

Notes

DM4

Exercices guidés

Exercice 5 Résoudre les équations suivantes : (cela signifie qu'il faut trouver toutes les solutions de chacune de ces équations)

1) $\cos^2(x) - \sin^2(x) = -1$

2) $4 \cdot \cos^2(x) + (2 - 2\sqrt{3}) \cdot \cos(x) - \sqrt{3} = 0$

3) $\cos(2x) - 4\sin(x) + 3 = 0$

③ $\cos(2x) - 4\sin x + 3 = 0 \quad (E)$

Compléter la résolution :

• $\cos(2x) = \cos(x+x) = \dots$

• Exprimer $\cos(2x)$ en fonction de $\sin^2 x$.

On obtient $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2 x$

Notes

- Remplacer dans (E) $\cos(2x)$ par $1 - 2\sin^2 x$, puis simplifier

L'équation (E) devient alors : $-2\sin^2 x - 4\sin x + 4 = 0$. Que

l'on peut écrire aussi : $2\sin^2 x + 4\sin x - 4 = 0$. (E)

- Poser $X = \sin x$ et résoudre l'équation (E)

$$\Delta =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 = \\ X_2 = \end{array} \right.$$

Notes

• On trouve : $x_1 = -1 + \sqrt{3}$ et $x_2 = -1 - \sqrt{3}$

(peu importe l'ordre
 x_1 et x_2)

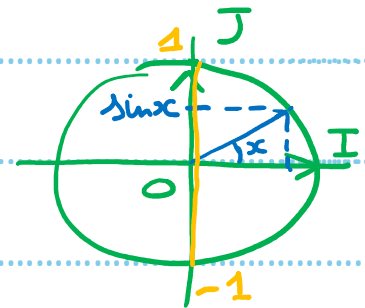
La résolution n'est pas terminée : ne pas oublier

qu'on a posé $x = \sin x$, on cherche x . On résout alors la
équations :

$$\sin x = -1 + \sqrt{3} \quad \text{et} \quad \sin x = -1 - \sqrt{3}$$

Or, on sait que $-1 \leq \sin x \leq 1 \quad \forall x$

Comparer $-1 + \sqrt{3}$ avec -1 et 1 (à la
" $-1 - \sqrt{3}$ " " " Calculatrice)



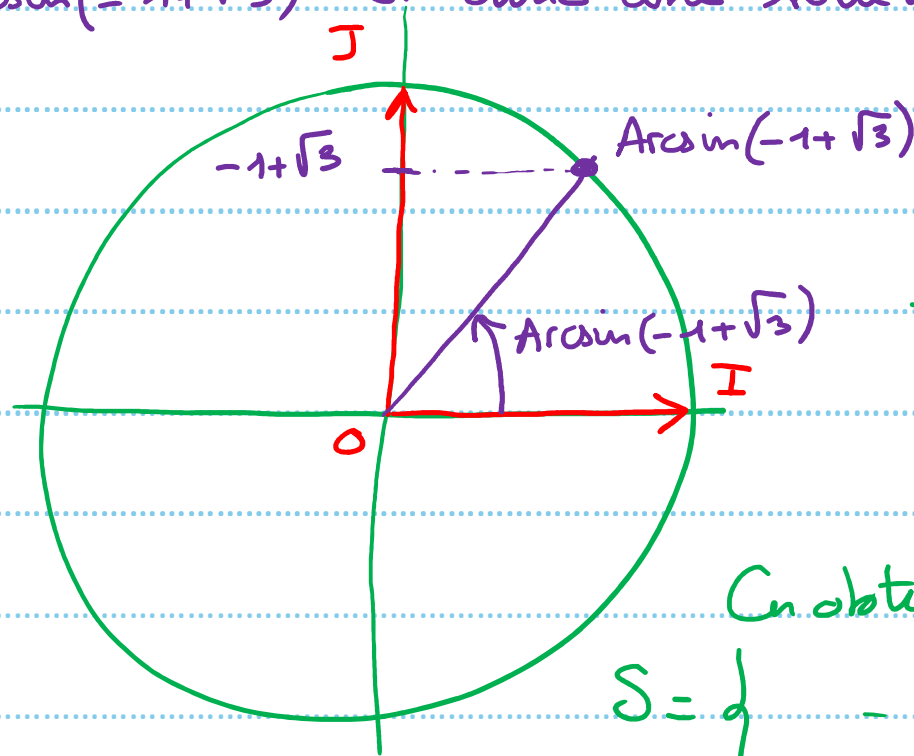
$$-1 + \sqrt{3} \approx \quad - \quad - \quad - \quad - \quad -$$

$$-1 - \sqrt{3} \approx \quad - \quad - \quad - \quad - \quad -$$

On ne doit donc résoudre que l'équation $\sin x = -1 + \sqrt{3}$

Notes

• Résolution de $\sin x = -1 + \sqrt{3}$ ← il ne s'agit pas d'une valeur remarquable de sinus. On utilise donc la fonction réciproque de sinus : Arcsinus. $\text{Arcsin}(-1 + \sqrt{3})$ est donc une solution de l'équation $\sin x = -1 + \sqrt{3}$.



Dessignons et représentons sur le cercle les autres solutions.

On obtient alors :

$$S = \left\{ \text{---} \text{---} \text{---} ; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Exercice 6 Application de linéarisation (transformation d'un produit en somme)

Page 30 Chapitre 1

- 1) Déterminer la valeur moyenne et la valeur efficace U_{eff} d'une tension sinusoïdale u définie par $u(t) = 3 \cdot \cos(2t + \frac{\pi}{5})$ (Voir définitions bas de la page 27).
- 2) Quelle est la valeur moyenne de la fonction f , définie par : $f(t) = 10 + 5 \sin(3t + \frac{\pi}{3})$
- ③ Linéariser $\cos(x) \cdot \cos(2x)$, puis en déduire la valeur de : $J = \int_0^{\pi/2} \cos(x) \cdot \cos(2x) dx$ ← changement d'énoncé

③ Pour linéariser $\cos x \cdot \cos(2x)$, on part de deux formules (celles à connaître par cœur) contenant $\cos a \cdot \cos b$, puis on les additionne membre à membre :

$$\cos(a+b) = \dots$$

$$\cos(a-b) = \dots$$

$$\cos(a+b) + \cos(a-b) = \dots$$



Notes

On obtient $\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2 \cos a \cos b$, d'où la
formule de linéarisation : $\underbrace{\cos a}_{\text{produit}} \times \underbrace{\cos b}_{\text{somme}} = \frac{1}{2} (\cos(a+b) + \cos(a-b))$

On en déduit la linéarisation de

$$\cos x \times \cos(2x) = \text{--- -- -- -- --}$$

après simplification : $\cos x \cdot \cos(2x) = \frac{1}{2} (\text{--- -- -- -- --})$

On peut alors calculer :

$$J = \int_0^{\pi/2} \cos x \cdot \cos(2x) dx = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} (\text{--- -- -- -- --}) dx$$

On voit la constante de $\int$: $J = \text{--- -- -- -- --}$



Notes.

$$\bar{J} = \frac{1}{2} \cdot [\dots]$$

$$J = \frac{1}{2} \cdot \left(\begin{array}{ccccccc} - & - & - & - & - & - & - \end{array} \right)$$

Borne du haut



Borne du bas

et on obtient : $J = \dots$

$$J = \frac{1}{3}$$