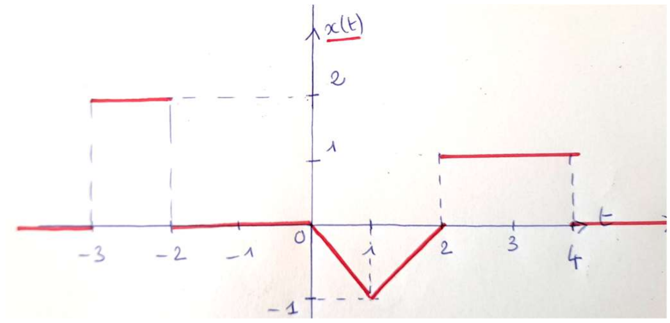
IUT de Toulon
GEII2App **<u>DS N°2</u> <u>de R404 : Outils Mathématiques et Logiciels</u>**

<u>Durée</u> : 1h30. <u>Calculatrice</u> : collège <u>Documents</u> : Tableau TF

<u>Exercice1</u> : (4 points) Soit x(t) le signal représenté par le graphe suivant :



1) Exprimer x(t) à l'aide de signaux triangle et porte
2) En déduire la transformée de Fourier de x(t).

<u>Exercice 2</u> Soit x, la fonction définie par : $x(t) = \begin{cases} -t-2 & \text{si } -2 \le t \le -1 \\ t & \text{si } -1 \le t \le 1 \\ 2-t & \text{si } 1 \le t \le 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ **(8 points)**

On souhaite calculer la transformée de ce signal par 2 méthodes différentes :

1) Représenter graphiquement x(t)
2) <u>Méthode 1</u> : Représenter graphiquement la dérivée x'(t), Calculer alors la transformée de Fourier de x'(t) sans calcul intégral, puis en déduire la transformée de Fourier de x(t).
3) <u>Méthode 2</u> : Exprimer x(t) à l'aide de fonctions triangle, puis calculer sa transformée de Fourier.

<u>Exercice 3</u> Fonction de transfert (5 points)

Un circuit est caractérisé par l'équation différentielle suivante : $4.\frac{ds}{dt} + 6.s(t) = 10.e(t)$ où e(t) et s(t) sont les signaux respectivement d'entrée et de sortie.

1) Appliquer la transformation de Fourier à cette équation et en déduire la fonction de transfert du circuit : $H(f) = \frac{S(f)}{E(f)}$ où E et S sont les transformées de Fourier respectives de e et s.
2) Calculer h.
3) Déterminer la réponse impulsionnelle
4) Calculer s lorsque e est un signal rectangle : e(t) = rect(t) .

<u>Exercice 4</u> : (3 points) Produit de convolution $(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u)g(t-u)du$

Calculer le produit de convolution des fonctions f et g définies par :
f(t) = rect(t/2) et g(t) = cos(3t).U(t) où rect est le signal rectangle et U l'échelon-unité.

TABLEAU DE TRANSFORMEES DE FOURIER

<u>Définitions</u>

$$TF[x(t)]=X(f)=\int_{-\infty}^{+\infty} x(t).e^{-2j\pi ft}.dt = \begin{cases} 2\int_{0}^{+\infty} x(t).\cos(2\pi ft).dt & \text{si x est paire} \\ -2j\int_{0}^{+\infty} x(t).\sin(2\pi ft).dt & \text{si x est impaire} \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} X(f).e^{2j\pi ft}.df = \begin{cases} x(t) & \text{si x est continue en t} \\ \dfrac{x(t^-)+x(t^+)}{2} & \text{si x n'est pas continue en t.} \end{cases}$$

<u>Transformée de Fourier de fonctions usuelles</u>

x(t) **ou** **TF^{-1} [X(f)]**	**TF[x(t)]** **ou** **X(f)**
Distribution de Dirac : $\delta(t)$	1
Fonction rectangle : $rect(t) = \begin{cases} 1 \text{ si } \lvert t\rvert \leq \frac{1}{2} \\ 0 \text{ sinon.} \end{cases}$	$\sin c\,(f)$
Fonction exponentielle : $e^{-a\lvert t\rvert}$, où $a > 0$.	$\dfrac{2a}{a^2+4\pi^2 f^2}$
Fonction exponentielle : $e^{-at}.U(t)$, où $a > 0$.	$\dfrac{1}{a+2j\pi f}$
Signal triangulaire : $tri(t) = \begin{cases} 1-\lvert t\rvert \text{ si } \lvert t\rvert \leq 1 \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$	$sinc^2(f)$

Propriétés de la transformation de Fourier

$x(t)$ ou $TF^{-1}[X(f)]$	**$TF[x(t)]$ ou $X(f)$**
$ax_1(t)+bx_2(t)$	$aX_1(f)+bX_2(f)$
$x(t-t_0)$ « décalage temporel »	$e^{-2j\pi f t_0}X(f)$
$x(at)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}.X(\frac{f}{a})$
$x(at+b)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}.e^{2j\pi\frac{b}{a}f}X(\frac{f}{a})$
$x'(t)$ « dérivation temporelle »	$2j\pi f.X(f)$
$x^{(n)}(t)$	$(2i\pi f)^n.X(f)$
$(x_1 * x_2)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(u)x_2(t-u)du$	$X_1(f).X_2(f)$
$e^{2j\pi t f_0}.x(t)$	$X(f-f_0)$ « décalage fréquentiel »
$-2j\pi t.x(t)$	$X'(f)$ « dérivation fréquentielle »
$(-2j\pi t)^n g(t)$	$X^{(n)}(f)$
$x_1(t).x_2(t)$	$(X_1 * X_2)(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} X_1(u)X_2(f-u)du$