

L1 MATHS – PIM-11 – CT – 13 janvier 2020

Durée : 2h

- Une feuille A4 recto-verso manuscrite autorisée, tout autre document interdit.
- Vous pouvez ouvrir seulement Idle3 ou un éditeur de texte et un terminal. L'ouverture de tout autre logiciel (navigateur, calculatrice, lecteur pdf ou autre) est strictement interdite.
- Toutes les questions ont une et une seule bonne réponse. Des points négatifs seront affectés aux mauvaises réponses.

Nom et prénom :

 Questions avec réponses doublées :

Cochez votre ID (par exemple, si ID=15 alors on coche 1 sur la première ligne et 5 sur la deuxième) :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Q. [suiteEXP1] Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_n = \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$ (donc $u_1 = 1$, $u_2 = (1 + 2/2)^2$ etc.). On sait que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = e^2$. Quel est le plus petit n tel que $|u_n - e^2| < 10^{-2}$?

- 1474 1475 1476 1477 1478 1479 Autre rép.

Q. [suiteH] Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2} \left(u_n + \frac{8}{u_n}\right)$. Calculer u_{14} à 5 chiffres significatifs.

- 1.82843 2.82843 2.92843 3.32843 3.57843 Autre réponse

Q. [suitePAR] Considérons deux espèces: une proie (des lièvres par exemple) et un prédateur (des lynx par exemple). On suppose qu'à ce jour il y a 60000 proies et 9000 prédateurs et on se demande comment vont évoluer les populations de ces deux espèces. On suppose qu'il n'y a aucune autre intervention extérieur. Une modélisation possible pour ce genre de système a été proposé par Lotka et Volterra. Si on note u_n la population de proies et v_n la population de prédateurs à l'instant n , alors on peut modéliser leur évolution par

$$\begin{cases} u_{n+1} = u_n(1 + a - bv_n), & \text{équation des proies,} \\ v_{n+1} = v_n(1 - c + du_n), & \text{équation des prédateurs.} \end{cases}$$

Nous allons prendre pour valeur $a = 0.09$, $b = 0.000010$, $c = 0.25$ et $d = 0.000005$.

Que vaut u_{29} arrondi à l'entier le plus proche?

- 45781 5778 40002 46872 6559
 Autre réponse

Q. [newton1] Soit $f(x) = x^3 - 3$ et $g(x, h) = \frac{f(x + \frac{h}{2}) - f(x - \frac{h}{2})}{h}$. On prend $h = 0.3$. Calculer u_4 à 6 chiffres significatifs si $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est la suite définie par $u_0 = 3$ et

$$u_{n+1} = u_n - \frac{f(u_n)}{g(u_n, h)}$$

- 1.44265 1.464123 1.632926 2.111851 1.44225 Autre réponse

Q. [comp3] Combien d'entiers naturels compris entre 869 et 5232 (inclus) sont divisibles par 24?

- 171 172 181 182 219 Autre réponse

Q. [comp4] Combien de fois le chiffre 2 apparaît en écrivant les nombres de 47 à 8403 inclus?

CATALOGUE DE TOUTES LES QUESTIONS AVEC SOLUTION

- 3564 3566 3041 3581 3585 Autre réponse

Q. [comp2] Si on liste tous les entiers naturels compris entre $L = 0$ et $R = 999$ (inclus) qui vérifient toutes les propriétés suivantes: l'entier se termine par $t = 3$, la somme des chiffres est supérieure ou égale à $s = 15$, le chiffre des dizaines est pair, on obtient [483, 583, 663, 683, 763, 783, 843, 863, 883, 943, 963, 983]. La somme de ces nombres est 9436.

Que vaut cette somme si $L = 26$, $R = 1370$, $t = 5$, $s = 11$?

- 35805 18135 9436 27871 35815 Autre réponse

Q. [comp] Considérons la série harmonique $S(n) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i}$. Soit $T(n)$ la série obtenue en excluant de $S(n)$ toutes les fractions qui contiennent le chiffre 2 au dénominateur (par exemple $1/2$ et $1/326$). Que vaut $T(382)$ à 10 chiffres significatifs?

