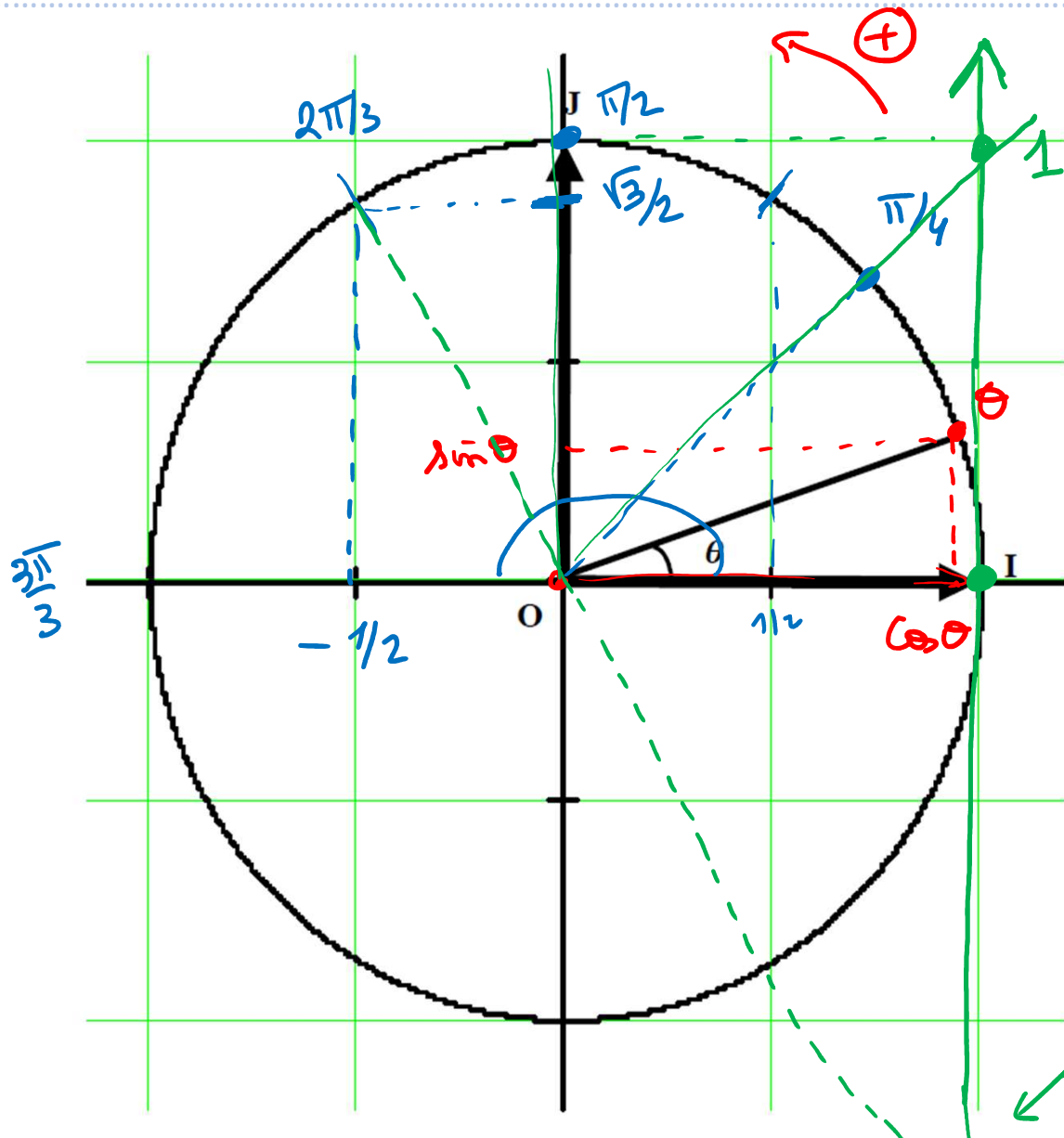


Amphi 1

Les formules trigonométriques : à apprendre par cœur et/ou à savoir retrouver Applications

Les objectifs :

- 1) Étudier quelques formules indispensables pour le GEI
- 2) Application au calcul d'intégrales.



$$\cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\sin \frac{2\pi}{3} = +\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \frac{2\pi}{3} = \frac{\sin \frac{2\pi}{3}}{\cos \frac{2\pi}{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan \frac{\pi}{4} = 1$$

