picoscope

Sur ce second diagramme, nous avons modélisé les courbes théoriques de la phase et du module du circuit RC sans le picoscope. Pour ce faire, on calcule le module et l'argument de  $H(\omega)$ . Les courbes, qu'elles soient en trait plein ou en pointillé sont très proches. On peut être assez satisfait du résultat acquis par le picoscope.

Nous avons également réalisé des acquisitions de données sur un filtre type passe-haut en inversant simplement la place de la résistance et de la capacité de notre précédent circuit RC.

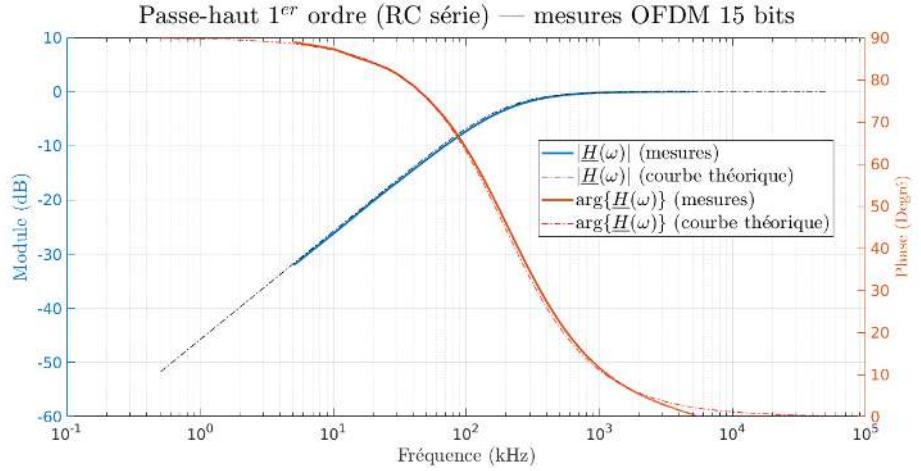


FIGURE 11 – Circuit RC passe-haut

Encore une fois, nous avons tracé en pointillé les courbes théoriques du circuit RC passe-haut. Nous sommes conformes au niveau du module de  $H$ . On note un petit décalage (ordre de 1°) sur la phase en HF (3 MHz). qui pourrait éventuellement s'expliquer par le câblage ou un autre facteur, comme nous allons le voir dans la prochaine partie.

## 4 Difficultés rencontrées dans le projet

Au cours de ce projet, nous avons été confrontés à plusieurs problèmes notamment au niveau de l'acquisition des données.

Nous nous sommes heurtés à ces problèmes à cause de nos appareils de mesure que ce soit l'oscilloscope ou encore le picroscope. Il est important d'avoir à l'esprit la théorie de la mesure pour ce genre d'expérience. Dans notre cas, il était important d'avoir la résistance interne du picroscope/oscilloscope bien supérieure à la résistance du circuit (1 Mohm) pour ne pas avoir à analyser des fausses données. Le condensateur du picroscope doit être, quant à lui, petit devant celui du circuit étudié également. 14pF Les légers décalages au niveau de la phase peuvent venir également des câbles qui peuvent avoir un comportement inductif. Nous avons essayé de nombreux setups différents de câblages sur notre circuit avec des courts, des longs, un mix des deux. Et nous obtenions à chaque fois des résultats différents. Lors de notre dernier relevé de données sur la différence 8 bits/15bits, j'ai volontairement bougé le picroscope de quelques centimètres (ce qui a modifié la torsion des câbles), et le résultat obtenu du module de H ainsi que la phase de H étaient légèrement différents (De l'ordre de 1-2°). Il est difficile d'estimer leurs influences sur nos circuits à notre échelle.

La notion de bruit est majeure en électronique et il en existe plusieurs types. Dans la théorie et lors des simulations des systèmes de communication, il est fréquent d'introduire un bruit additif  $\eta$  pour modéliser sa présence et étudier les performances d'un système émetteur/récepteur. Tout système de communication réel est affecté par des fluctuations aléatoires des charges (électrons) présentes dans tout appareil physique. Ces fluctuations sont connues sous le nom de bruit thermique et dépendent de la température. Par exemple, une simple résistance passive  $R$  va générer une tension de bruit égale à :

$$Vn = \sqrt{4RTBK}$$

Avec  $R$  la valeur de la résistance en Ohm,  $T$  la température en Kelvin,  $B$  la bande passante d'intégration et  $K$  la constante de Boltzmann.

Dès lors que nous réalisons des acquisitions de données dans un circuit ou autre, nous pouvons être confrontés également à un bruit de quantification (notamment en 8 bits). On réunit tous ces bruits sous la forme d'un terme générique  $\eta$ .

Ces bruits sont présents en entrées et en sorties dans notre cas. Nous allons pourvoir "éliminer ce bruit" car on le considère comme centré. Un bruit centré est un type de bruit aléatoire dont la valeur moyenne (ou espérance mathématique) est nulle. Cela signifie que, sur une longue période de temps ou sur un grand nombre d'échantillons, les valeurs positives et négatives du bruit se compensent exactement, de sorte que la moyenne globale est zéro.

