

L1 MATHS – PIM-11 – CC – 20 décembre 2019

Durée : 2h

- Une feuille A4 recto-verso manuscrite autorisée, tout autre document interdit.
- Vous pouvez ouvrir seulement Idle3 ou un éditeur de texte et un terminal. L'ouverture de tout autre logiciel (navigateur, calculatrice, lecteur pdf ou autre) est strictement interdite.
- Toutes les questions ont une et une seule bonne réponse. Des points négatifs seront affectés aux mauvaises réponses.

Nom et prénom :

.....

.....

Cochez votre ID (par exemple, si ID=15 alors on coche 1 sur la première ligne et 5 sur la deuxième) :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Q. [note] La note d'un examen est calculée selon la formule

$$\frac{3}{10}TP + \max\left\{\frac{7}{10}CT; \frac{1}{2}CT + \frac{1}{5}\overline{CC}\right\}$$

où  $\overline{CC}$  est la moyenne arithmétique des notes de  $CC$ . Si les notes obtenues sont  $CT = 2$ ,  $TP = 8$  et les notes des  $CC$  sont 9, 12, 8, 11, 16, que vaut la note finale (arrondie à  $10^{-2}$  près)?

- 3.8     5.64     5.2     6.6     14.6     4.76     Autre réponse

**Solution :**

```
TP, CT =8, 2
CClist=[9,12,8,11,16]
CCmoy=sum(CClist)/5
round(0.3*TP+max(0.7*CT, 0.5*CT+0.2*CCmoy), 2)
```

Q. [suite1] Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par  $u_n = \frac{1}{3^n}$  (donc  $u_0 = 1$ ,  $u_1 = \frac{1}{3}$  etc.). Quel est le plus petit  $n$  tel que  $u_n < 10^{-7}$ ?

- 16     15     14     17     18     13     Autre réponse

**Solution :**  $u_n = \frac{1}{b^n}$  Il s'agit d'une suite géométrique de raison  $0 < q = \frac{1}{b} < 1$ : elle est donc décroissante. On a

$$u_n < 10^{-p} \iff \frac{1}{b^n} < 10^{-p} \iff \log_{10} b^{-n} < -p \iff n > \frac{p}{\log_{10}(b)} \simeq 14.671322920025693.$$

```
from math import *
p, b =7, 3
n=int(p/log(b,10))+1
TEST:
(1/b)**n =6.969171937625627e-08
(1/b)**(n-1)=2.090751581287688e-07
```

Q. [suite2] Calculer  $u_{99}$  si  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est la suite définie par  $u_0 = 1018$  et  $u_{n+1} = \begin{cases} \frac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair,} \\ \frac{1+3u_n}{2} & \text{sinon.} \end{cases}$

- 7     3     2     1     -1     12     Autre réponse

CATALOGUE DE TOUTES LES QUESTIONS AVEC SOLUTION

Q. [suite4] Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par  $u_0 = 99$ ,  $u_1 = 101$  et  $u_{n+2} = u_{n+1} + (-1)^n u_n$ . Que vaut  $u_{77}$ ?

- 81943743     3899589435     6309668248     10209257683     Autre réponse

Q. [suite3] Soient  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  les suites définies par  $u_0 = 10$ ,  $w_0 = 10$  et  $u_{n+1} = u_n - \frac{1}{4}$ ,  $w_{n+1} = u_n + \frac{1}{2}$ . Que vaut  $u_{97} + w_{97}$ ?

- 44.25     44.5     68.0     56.0     56.25     Autre réponse

Q. [comp] Calculer  $\sum_{i=0}^{66} i^4$ .

- 241074977     260049713     4888521     280200834     Autre réponse

**Solution :**

`n, p = 66, 4`

`s=sum([i**p for i in range(n+1)])`

Q. [comp23] Si on liste tous les entiers naturels compris entre 4 et 20 (inclus) qui sont multiples de 5 ou de 17, on obtient [5, 10, 15, 17, 20]. La somme de ces nombres est 67. Trouver la somme de tous les multiples de 5 ou de 7 compris entre 266 et 17787 (inclus).

- 4524030     49710686     49692899     49710420     Autre réponse

Q. [comp4]  $2^{15} = 32768$  et la somme de ses chiffres vaut  $3 + 2 + 7 + 6 + 8 = 26$ . Que vaut la somme des chiffres composant le nombre  $3^{940}$ ?

- 1944     1935     1953     3870     1932     Autre réponse

**Solution :**

`b, n = 3, 940`

`s=sum([int(x) for x in str(b**n)])`

Q. [comp5] On appellera "miroir d'un nombre  $n$ " le nombre  $n$  écrit de droite à gauche. Par exemple, `miroir(7423) = 3247`. Si on calcule `7423-miroir(7423)` on obtient 4176 et son avant dernière chiffre est 7.

Si  $n = 3^{853}$ , que vaut l'avant dernière chiffre de `n-miroir(n)`?

- 5     0     1     2     3     4     6     7     8     9

**Solution :**

`b, p = 3, 853`

`n=b**p`

`f = lambda n : str(n-int(str(n)[::-1]))`

`solution=f(n)[-2]`

Q. [fun] Calculer  $f(f(f(0.4)))$  si  $f(x) = \left(1 + \sin\left(\frac{1}{x^9}\right)\right)^{1/2}$ .

- 1.31148290225     1.27835967856     1.4918246976412703  
 1.04259940571     2.718281828459045     Autre réponse

**Solution :**

`from math import sin`

CATALOGUE DE TOUTES LES QUESTIONS AVEC SOLUTION

```
a, b = 0.4, 9
f = lambda x : (1+sin(x**(-b)))**(0.5)
solution=f(f(f(a)))
```

Q. [fun2] Calculer  $F(F(F(14, 10)))$  si  $F(x, y) = (x + y, x - y)$ .

- [48, 8]   
  [48, -8]   
  [28, 28]   
  [20, -20]   
  [28, 20]   
  Autre réponse

**Solution :**

```
a, b = 14, 10
F = lambda x: [x[0]+x[1], x[0]-x[1]]
solution=F(F(F([a,b])))
```

Q. [dess] Soit la fonction  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x) = \frac{x^3 \cos(x) + x^2 - x + 16}{x^4 - \sqrt{3}x^2 + 127}$ . L'équation  $f(x) = 0$  a une solution  $\alpha$  voisine de 17. Tracer le graphe de la fonction  $f$  et, en utilisant le zoom, choisir la meilleure approximation de  $\alpha$  parmi les suivantes.

- 17.220897   
  17.230897   
  17.120897   
  17.270897   
  Autre réponse

**Solution :** Il faut choisir un pas inférieur à l'erreur entre les solutions proposées, à savoir inférieur à 0.01.

Q. [Open]

- ① Écrire une  $\lambda$ -function qui implémente la fonction mathématique  $f(x) = \exp(x)$ .
- ② Écrire une comprehensions-list qui génère l'ensemble  $\{f(x) \mid x = 1, 2, \dots, 150 \text{ si } x^2 \text{ est divisible par } 7\}$ .
- ③ Calculer la somme de ses éléments.

-0.25   
  0   
  0.5   
  1   
  1.5   
  2   
  2.5   
  3   
 Cases réservées au correcteur

.....

.....

.....

.....