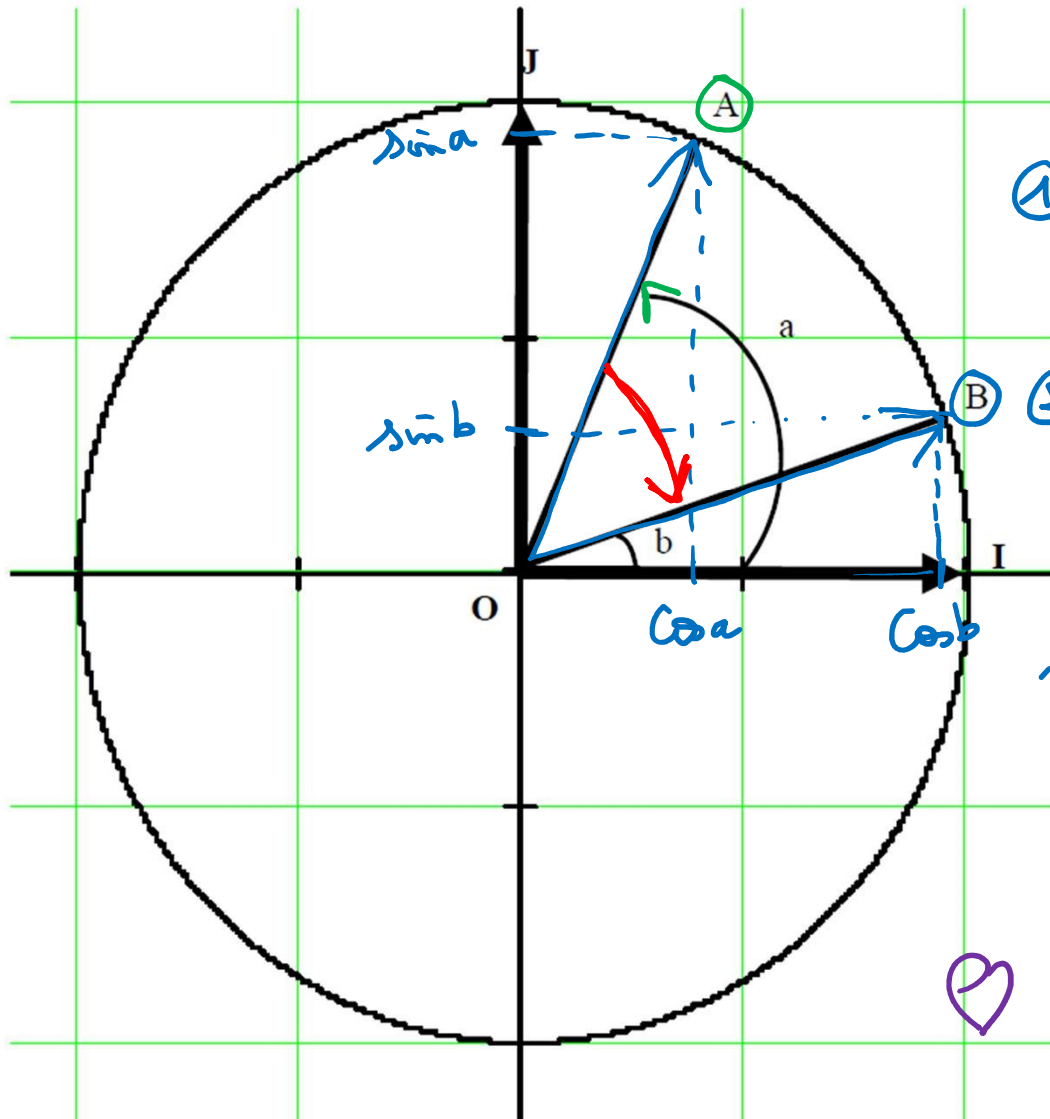
$$\cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$\tan \frac{\pi}{2} = \text{impossible}$$

4bis) Lire la formule $\cos(a-b)$

$$\|\vec{OA}\| = OA$$



$$B(\cos b; \sin b)$$

$$A(\cos a; \sin a)$$

Page 5 Supplément Chapitre 1

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \vec{OA} \cdot \vec{OB} &= OA \times OB \times \cos(\widehat{\vec{OA}; \vec{OB}}) \\ &= 1 \times 1 \times \cos(a-b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \vec{OA} \cdot \vec{OB} &= x_A \cdot x_B + y_A \cdot y_B \\ &= \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \end{aligned}$$

$$\textcircled{1} = \textcircled{2} \Leftrightarrow \cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