Pour rappel, l'estimateur naïf proposé dans la partie 2 (équation (3)) de la fonction de transfert était :

$$\hat{H}(f_k) = \frac{V_s^m[k]}{V_e^m[k]}.$$

En pratique, dans le domaine des fréquences, le signal d'entrée  $V_e$  est composé des données  $A_k$  énoncées précédemment, multiplié par le facteur  $\alpha$  dû à l'AFG (vu dans la partie 2) ainsi que l'ajout d'un terme  $\eta_e$  qui représente ce bruit :

$$[V_e^m[k]]_{k=1, \dots, K} = [\alpha A_1^m + \eta_e^m[1], \alpha A_2^m + \eta_e^m[2], \dots]$$

Le signal de sortie  $V_s$  contient toujours les données  $A_k$ , le facteur  $\alpha$ , le bruit  $\eta$  et on ajoute un facteur  $H$  (fonction de transfert) causé par le circuit électronique :

$$[V_s^m[k]]_{k=1, \dots, K} = [\alpha A_1 H[1] + \eta_s^m[1], \alpha A_2 H[2] + \eta_s^m[2], \dots]$$

Pour lutter contre le bruit, on peut proposer l'estimateur ci-dessous où l'on moyenne le rapport  $V_s^m/V_e^m$  sur plusieurs  $M$  symboles :

$$\hat{H}(f_k) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{V_s^m[k]}{V_e^m[k]}.$$

Cet estimateur est biaisé du fait de la présence du bruit en dénominateur. Considérons les deux rapports suivants :

$$\begin{aligned} \left[ \frac{V_e^m[k]}{A_k^m} \right]_{k=1, \dots, K} &= \left[ \frac{\alpha A_1^m + \eta_e^m[1]}{A_1^m}, \frac{\alpha A_2^m + \eta_e^m[2]}{A_2^m}, \dots \right] \\ \left[ \frac{V_s^m[k]}{A_k^m} \right]_{k=1, \dots, K} &= \left[ \frac{\alpha H[1] A_1^m + \eta_s^m[1]}{A_1^m}, \frac{\alpha H[2] A_2^m + \eta_s^m[2]}{A_2^m}, \dots \right] \end{aligned}$$

Les bruits étant par hypothèse centrés, si on moyenne ces rapports sur  $M$  symboles on obtient asymptotiquement :

$$\left[ \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{V_e^m[k]}{A_k^m} \right]_{k=1, \dots, K} \approx [\alpha, \alpha, \dots]$$

$$\left[ \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{V_s^m[k]}{A_k^m} \right]_{k=1, \dots, K} \approx [\alpha H[1], \alpha H[2], \dots]$$

Il est donc possible d'estimer sans biais la réponse en fréquence souhaitée en utilisant l'estimateur suivant :

$$H(f_k) = \frac{\sum_{m=1}^M \frac{V_s^m[k]}{A_k^m}}{\sum_{m=1}^M \frac{V_e^m[k]}{A_k^m}}$$

On peut donc tracer le module et l'argument de  $H$  pour établir le diagramme de Bode comme on l'a vu dans la partie précédente. L'environnement qui nous entoure peut également apporter des modifications lors des acquisitions de données. Toutes ces expériences ont été réalisées « à l'air libre », c'est-à-dire au contact de nombreuses ondes radios etc.. qui nous entourent en permanence. Cela peut ajouter un léger bruit dans nos acquisitions. Dans certains cas, ces bruits ne peuvent pas être centrés (notamment bruits électromagnétiques) et il sera difficile de les éliminer par le calcul. Pour lutter contre ce problème et d'une façon générale, il faudrait se placer dans une cage de Faraday qui protégerait nos éléments de ces ondes qui viennent perturber nos mesures.

## 5 Conclusion

Au cours de ces deux années, j'ai pu approcher des notions en électricité qui me paraissaient jusqu'à présent très complexes et inabordables.

J'ai pu comprendre à travers ce projet une partie du "fonctionnement" du signal OFDM qui a une place très importante dans les télécommunications modernes (4G, wifi,...).

Les différentes expériences que nous avons réalisées montrent à quel point il faut être méticuleux dans l'analyse de données provenant d'appareils de mesure. J'ai pu être sensibilisé aux problématiques en électronique de notre monde actuel. Il est quasiment impossible de générer un circuit dit "parfait" (sans bruit etc...). Nous devons apprendre à travailler avec ce problème et garder à l'esprit qu'il y a des phénomènes que nous ne pouvons pas encore expliquer à l'heure actuelle.

## 6 Bibliographie

M. Lydi Smaïni, "RF Analog Impairments Modeling for Communication System Simulation", 2012

ISBN : 9781119999072

Éditeur : Wiley

Thèse M. Lorrière, "Cellules photovoltaïques pour la récupération d'énergie et la communication de données", 12 décembre 2019.