

Attention : la rédaction sera prise en compte dans le barème.

1) Résolution d'une EDLCC du premier ordre avec condition initiale (6 points)

Résoudre l'EDLCC du premier ordre suivante : $\begin{cases} 2y' - 5y = 3t - 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$

6

1. On résout... $2y' - 5y = 0$

Les solutions sont $y_0 = Ke^{\frac{5}{2}t}$; $K \in \mathbb{R}$

2. On cherche une solution particulière de (E):

On pose $y_p = at + b$

$$y_p' = a$$

10,5
11
Plus Plus

On remplace dans (E): $2a - 5(at + b) = 3t - 1$

$$2a - 5at - 5b = 3t - 1$$

$$\begin{cases} -5a = 3 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{5} \\ 2a - 5b = -1 \Leftrightarrow -\frac{6}{5} - 5b = -1 \Leftrightarrow -5b = \frac{1}{5} \Leftrightarrow b = -\frac{1}{25} \end{cases}$$

$$\text{donc } y_p = -\frac{3}{5}t - \frac{1}{25}$$

3. Les solutions sont $y = y_0 + y_p$

$$y(t) = Ke^{\frac{5}{2}t} - \frac{3}{5}t - \frac{1}{25} \quad \text{Les solutions de (E) sont } y(t) = Ke^{\frac{5}{2}t} - \frac{3}{5}t - \frac{1}{25}; K \in \mathbb{R}$$

4. Condition initiale $y(0) = 0$

$$Ke^0 - 0 - \frac{1}{25} = 0 \Leftrightarrow K - \frac{1}{25} = 0 \Leftrightarrow K = \frac{1}{25}$$

$$\text{La solution est } y(t) = \frac{1}{25}e^{\frac{5}{2}t} - \frac{3}{5}t - \frac{1}{25}$$

TB

2) Résolution d'une EDLCC du premier ordre sans condition initiale (5 points)

Résoudre l'EDLCC du premier ordre suivante : $y' + 2y = 3 \cdot \cos(t)$

(5)

→ On résout $y' + 2y = 0$

La solution est $y_0(t) = K e^{-2t}$; $K \in \mathbb{R}$

→ On cherche une solution particulière de E :

On pose $y_p = A \cos(t) + B \sin(t)$

$y'_p = -A \sin(t) + B \cos(t)$

On remplace dans E :

$$-A \sin(t) + B \cos(t) + 2A \cos(t) + 2B \sin(t) = 3 \cdot \cos(t)$$

$$(B + 2A) \cos(t) + (-A + 2B) \sin(t) = 3 \cos(t)$$

$$\begin{cases} B + 2A = 3 & \times 2 \\ 2B - A = 0 & \times 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B + 2A = 3 \\ 4B - 2A = 0 \end{cases} \quad 5B = 3 \Rightarrow B = \frac{3}{5}$$

$$-2B - 4A = -6$$

$$2B - A = 0 \quad -5A = -6 \Rightarrow A = \frac{6}{5}$$

Pour $y_p = \frac{6}{5} \cos(t) + \frac{3}{5} \sin(t)$

Les solutions sont : $y = y_0 + y_p$

$$y = K e^{-2t} + \frac{6}{5} \cos(t) + \frac{3}{5} \sin(t)$$

113