Donc

$$\cos(a+b) = \cos(a-(-b))$$

$$= \cos a \cdot \underbrace{\cos(-b)}_{\text{paire}} + \sin a \cdot \underbrace{\sin(-b)}_{\text{impaire}}$$

$$\boxed{\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b}$$

Exercice 4 Compléter sans utiliser de formulaire de trigonométrie :

Page 29 Exercice 4

1) $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = \dots$

Justification : $\dots$

$\dots$

2) Définition de $\tan(\theta) = \dots$ $\forall \theta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

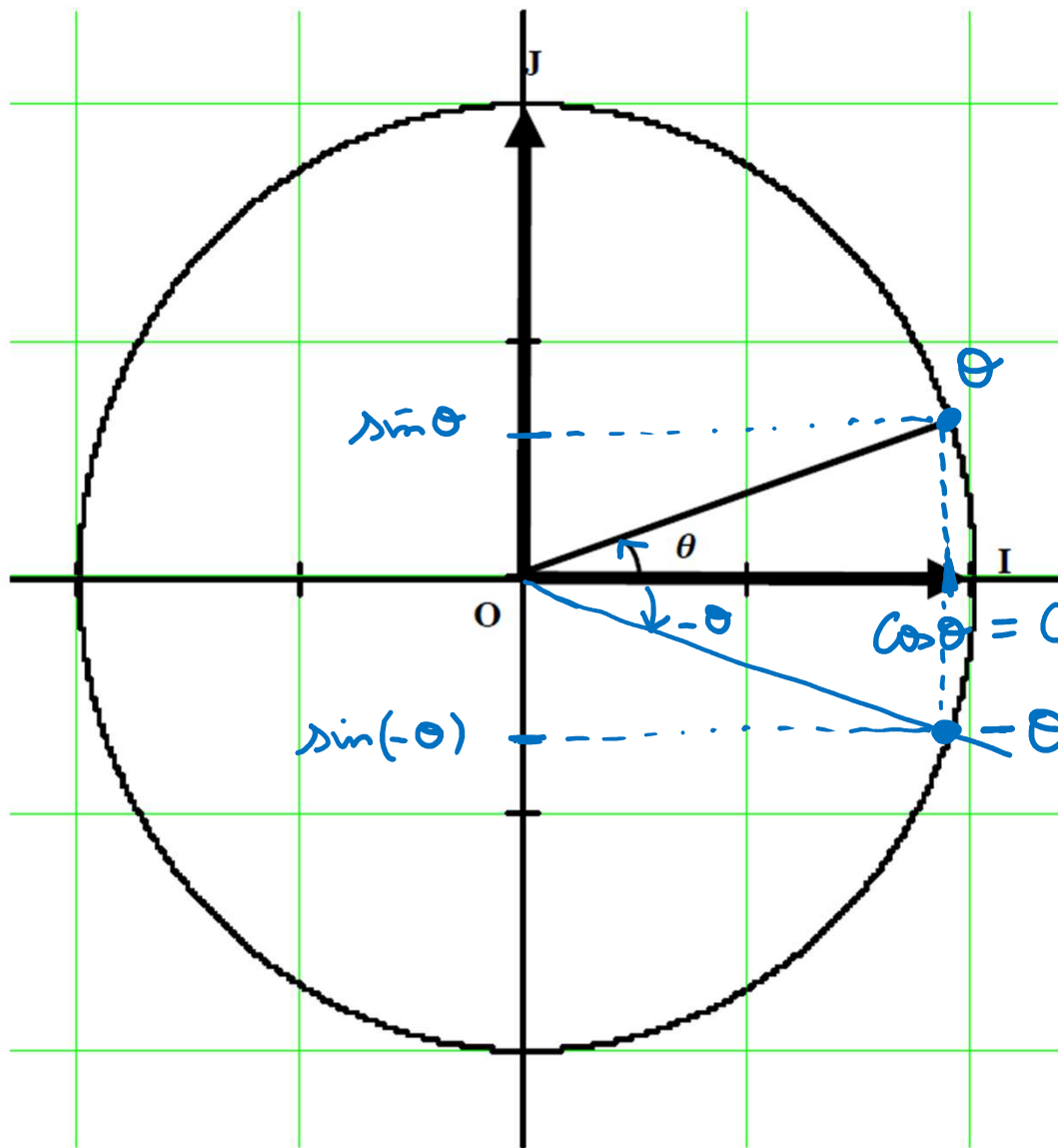
Alors : $1 + \tan^2(\theta) = \dots$ $\theta \neq \dots$