- 4.7474625154 4.795860689 4.8853755136 5.595860689 Autre réponse

Q. [comp5] Soit $\text{myf}(m, n)$ une fonction qui prend en entrée deux nombres entiers m et n et renvoie la liste des nombres entiers compris entre 0 et m (inclus) tels que n n'apparaît pas dans l'écriture du nombre. Exemples: si $n = 1$ et $m = 22$, la liste sera [0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 20, 22] car on enlève tous les nombres où apparaît le chiffre 1; si $n = 13$, dans la liste n'apparaîtront pas les nombres qui contiennent 13 comme 130, 4139 ou 313. Par contre les nombres 310 ou 123 seront dans la liste.

Que vaut la somme des éléments de la liste obtenue avec $n = 8$ et $m = 523$?

- 42139 72302 111062 110565 110068 Autre réponse

Q. [fun1] Soit deux fonctions f et d définies comme suit:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto f(x) = \cos(x) - x$$

$$d: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$(a, b) \mapsto d(a, b) = \begin{cases} \left(a, \frac{a+b}{2}\right) & \text{si } f(a)f\left(\frac{a+b}{2}\right) < 0, \\ \left(\frac{a+b}{2}, b\right) & \text{sinon.} \end{cases}$$

Calculer $d(d(d(d(0, 2))))$.

- (0, 1.0) (0.5, 0.75) (0.6875, 0.75)
 (0.5, 1.0) (0.625, 0.75) Autre réponse

Q. [fun2] Soit deux fonctions f et d définies comme suit:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto f(x) = \cos(x) - x$$

$$d: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$(a, b) \mapsto d(a, b) = \begin{cases} \left(a, \frac{a+b}{2}\right) & \text{si } f(a)f\left(\frac{a+b}{2}\right) < 0, \\ \left(\frac{a+b}{2}, b\right) & \text{sinon.} \end{cases}$$

Calculer $d(d(d(d(0, 1))))$.

- (0.5, 1) (0.625, 0.75) (0.71875, 0.75)
 (0.5, 0.75) (0.6875, 0.75) Autre réponse

Q. [fun3] Soit deux fonctions f et d définies comme suit:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto f(x) = \cos(x) - x$$

$$d: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$(a, b) \mapsto d(a, b) = \begin{cases} \left(a, \frac{a+b}{2}\right) & \text{si } f(a)f\left(\frac{a+b}{2}\right) < 0, \\ \left(\frac{a+b}{2}, b\right) & \text{sinon.} \end{cases}$$

Calculer $d(d(d(d(0.5, 1.5))))$.

CATALOGUE DE TOUTES LES QUESTIONS AVEC SOLUTION

(0.5, 1.0)

(0.625, 0.75)

(0.71875, 0.75)

(0.5, 0.75)

(0.6875, 0.75)

Autre réponse

Q. [cesar1] Le codage de César est une manière de crypter un message de manière simple: on choisit un nombre n (appelé clé de codage) et on décale toutes les lettres de notre message du nombre choisi. Exemple avec $n = 2$: la lettre "A" deviendra "C", le "B" deviendra "D" ... et le "Z" deviendra "B". Ainsi, le mot "MATHS" deviendra, une fois codé, "OCVJU" (pour décoder, il suffit d'appliquer le même algorithme avec $n = -2$). La question à laquelle il faut répondre a été codée: si la question est "USHALSDWALSDAW" et la clé de codage est $n = 18$, quelle est la réponse à la question?

Rome Paris Madrid Athènes Bruxelles Vienne Berlin

Q. [Open] Écrire les instructions pour:

- ① implémenter la fonction mathématique $f(x) = \cos(x)$ avec une fonction lambda,
- ② affecter à la variable A la liste de points equidistribuée de $-\pi$ à π avec 651 points,
- ③ écrire une `comprehensions-list` qui génère l'ensemble $\{f(x) \mid x \in A\}$,
- ④ utiliser les listes précédentes pour afficher le graphe de la fonction $x \mapsto f(x)$.

Écrire exactement les instructions à taper dans un fichier (suggestion: écrivez le script dans un fichier et vérifiez l'exécution). L'utilisation de `def` ou d'autres structures qu'une `comprehensions-list` sera considérée une faute.

-0.25 0 0.5 1 1.5 2 Cases réservées au correcteur