et : $1 + \tan^2(\theta) = \dots$ $\theta \neq \dots$

$\dots$

$\dots$

$\dots$



$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

Cosinus est paire, comme x^2

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

Sinus est impaire, comme $\frac{1}{x}$; $x \neq 0$

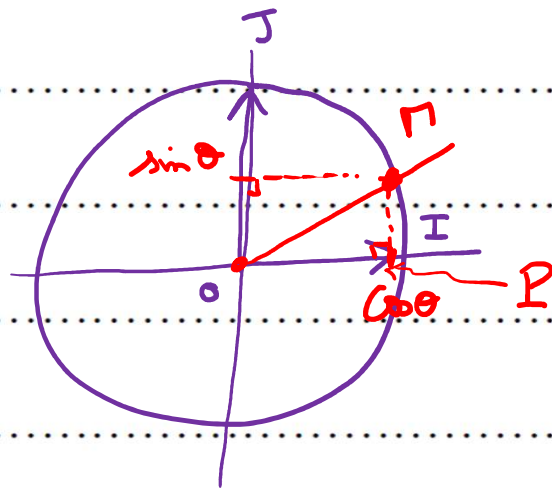
Définition page 32 :

La fonction f définie sur $\mathcal{D}_f$, centrée O , est dite impaire lorsque :

$$f(-x) = -f(x) \quad \forall x \in \mathcal{D}_f$$

$$f(-x) = -f(x)$$

C_f est donc symétrique par rapport à (Oy) . Exps : impaire : $\cos x$; x^2 ; x^{2k} $k \in \mathbb{Z}$
à θ . Exps : impaire : x^3 ; $1/x$; $\sin 5$.



$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\text{ou } (\cos \theta)^2 + (\sin \theta)^2 = 1$$

th de Pythagore dans $OP\pi$ rectangle en P:

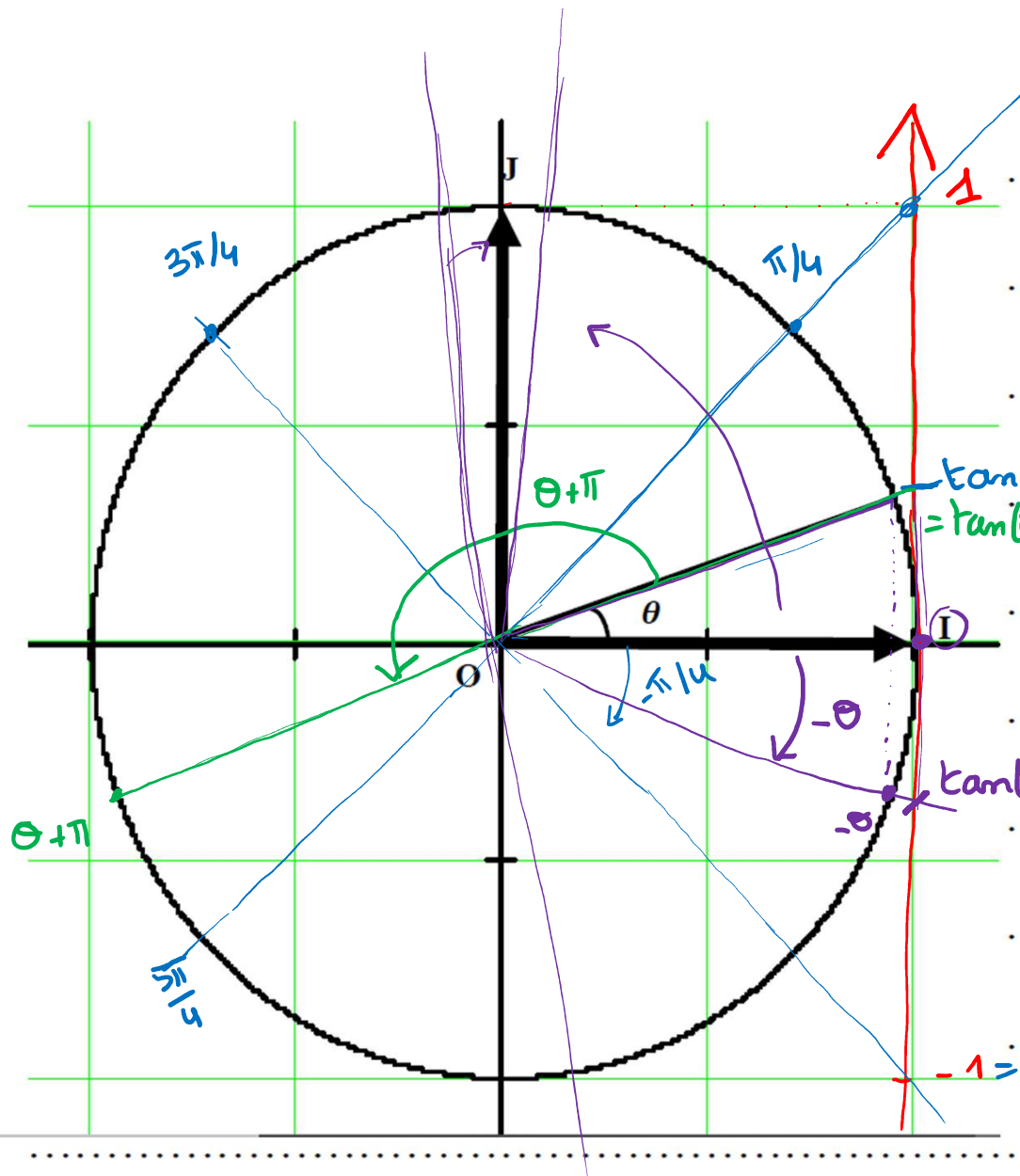
$$OP^2 = OP^2 + P\pi^2$$

$$1 = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \quad \heartsuit$$

Tangente et Arctangente

Les objectifs :

- 1) Etudier la fonction tangente et revoir la méthodologie d'étude d'une fonction
- 2) Se préparer au chapitre 2 sur les nombres complexes



$$\tan 0 = 0 \quad \left| \quad \tan \frac{3\pi}{4} = -1\right.$$

$$\tan \frac{\pi}{4} = 1 \quad \left| \quad \tan \left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1\right.$$

$$\tan \frac{5\pi}{4} = 1$$

$$\tan(\theta + \pi) = \tan \theta \quad \text{donc } \tan \text{ est } \pi\text{-périodique}$$

π -périodique

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta \quad \text{donc } \tan \text{ est impair}$$

$$\lim_{\substack{\theta \rightarrow \pi/2 \\ \theta < \pi/2}} \tan \theta = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{\substack{\theta \rightarrow \pi/2 \\ \theta > \pi/2}} \tan \theta = -\infty$$

$$-1 = \tan \frac{3\pi}{4}$$

Etude de la fonction tangente :

- ① Ensemble de définition: $\mathcal{D}_{\tan} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi ; k \in \mathbb{Z} \right\} = \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi ; k \in \mathbb{Z} \right\}$
- ② Réduire l'intervalle d'étude:

$\tan$ est π -périodique, on l'étudie sur: $]-\pi/2; \pi/2[$

$\tan$ est impaire, on l'étudie sur $[0; \pi/2[$

- ③ Dérivée et le tableau de variation sur $[0; \pi/2[$

$$(\tan \theta)' = 1 + \tan^2 \theta > 0$$

$$\lim_{\theta \rightarrow \pi/2} \tan \theta = +\infty$$

$f'(0)$ est la pente de la tangente

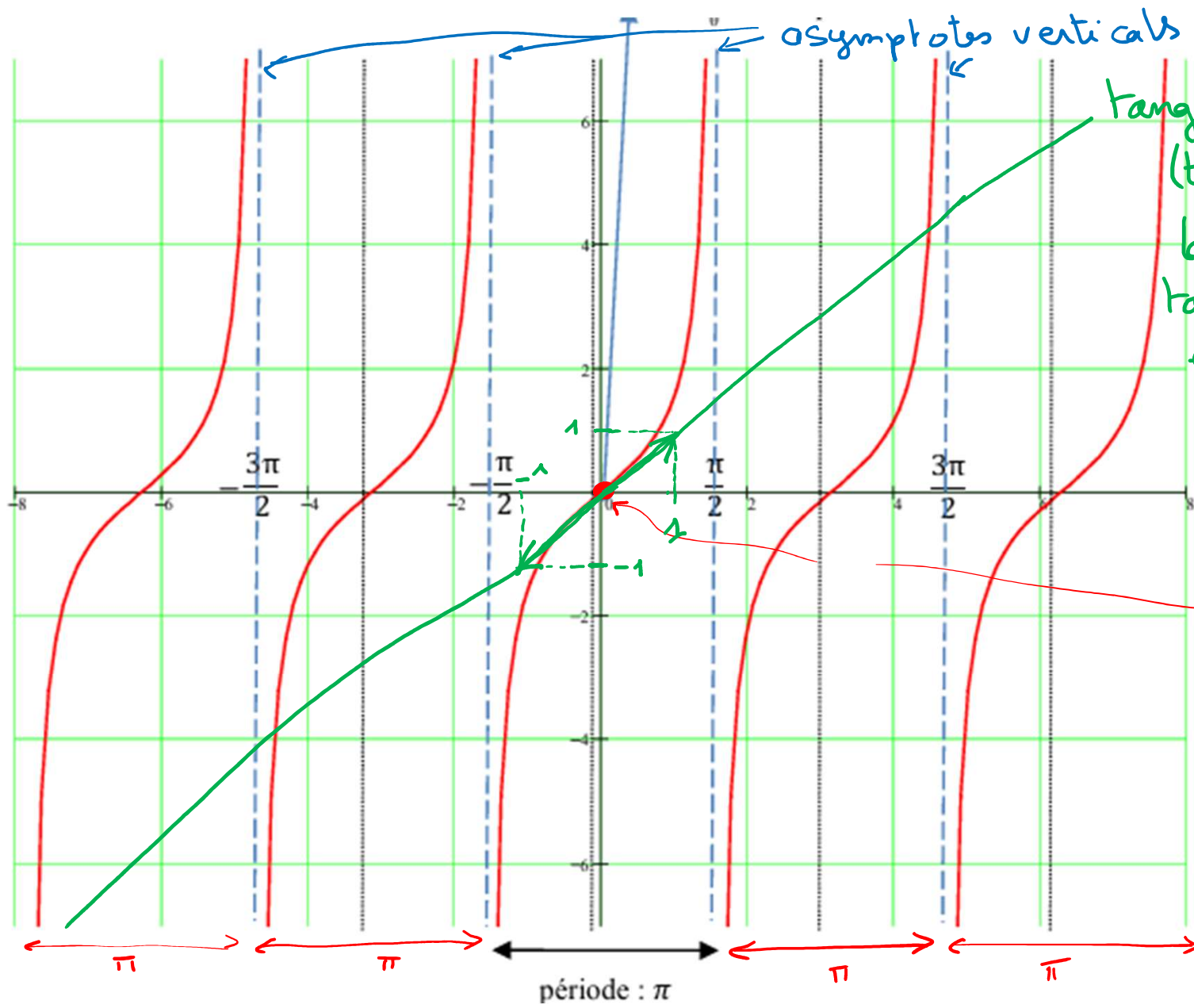
à la $C_{\tan}$ en 0 : $f'(0) = 1 + \tan^2 0 = 1$

θ	0	
$(\tan \theta)'$	1	+
$\tan$	0	$\rightarrow +\infty$

Voir Courbe page (25)

asymptote verticale
d'équation $x = \pi/2$

valeur interdite



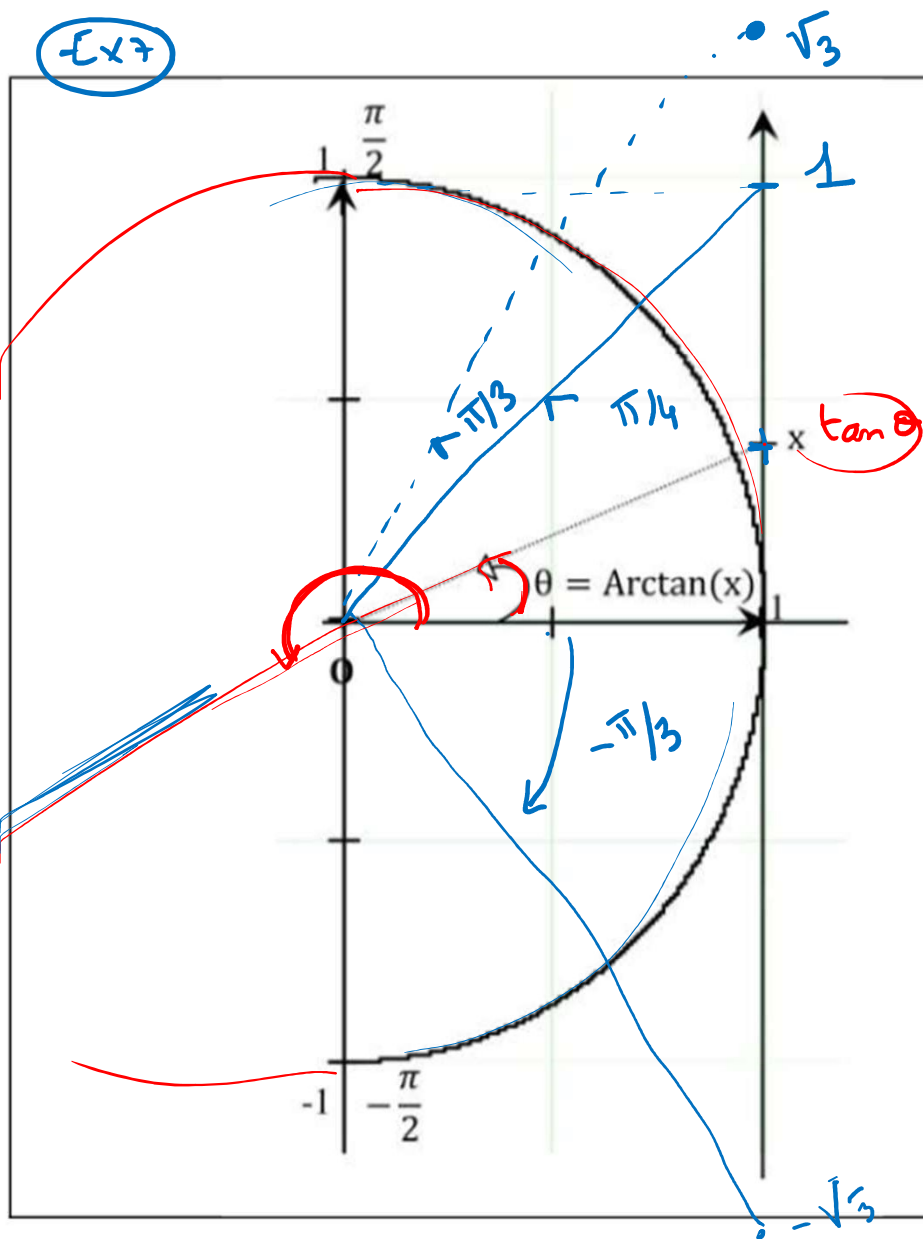
asymptotes verticales

tangente en 0 car:
 $(\tan')|_0 = \frac{1}{\cos^2 0} = 1$ est
 la pente de la droite
 tangente à la courbe
 en 0.

... par rapport
 à

Symétrie $\circlearrowleft$ 0
 car $\tan$ est impaire

$\{x\}$



Exercice 7 Arctangente

Page 31

Compléter le formulaire ci-dessous puis déterminer : $\text{Arctan}(-1)$; $\text{Arctan}(0)$; $\tan(\text{Arctan } 189)$;
 $\text{Arctan}(\tan(-\frac{2\pi}{3}))$; $\text{Arctan}(\tan \frac{\pi}{20})$; $\forall \theta \in \left] \frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2} \right[$ $\text{Arc tan}(\tan(\theta))$ $\underbrace{\tan(\text{Arctan } 189)}_{189}$;
 $\underbrace{\text{Arctan}(\tan(-\frac{2\pi}{3}))}_{\frac{\pi}{3}}$; $\underbrace{\text{Arctan}(\tan \frac{\pi}{20})}_{\frac{\pi}{20} \in]-\pi/2 ; \pi/2[}$.